

索引算法及其在图像多尺度变换中的应用

刘代志 钱昌松 黄世奇 刘志刚

(西安市第二炮兵工程学院, 西安 710025)

摘要 给出了几种索引算法模型,然后分析了整数提升小波变换的性质,针对其索引算法的索引矩阵存储空间问题,对5/3小波变换进行改造,提出了一个新的图像多尺度变换,该变换后得到高频系数和低频系数的动态范围与原始图像像素值的动态范围相同,从而可实现多级可逆索引算法。实验结果显示,基于索引算法的图像多尺度变换的速度较普通方法有显著提高。

关键词 索引 多尺度变换 快速算法 查表

中图法分类号: TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2007)02-0218-04

Index Algorithm and Its Application on Image Multiscale Transform

LIU Dai-zhi, QIAN Chang-song, HUANG Shi-qi, LIU Zhi-gang

(Second Artillery Institute of Engineering, Xi'an 710025)

Abstract This paper presents several models of index algorithm and analyses, the property of lifting wavelets transform. To solve the problems of the space needed for the index-matrix, we change the 5/3 wavelet, and propose a novel image multiscale transform method. The dynamic ranges of both high-frequency coefficients and low-frequency coefficients generated by the proposed new transform are the same as those of the original input image. Thus, the multi-level reversible index transform is realized. The experimental results show that the implementation of the multiscale transforms based on index method is faster than that of the general method.

Keywords index algorithm, multiscale transform, fast algorithm, lookup table

1 引言

索引算法是指以索引方式实现普通变换的算法,也即通常所说的查表算法。通过索引方式可减少变换计算量,从而实现变换快速算法,一般可以通过索引方式替换变换中的部分复杂运算,从而提高变换运算速度。文献[1]用索引方式代替乘法运算,提出了无乘法DCT变换,文献[2]采用简单的查表法来完成区间再分割中的关键性运算,设计了快速的二值分组算术编码器,文献[3]改进了求解 $GF(2^m)$ 上2,3次多项式根的查表算法,文献[4]用查表代替排序操作,提出了一种快速的可靠性导向相位展开算法,文献[5]提出基于滤波器系数抽取查找表的全相位自适应滤波算法,文献[6]提出了

一种基于查表算法的自适应整数可逆无乘法变换,可用于任意标准正交矩阵变换。但这些文献并没有系统给出索引算法的模型,且没有对可逆索引算法和可逆索引算法的构造进行讨论。

本文首先给出了索引算法的几个模型,然后分析了整数提升小波变换的性质,针对其实现索引算法所需的索引矩阵的存储空间问题,对5/3小波变换进行改造,提出了一个新的图像多尺度变换,使变换后得到的高频系数和低频系数的动态范围控制在原始图像像素值的动态范围内,从而实现多级可逆索引算法。

2 索引算法的基本思想

一个变换按照输入参数数目的不同可以分为4

基金项目:华中科技大学图像信息处理与智能控制教育部重点实验室项目(TKLJ0305)

收稿日期:2006-10-13;改回日期:2006-11-11

第一作者简介:刘代志(1960~),男,教授。主要研究方向为信号处理与模式识别。发表论文百余篇。E-mail:daizhiliu@163.com

类:多输入多输出变换、多输入单输出变换,单输入多输出变换和单输入单输出变换。多输入多输出变换是最具有一般意义的变换,而多输出变换都可以分解成若干单输出变换,单输入变换又可以看成是多输入变换的特例,所以对于索引算法,主要研究多输入单输出变换。下面给出最简单的多输入单输出索引算法的数学模型。

模型 1 令 N_i 是一个由有限个 (l_i) 有限大小自然数组成的集合,变换有 n 个输入参数 $\{p_i | i = 1, 2, \dots, n, p_i \in N_i\}$, 1 个输出参数 d , 即

$$d = T\{p_1, p_2, \dots, p_n\} \quad (1)$$

则必然存在一个 $\prod_{i=1}^{i=n} \max(p_i)$ 维矩阵 D , 使得

$$d_{p_1, p_2, \dots, p_n} = T\{p_1, p_2, \dots, p_n\} \quad (2)$$

称 D 为变换 T 的索引矩阵。则变换的计算过程可以用简单的矩阵索引来实现,称由矩阵索引实现的变换过程称为索引算法。

如果 $l_i = \max(p_i)$, $p_i \in \{1, 2, \dots, l_i\}$, 则矩阵 D 中的所有位置的值是有效值,称这样的索引算法为有效索引算法。如果 $l_i \neq \max(p_i)$, 则矩阵 D 中的某些位置的值是无效值,也就是说,这些位置的值始终没有被索引,称这样的索引算法为欠有效索引算法。由于欠有效索引算法中需要额外的矩阵空间存储无效数据,如果 $\max(p_i)$ 非常大,这种索引算法在工程上毫无意义。那么欠有效索引算法是否可以转化为有效索引算法呢? 实际上不是所有欠有效索引算法都可以转换为有效索引算法,但在某些特殊的情况下可以通过适当措施减小索引矩阵的大小。

模型 2 对于变换: $d = T\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, 如果 p_i 的定义域为有限长 (l_i) 连续整数空间, 设 $mp_i = \min(p_i)$, 则必然存在一个 $\prod_{i=1}^{i=n} l_i$ 维矩阵 D' 和变换 T' , 使得

$$\begin{aligned} T\{p_1, p_2, \dots, p_n\} &= T'\{p_1 - mp_1, p_2 - mp_2, \dots, p_n - mp_n\} \\ &= d'_{p_1 - mp_1, p_2 - mp_2, \dots, p_n - mp_n} \\ &= d'_{p_1, p_2, \dots, p_n} \end{aligned} \quad (3)$$

称矩阵 D' 是矩阵 D 的平移, 矩阵 D' 到矩阵 D 的过程称为平移; 变换 T' 是 T 变换的平移变换。通过平移可以大大减小索引矩阵的大小, 在索引的同时引入了加减运算, 这在含有大量乘除运算的算法中可以提高算法的速度, 但在含有少量加减运算的算法中恐怕不能发挥索引算法的优势。在图像变换

中, 图像的灰度值的范围一般是在 $[0, 255]$ 之间, 变换的多个输入参数的动态范围也在 $[0, 255]$ 内, 这就为构造索引算法提供了方便。

模型 3 对于变换: $d = T\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, 如果 p_i 的定义域为有限长非负整数空间, 若 $\min(p_i) = 0$, $mp_i = \max(p_i) + 1$, 则必然存在一个 $\prod_{i=1}^{i=n} mp_i$ 维矩阵 D 和变换 T , 使得

$$d_{p_1, p_2, \dots, p_n} = T\{p_1, p_2, \dots, p_n\} \quad (4)$$

也就是说, 完全可以由整数变换的定义域和正变换核唯一构造一个矩阵, 使该矩阵每一元素值全部取自值域, 矩阵维数由定义域元素的个数和变换核长度决定, 矩阵元素的索引下标由变换输入参数在定义域中的位置决定。对于作用于 8 位深度图像的变换, 由于输入参数为像素的灰度值, 动态范围为 $[0, 255]$, 所以符合模型 3, 如 RGB-YUV 颜色空间转换。但这个模型并没有解决可逆索引问题。

模型 4 对于变换: $d = T\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, $d' = T'\{p'_1, p'_2, \dots, p'_m\}$ 是 T 的逆变换, 如果 p_i 的定义域为有限长非负整数空间, 若 $\min(p_i) = 0$, $mp_i = \max(p_i) + 1$, 则必然存在一个 $\prod_{i=1}^{i=n} mp_i$ 维矩阵 D 和变换 T , 使得:

$$d_{p_1, p_2, \dots, p_n} = T\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$$

如果 T 的值域为有限长非负整数空间, 若 $\min(p'_i) = 0$, $mp'_i = \max(p'_i) + 1$, 则必然存在一个 $\prod_{i=1}^{i=m} mp'_i$ 维矩阵 D' 和变换 T' , 使得

$$d'_{p'_1, p'_2, \dots, p'_m} = T'\{p'_1, p'_2, \dots, p'_m\}$$

模型 4 给出了一个可逆索引变换的模型, 对于 8 位深度图像的可逆变换而言, 满足 $\min(p_i) = 0$, $mp_i = 256$ 的条件, 但通常不满足 $\min(p'_i) = 0$ 条件, 依据模型 2, 通过平移可以实现可逆索引变换。在模型 4 中, 如果变换 T 为多尺度变换的变换核, 则可以构成多尺度索引变换。

3 图像处理中的索引多尺度变换

3.1 整数提升小波变换的索引算法分析

最初频率域中构造小波的方法依赖于 Fourier 变换, 而提升方法构造小波是在空间域中进行的, 它对非均匀分布和采样的数据也可以给出相应的多分辨表示。提升方法下的快速小波变换算法分成 3

步:分裂、预测、更新。Calderbank^[7]等人提出了利用提升小波构造整数到整数的小波变换的方法,整数到整数的变换也大大提高了变换的速度。

整数小波变换在图像处理中得到广泛的应用,图像这种特殊的对象赋予整数小波变换一些重要的性质。我们处理的图像深度一般是 8 位,假设对 256 色灰度图像进行一次横变换,整数小波变换中输入参数(也就是图像像素值)动态范围为 0 到 255 的整数,输出参数包括高频系数和低频系数两个部分,由于同时存在预测和更新两个环节,高频系数的动态范围和低频系数的动态范围都被扩大,这就大大地增加索引矩阵 D 的维数。以 5/3 小波为例,其预测变换和更新变换分别为

$$d_{1,l} = s_{0,2l+1} - \lfloor 0.5(s_{0,2l} + s_{0,2l+2}) + 0.5 \rfloor \quad (5)$$

$$s_{1,l} = s_{0,2l} + \lfloor 0.25(d_{1,l-1} + d_{1,l}) + 0.5 \rfloor \quad (6)$$

高频系数 $d_{1,l}$ 的动态范围扩大为 $[-255, 255]$, 低频系数的动态范围扩大为 $[-127, 383]$ 。如果进行一层小波变换,则这种动态范围的扩大对小波变换影响较小,但是如果进行多层小波变换,前一次的小波变换的输出低频系数将作为后一次小波变换的输入,显然,动态范围的扩大将增加多层小波变换索引矩阵的存储空间。另一方面,如果小波变换要实现逆变换以重构图像,则这次小波变换的输出就将变成逆变换的输入,所以正变换输出动态范围的扩大对于逆变换也是十分不利。

基于上面描述的事实,是否可以通过改造提升小波变换的结构,以消除这种动态范围的扩大?实际上,对于多层小波变换,存在一种比较理想的情况:变换输出系数的动态范围和输入的动态范围相同,仍然是 0 到 255 的整数。由于每次变换输入参数的动态范围固定,所以每次输出的高频系数的动态范围也固定,这样带来两个好处:其一是多层正变换可以使用相同索引矩阵;其二是多层逆变换也可以使用相同索引矩阵。前面已经提到,造成动态范围增加的直接原因是更新环节的存在,所以我们尝试取消更新环节。也就是说变换只包括两个步骤:分裂,预测;分裂和预测描述和文献[7]完全相同,逆变换就是正变换的逆过程。

3.2 一种索引多尺度算法

由上小节分析可知,小波变换低频系数动态范围扩大最直接的原因是由于更新环节的存在,所以对 5/3 小波变换进行改造,取消更新环节,于是构造了一个新的多尺度变换:

$$d_{1,l} = s_{0,2l+1} - \lfloor 0.5(s_{0,2l} + s_{0,2l+2}) + 0.5 \rfloor \quad (7)$$

$$s_{1,l} = s_{0,2l} \quad (8)$$

逆变换为

$$s_{0,2l} = s_{1,l} \quad (9)$$

$$s_{0,2l+1} = d_{1,l} + \lfloor 0.5(s_{0,2l} + s_{0,2l+2}) + 0.5 \rfloor \quad (10)$$

在正变换中,变换核式(7)有 3 个输入参数,3 个输入参数的定义域均为 0 到 255 的有限长整数空间,则按照模型 3, D 的维数为 $256 \times 256 \times 256$ 。在变换中,由于不涉及到计算,每个元素的存储空间为一个字节,则所需的存储空间为 16M,这显然超出了普通微机的承受限度。另一方面,变换后 $d_{1,l}$ 的动态范围变为 $[-255, 255]$,在实际应用的图像中,如航拍图像、SAR 图像、卫星图像和自然图像, $d_{1,l}$ 的动态范围总是小于 $[-127, +127]$,所以,可以通过平移将动态范围调整到 $[0, 255]$,从而使输入与输出具有相同的动态范围。结合消耗内存资源较大这个因素,我们将变换核分解成两步:

$$(1) \hat{s} = \lfloor 0.5(s_{0,2l} + s_{0,2l+2}) + 0.5 \rfloor$$

$$(2) d_{1,l} = s_{0,2l+1} - \hat{s} + 128$$

逆变换核式(10)也分解成两步:

$$(1) \hat{s} = \lfloor 0.5(s_{0,2l} + s_{0,2l+2}) + 0.5 \rfloor$$

$$(2) s_{0,2l+1} = d_{1,l} + \hat{s} - 128$$

正变换和逆变换中第 1 步的索引矩阵完全相同, $d_{1,l}$ 的动态范围为 $[0, 255]$,则逆变换索引矩阵存储空间等于 128K。若同时执行正变换和逆变换,由于可以共用索引矩阵,总的存储空间仅需 192K。

以对一幅 256×256 的灰度图像进行一次修改后的多尺度变换为例,一般方法首先需将图像数据转换为 4 个字节的浮点数形式,然后进行变换,变换后再将变换结果转换为一个字节的整数形式。显然转换成浮点数形式需要的存储空间就达 512K,而且还需要进行整数和浮点数之间的转换。而索引算法通过数值索引免去了大量的算术运算和变量类型转换,不但节省了大量的 CPU 资源,而且在大尺度图像情况下还可以节省计算过程中消耗的内存资源。存放索引矩阵需要 128K 的额外内存消耗,即使是 64M 内存配置的计算机也能承受。而且这种索引算法完全可以固化到硬件中实现快速索引。简单地在 Matlab 环境下,用索引方法和一般方法实现了修改后的多尺度变换,并用 10 幅 512×512 的图像进行 3 层变换,得到 3 层变换的平均消耗时间,如表 1 所示。由于索引算法中没有加减乘除这些算术运算,所以运算速度显著提高。

表1 索引算法与普通算法速度比较

Tab.1 Velocity of index algorithm VS regular method

单位:s

算法	第1层	第2层	第3层
索引算法	4.932	0.462	0.064
一般算法	12.832	2.523	0.581

4 结论

本文给出了几种索引算法模型,然后分析了整数提升小波变换的性质,针对其索引算法的索引矩阵存储空间问题,对5/3小波变换进行了改造,提出了一种新的图像多尺度变换。该变换的高频系数和低频系数的动态范围与原始图像像素值的动态范围相同,可以实现多级可逆索引算法。由于索引多尺度算法没有引入任何的算术运算,用矩阵索引代替算术运算,从而显著地提高变换的速度,可应用于重构性要求不高的边缘检测,特征提取等场合。

本文提出的几个索引算法模型可以应用于很多场合,但本文提出的索引多尺度变换仍然存在很多缺陷,如仅适用于灰度变化比较平缓的图像,而且对其分频特性也值得怀疑,但作为一种基于索引的可逆多尺度变换却是一种有意义的尝试。

参考文献 (References)

1 DU Xiang-wen, CHEN He-xin, ZHAO Yan. Multiplierless fast DCT

algorithm based on look-up-table[J]. Computer Engineering, 2004, 30(20):159~160. [杜相文,陈贺新,赵岩. 基于查表的无乘法DCT快速算法[J]. 计算机工程,2004,30(20):159~160.]

2 YANG Sheng-tian, QIU Pei-liang. Rapid binary block arithmetic coder[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2004, 38(4):461~464,477. [杨胜天,仇佩亮. 一个快速的二值分组算术编码器[J]. 浙江大学学报(工学版), 2004, 38(4):461~464,477.]

3 ZHAO Zhi-yu, WU Fei, YU Sheng-sheng, et al. A fast lookup table algorithm for finding roots of quadric or cubic polynomials in the GF(2m) [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2005, 33(2):70~72. [赵志宇,吴非,余胜生等. 一种求解GF(2m)上2,3次多项式根的快速查表算法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2005, 33(2):70~72.]

4 LI Yong, SU Xian-yu. Fast algorithm for reliability-guided phase unwrapping[J]. Opto-electronic Engineering, 2005, 32(11):76~79. [李勇,苏显渝. 用于可靠性导向相位展开的快速算法[J]. 光电工程, 2005, 32(11):76~79.]

5 HUANG Xiang-dong, WANG Zhao-hua. All-phase FIR adaptive notch filter based on coefficient look-up table [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2006, 20(3):80~84. [黄翔东,王兆华. 基于系数查找表的全相位FIR自适应陷波器[J]. 电子测量与仪器学报, 2006, 20(3):80~84.]

6 Doe Hyun Yoon, Michael Yeh. A Look-up Table Based Adaptive Reversible Multiplication-free Transform [EB/OL]. <http://www.stanford.edu>, 2006-10-10.

7 Calderbank A R, Daubechies I, Sweldens W, et al. Wavelet transforms that map integers to integers [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2000, 7(1):91~93.