

LS9/7 小波定点实现

杜列波 肖学敏 鲁琴 罗武胜

(国防科技大学机电工程与自动化学院,长沙 410073)

摘要 JPEG2000 压缩算法在卫星遥感图像压缩领域有着广阔的应用前景,但由于 JPEG2000 中的 CDF9/7 小波提升系数是一组无理数,其直接用于提升算法存在计算复杂度高、存储量急剧增加的问题,因此,需要对其进行定点实现。CDF9/7 定点实现方法虽可以解决上述问题,但存在恢复图像质量下降的缺点。为了解决这一矛盾,在构造 LS9/7 小波的基础上,结合后拉伸算法,提出了一种 LS9/7 小波定点实现方法。与 CDF9/7 的两种定点实现方法相比,其计算复杂度分别降低了 34% 和 28.3%,而恢复图像的质量(信噪比)却提高了 3dB 以上,与 CDF9/7 浮点实现方法的性能相当。

关键词 LS9/7 CDF9/7 JPEG2000 定点实现 提升算法 后拉伸

中图分类号:TN919.8 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)10-1833-04

Fixed-point Implementation of LS9/7 DWT

DU Lie-bo, XIAO Xue-min, LU Qin, LUO Wu-sheng

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract JPEG2000 compression algorithm has broad applications in the field of satellite remote image compression. However, the lifting coefficients of CDF9/7 are a group of irrational numbers, which result in complex computation and require vast storage directly used in lifting algorithm, plus a fixed-point method is needed. The existed fixed-point implementation methods of CDF9/7 can solve the problem of computation and storage, but they degrade the quality of the reconstructed image. In order to solve this problem, a fixed-point implementation method of LS9/7, based on constructing LS9/7 wavelet bases and adopting post-scaling method, is proposed in this paper. Compared with two fixed-point implementation methods of CDF9/7, the complexity of computation has been decreased by 34% and 28.3% and the quality of reconstructed image has been improved by more than 3db. Its performance is very close to the float-point implementation of CDF9/7.

Keywords LS9/7, CDF9/7, JPEG2000, fixed-point implementation, lifting algorithm, post-scaling

1 引言

JPEG2000 作为新一代静态图像的压缩标准,由于其采用了具有高效和多分辨率特点的离散小波变换,因此其恢复图像的质量具有其他压缩方法所不能比拟的优势,在卫星遥感图像压缩领域有着广阔的应用前景^[1,2]。JPEG2000 支持 5/3 和 9/7 两种小波滤波器组^[3],其中前者一般用于小压缩比的无损压缩,后者用于大压缩比的有损压缩。

因此,若要将 JPEG2000 压缩算法应用于大压缩比的星载遥感图像压缩,则需要采用 9/7 小波滤波器组。但由于 CDF9/7 小波提升系数是一组无理数,需要用浮点表示,因此其对应的小波变换提升算法存在计算复杂度高、存储量急剧增加的问题。要将基于小波变换的压缩算法应用于星载遥感图像等实时压缩的领域,亟需降低小波变换的计算复杂度和存储量。

CDF9/7 小波定点实现方法可以较好地解决计算复杂度和存储量问题,常用的小波定点实现方法

有分数法^[4]和算术移位法^[5]。其中分数法是先分数去逼近提升系数,再将提升运算转换为乘法和移位操作;而算术移位法则是先用一组二进制数去逼近提升系数,再将提升运算转换为移位和加法操作。然而,采用以上两种方法均只能在一定程度上对其系数进行逼近,而无法实现精确转换,这使得恢复图像的质量严重下降。

为此,本文以 LS9/7 小波为基础,通过后拉伸缩放,并结合移位-加和移位-乘操作,设计了一种 LS9/7 小波定点实现方法。实验表明,该方法不仅计算复杂度低,所需存储量小,而且性能优于 CDF9/7 定点实现,和 CDF9/7 浮点实现相当。

2 LS9/7 小波的提升构造

文献[6]通过设立分解 9/7 小波函数的 2 阶消失矩来得到以 α 为自由变元的提升系数组

$$\begin{cases} \beta = -\frac{1}{4(1+2\alpha)^2} \\ \gamma = -\frac{1+4\alpha+4\alpha^2}{1+4\alpha} \\ \delta = \frac{1}{16}\left[4 - \frac{2+4\alpha}{(1+4\alpha)^4} + \frac{1-8\alpha}{(1+2\alpha)^2}\right] \\ \zeta = \frac{2\sqrt{2}(1+2\alpha)}{1+4\alpha} \end{cases} \quad (1)$$

当选择 $\alpha = -3/2$ 时,提升构造出的小波即为满足双正交定理的 LS9/7 小波,其提升系数与 CDF9/7 小波提升系数如表 1 所示。通过对比 LS97 小波和 CDF9/7 小波的 5 个提升系数可见,LS97 小波的前 4 个为有理数,而且其中 3 个是分母为 2 的整数次幂的组合,在提升计算过程中可以把此部分提升系数的浮点运算精确转化为移位和加法操作,由于其避免了浮点运算,因而它的计算相对于 CDF9/7 小波的提升计算要简单得多。

表 1 CDF9/7 和 LS9/7 小波提升系数比较

Tab. 1 The comparison of the lifting coefficients based CDF9/7 and LS9/7

小波类别	α	β	γ	δ	ζ
CDF9/7	-1.586 134 342	-0.052 980 118	0.882 911 075	0.443 506 852	1.149 604 399
LS9/7	-3/2	-1/16	4/5	15/32	4 $\sqrt{2}$ /5

3 LS9/7 小波定点实现

3.1 基于移位-加定点实现提升系数 α, β 和 δ

对于 LS97 小波提升系数 α, β 和 δ ,可以将其精确地转换为两项以内的 2 的整数次幂的相加(减),转换式如下:

$$\alpha = -1.5 = -2^0 - 2^{-1} \quad (2)$$

$$\beta = -1/16 = -2^{-4} \quad (3)$$

$$\delta = 15/32 = 2^{-1} - 2^{-5} \quad (4)$$

在实际的提升运算操作中,被操作数与 α, β 和 δ 相乘,等价于将被操作数左(右)移相应的位数后,再相加(减)。以提升系数 δ 为例,如果操作数用 X 表示,则 δ 与 X 相乘就转换为如下所示的移位-加操作:

$$\delta \times X = (X \gg 1) - (X \gg 5) \quad (5)$$

3.2 基于移位-乘定点实现提升系数 γ

对于 LS97 小波提升系数 γ ,采用两次移位-加进行的最佳逼近操作如下:

$$\gamma = 4/5 \approx \begin{cases} 1 - 2^{-2} = 0.75 \\ 2^{-1} + 2^{-2} = 0.75 \end{cases} \quad (6)$$

由于两次移位-加操作的逼近误差较大为 0.25,因此要获得更精确的逼近,就必须增加移位-加操作的项数,但这必然会增大定点实现的计算量。为了解决逼近精度与计算量之间的矛盾,必须采用移位-乘操作来定点实现提升系数 γ 。

移位和乘法的操作数的选择直接影响逼近的精度,为了获得最优的移位和乘法操作数组组合,本文设计了一个搜索算法,其搜索原理如下:先将浮点数 γ 与 2 的 $i(0, 1, \dots, N)$ 次幂相乘,四舍五入后取整,得到乘法操作数 M_i ;然后将 M_i 转换成浮点数后再除以 2 的 i 次幂,即得到系数 γ 的逼近值 γ_i ;最后在 $N + 1$ 个系数逼近值中选出最优逼近系数 γ_{opt} ,则与该系数对应的乘法操作数便是最优乘法操作数 M_{opt} ,而取得最优逼近系数时的 i 值便为最优移位操作数。需要说明的是, i 的取值范围取决于小波变换提升运算寄存器的宽度。以 32bits 宽度的运算寄存器为例,若与 γ 系数相乘的操作数为 16bits,则为了防止乘法运算过程产生溢出,乘法操作数必须不能超过 2 的 16 次幂, N 的取值相应取为 16。

表 2 给出了不同的 N 取值下,用搜索算法计算得

到的与 γ 系数对应的最佳移位-乘操作及其逼近误差。从表 2 可见,当寄存器的宽度与 γ 系数相乘的操作数所占的存储宽度差为 4bits 时,逼近误差仅为采

用两次移位-加操作的一半,而且随着宽度差的增大,逼近误差越来越小,当宽度差达到 16bits 时,则逼近误差几乎可忽略不计。

表 2 与不同 N 取值对应的最优移位-乘操作

Tab. 2 The corresponding optimal shift-multiply operation with different value of N

N	4	5	6	7	8	9	10
最优移位-乘操作	* 13 >> 4	* 13 >> 4	* 51 >> 6	* 51 >> 6	* 205 >> 8	* 205 >> 8	* 819 >> 10
最优逼近值	0.812 500	0.812 500	0.796 875	0.796 875	0.800 781	0.800 781	0.799 805
逼近误差	0.012 500	0.012 500	0.003 125	0.003 125	0.000 781	0.000 781	0.000 195
N	11	12	13	14	15	16	17
最优移位-乘操作	* 819 >> 10	* 3 277 >> 12	* 3 277 >> 12	* 13 107 >> 14	* 13 107 >> 14	* 52 429 >> 16	* 52 429 >> 16
最优逼近值	0.799 805	0.800 049	0.800 049	0.799 988	0.799 988	0.800 003	0.800 003
逼近误差	0.000 195	0.000 049	0.000 049	0.000 012	0.000 012	0.000 003	0.000 003

3.3 基于后拉伸和移位-乘定点实现缩放因子

LS9/7 小波提升系数中的缩放系数 $\zeta(\zeta = 4\sqrt{2}/5)$ 是一个无理数,若直接对其进行定点实现,则必然会导致较大的系数失真,本文的实现思路是,先利用后拉伸提升算法将缩放系数转换成一系列缩放因子,再对这些缩放因子采用移位-乘方法对其进行定点实现。由于所有的缩放因子仅与 $\zeta^2(\zeta^2 = 32/25)$ 有关,且全部为有理分数,因此在此基础上再做定点实现时,可以获得更高的逼近精度。

在离散小波变换提升算法^[7]中,小波分解需要 4 个提升步骤和两个缩放步骤,而采用后拉伸提升算法^[8]时,分解过程只执行提升步骤,缩放步骤是在小波多级分解全部完成后才按子带进行缩放,不同的子带缩放因子不同。对于 $L(L \geq 1)$ 级小波分解,若按图 1 所示的逆“Z”字扫描方式来定义子带,则与各子带 B_i 对应的缩放因子 $S[i](0 \leq i \leq 3L + 1)$ 可根据以下算法递推:

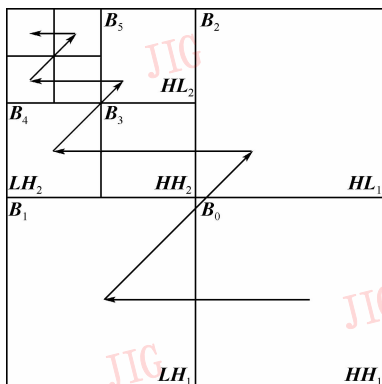


图 1 小波分解子带定义

Fig. 1 The definition of subbands from DWT

$$S[0] = 1/\zeta^2; S[1] = 1; S[2] = 1; S[3] = \zeta^2;$$

$$\text{for}(i = 4; i < = 3 \times L; i + = 3)$$

$$\{S[i] = S[i - 1]; S[i + 1] = S[i - 1];$$

$$S[i + 2] = S[i - 1] \times \zeta^2; S[i - 1] \times = 1/\zeta^2;\}$$

以 4 级小波变换为例,小波分解后共产生 13 个子带,对应 13 个缩放因子。取运算寄存器的宽度与缩放因子所占的存储宽度差为 16bits,根据上一小节所述的移位-乘转换中的搜索算法来对每一个缩放因子进行逼近,所得到的相应的乘法和移位操作数如表 3 所示。

表 3 4 级小波变换缩放因子及其对应的移位-乘操作

Tab. 3 The factors and corresponding shift-multiply operations of four-level DWT

小波子带	缩放因子	“移位-乘”操作	逼近误差
0	$1/\zeta^2 = 25/32$	* 25 >> 5	0.0
1	1	无需操作	0.0
2	1	无需操作	0.0
3	1	无需操作	0.0
4	$\zeta^2 = 2^5/5^2$	* 41 943 >> 15	0.000 001
5	$\zeta^2 = 2^5/5^2$	* 41 943 >> 15	0.000 001
6	$\zeta^2 = 2^5/5^2$	* 41 943 >> 15	0.000 001
7	$\zeta^4 = 2^{10}/5^4$	* 53 687 >> 15	0.000 003
8	$\zeta^4 = 2^{10}/5^4$	* 53 687 >> 15	0.000 003
9	$\zeta^4 = 2^{10}/5^4$	* 53 687 >> 15	0.000 003
10	$\zeta^6 = 2^{15}/5^6$	* 4 295 >> 11	0.000 016
11	$\zeta^6 = 2^{15}/5^6$	* 4 295 >> 11	0.000 016
12	$\zeta^8 = 2^{20}/5^8$	* 10 995 >> 12	0.000 028

4 实验结果及分析

4.1 计算复杂度分析

为了验证 LS9/7 小波定点实现方法在计算复杂度上的改进,以 $1\ 024 \times 1\ 024$ pixels 的遥感图像为例,进行 4 级小波变换,同时与 CDF9/7 小波基于算术移位法和分数法的定点实现方法进行了比较,并将 3 种定点实现方法所涉及的乘法、移位和加(减)法操作的时间

统一用时钟周期来表示,并用实现周期总数对算法的计算复杂度进行定量分析。对于不同的处理器,其乘法、移位和加(减)法指令所需的时钟周期有所不同,但一般乘法指令需要的时钟周期是移位和加(减)法指令所需时钟周期的数倍。这里以 C6000 系列高速 DSP 处理器为例,其乘法指令需要 4 个时钟周期、而移位和加法运算仅需要 1 个时钟周期。比较结果如表 4 所示,从表 4 可以看出,LS9/7 小波定点实现方法较之 CDF9/7 小波分数法和算术移位法定点实现方法,其计算复杂度大大降低,分别降低了 34.0% 和 28.3%。

4.2 恢复图像质量评价

关于不同方法恢复图像的质量,本文分别采用

表 4 LS9/7 小波和 CDF9/7 小波定点实现的计算复杂度比较

Tab. 4 The comparison of complexity about the fix-point implementation based LS9/7 and CDF9/7

定点实现方法	乘法操作(次)	移位操作(次)	加法操作(次)	时钟周期(个)
CDF9/7 小波分数实现方法	1.392 64e+7	1.392 64e+7	无	6.963 2e+7
CDF9/7 小波算术移位实现方法	无	2.785 28e+7	3.620 684e+7	6.406 144e+7
LS9/7 小波本文实现方法	4.177 92e+6	1.810 432e+7	1.114 112e+7	4.595 712e+7

表 5 LS9/7 小波和 CDF9/7 小波恢复图像的质量比较

Tab. 5 The comparison of reconstructed image quality about LS9/7 and CDF9/7

图像号	不同方法恢复图像质量的 PSNR 值(dB)			
	CDF9/7 小波分数法定点实现	CDF9/7 小波算术移位法定点实现	LS9/7 小波定点实现	CDF9/7 小波浮点实现
01	37.738 9	36.254 5	40.035 4	41.001 5
02	37.644 7	35.965 4	40.000 2	40.973 8
03	38.243 0	36.354 8	40.702 4	41.619 8
04	38.557 8	36.587 5	41.113 2	41.901 2
05	37.241 5	36.063 2	40.354 7	40.884 3
06	37.968 4	36.789 5	40.628 8	41.100 2

5 结 论

本文提出的 LS9/7 小波定点实现方法较 CDF9/7 小波两种定点实现方法的图像恢复质量得到了改善,与 CDF9/7 小波浮点实现方法相当,而且该方法比 CDF9/7 小波浮点实现方法的计算复杂度大大降低。在星载图像 JPEG2000 实时压缩应用中,若将 JPEG2000 压缩算法中的 CDF9/7 小波用 LS9/7 小波替换,并采用本文方法对其定点实现,则能够在获得与 CDF9/7 小波浮点方法性能相当的基础上,较大程度地提高压缩系统的实时性能。

参考文献 (References)

1 Didier Nicholson. An effective satellite on-board JPEG2000 image

CDF9/7 小波浮点实现方法、CDF9/7 小波两种定点实现方法和 LS9/7 小波定点实现方法对 4 幅 1024×1024 pixels 大小的星载遥感图像进行 4 级小波分解,压缩比为 4:1,并用峰值信噪比 (peak signal noise ratio, PSNR) 对 9/7 小波的 4 种实现方法进行客观评价,比较结果如表 5 所示。从表 5 可以看出,LS9/7 小波定点实现方法的 PSNR 值要比 CDF9/7 的两种定点实现方法高 3 到 4dB,比 CDF9/7 小波的浮点实现方法约低 1dB。由此可见,基于 LS9/7 小波定点实现方法的恢复图像的质量相比于基于 CDF9/7 小波定点实现方法的恢复图像质量得到了较大的改善,与基于 CDF9/7 小波浮点实现方法的恢复图像的质量相当。

(de) coding implementation based on PIRANHA systematic-DSP [A]. In: Proceedings of 20th AIAA International Communication Satellite Systems Conference and Exhibit [C], Montreal, Quebec, Canada, 2002:1~7.

- Tobias Trenschel, Timo Bretschneider, Graham Leedham. Using JPEG2000 on-board mini-satellites for image-driven compression [A]. In: Proceedings of IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium [C], Toulouse, France, 2003:2033~2035.
- JPEG2000 Part1 Final Committee Draft Version 1.0 [S]. ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 N1646R, 2000.
- Ding Gui-guang, Guo Bao-long, Wang Yong. A kind of lifting 9-7-tap wavelet filter for hardware implementation [J]. Journal of Xidian University, 2003, 30(5): 603~606. [丁贵广, 郭宝龙, 王勇. 一种适于硬件实现的提升 9-7 小波滤波器 [J]. 西安电子科技大学学报, 2003, 30(5): 603~606.]
- Yao Rui-kun, Yi Qing-ming. 97 wavelet transform algorithm with arithmetic shift for hardware [J]. Microelectronics & Computer, 2006, 23(2): 126~127. [姚瑞琨, 易清明. 适于硬件实现的 97 小波变换算术移位法 [J]. 微电子学与计算机, 2006, 23(2): 126~127.]
- Zhong Guang-jun, Cheng Li-zhi, Chen Huo-wang. A simple 9/7 wavelet filter based on lifting [J]. Computer Engineering & Science, 2003, 25(1): 35~37. [钟广军, 成礼智, 陈火旺. 基于提升方法的简单 9/7 小波滤波器 [J]. 计算机工程与科学, 2003, 25(1): 35~37.]
- Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps [J]. Journal Fourier Analysis, 1998, 4(3): 245~267.
- Zhong Guang-jun, Cheng Li-zhi, Chen Huo-wang. Fast lifting algorithm for multi-level and multi-dimensional discrete wavelet transform [J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 19(11): 1475~1477. [钟广军, 成礼智, 陈火旺. 多级多维离散小波变换的快速提升计算 [J]. 电子学报, 2001, 19(11): 1475~1477.]