

数字双边全变差滤波及非线性去噪

邵文泽¹⁾ 韦志辉²⁾

¹⁾(南京理工大学计算机科学与技术学院, 南京 210094) ²⁾(南京理工大学研究生院, 南京 210094)

摘要 为了更好地滤波,在研究基于数字滤波器的图像去噪问题的基础上,首先简洁地建立了双边滤波与最优能量泛函之间的理论联系,同时导出一类广义双边滤波器;然后基于双边滤波在阶数大邻域中的双重异性加权滤波机制,推广了Chan提出的数字全变差(TV)模型,提出了一种数字双边TV模型;随后,建立了基于数字双边TV模型的最优能量泛函,并且导出了适于高斯噪声和脉冲噪声两种情形的非线性数字双边全变差滤波器。实验结果显示,无论是在视觉效果方面,还是去噪后图像的峰值信噪比方面,双边全变差滤波都是对双边滤波和全变差滤波极为合理而有效的推广。尤其对于脉冲噪声,该双边全变差滤波的去噪性能明显优于中值滤波器,具有重要的实用价值。

关键词 非线性去噪 稳健估计 双边滤波 全变差 边缘保持

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)07-1178-07

Digital Bilateral TV Filtering and Nonlinear Denoising

SHAO Wen-ze¹⁾, WEI Zhi-hui²⁾

¹⁾(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

²⁾(Graduate School, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract The paper mainly focuses on the problem of filtering-based noise removal. First of all, the theoretical relationship between bilateral filtering and an optimization functional is concisely constructed, and meanwhile with a kind of generalized bilateral filtering derived. Through combining the idea of bilateral filtering with the digital TV model proposed by Chan, a new regularization term is proposed, based on which a unified optimization functional is subsequently constructed in both cases of Gaussian noise and impulse noise. Finally, a digital bilateral TV filtering is deduced by solving the Euler-Lagrange equation of the optimization functional. Experiment results demonstrate that the digital bilateral TV filtering is a reasonable and effective generalization of both the bilateral filtering and digital TV filtering. Especially for the impulse noise, digital bilateral TV filtering behaves much better than Median filtering, and hence it is a good method for the actual application.

Keywords nonlinear denoising, robust estimation, bilateral filtering, total variation, edge-preserving

1 引言

在图像处理领域,图像平滑一直是经久不衰的重要研究课题^[1-16],这一方面是由于滤除实际过程中的各种随机噪声,能够在提高图像视觉质量的同时,为后续处理任务提供更为精确的细节信息,如图像压缩、边缘检测、目标识别等;另一方面,由于其理论框架的重要意义,能够为诸多图像处理问题提供统一的理论基础和实现机制,如图像复原、图像分

割、超分辨率重建等。

高斯低通滤波是一种早为人知的图像平滑过程。该过程通过高斯核函数加权平均邻域像素灰度值作为当前像素灰度值,从而在提高图像信息相关性的同时,增强图像内容的可视性。然而众所周知的是,高斯滤波在平滑噪声的同时亦模糊了图像中最重要的视觉特征,即边缘信息。事实上,在提高图像信息相关性过程中,高斯滤波忽略了图像信息本身的一个重要特征,即不同性质的区域信息具有不同强度的相关性:在图像的低对比度区域(光滑区域),像素间的相

收稿日期:2005-10-24;改回日期:2006-04-26

第一作者简介:邵文泽(1981-),男,博士研究生。研究方向包括图像建模、图像恢复、图像插值、超分辨率复原、数学反问题。E-mail: shaowenze@qianlong.com

关性较强,而在高对比度区域(边缘区域),相关性则较弱。为此,在过去的 20 多年中,研究者在边缘保持的自适应图像平滑方面做出了大量卓有成效的研究工作^[1-16]。主要包括基于图像建模的最小能量泛函方法^[2,3,11,13-15],基于线过程的正则化方法^[15,16],基于非线性热传导方程的各向异性扩散方法^[2,3,12,17],以及非线性数字滤波器方法^[1,4-7,12,13]。

非线性数字滤波器凭借其简单、直观、易行的实现机制,在图像平滑中占有重要地位。特别是近年来,数字滤波器的理论研究和数值实现一直是热门研究课题,并取得了一系列新的研究进展。1998 年, Tomasi 和 Manduchi 提出的双边滤波器(bilateral filtering, BF)^[1] 近年来倍受广大学者的广泛关注^[10,12,13]。与传统滤波器^[4,7]不同的是,双边滤波器同时考虑邻域像素与中心像素间的几何距离度量和灰度相似性度量(两种度量均采用高斯核函数),对邻域中距离接近和灰度相似的像素赋予较大权重,反之则赋予较小权重。正是这种双重异性加权机制(距离各势异性与灰度各向异性)保证了双边滤波器边缘保持性的图像平滑。2001 年, Elad 证明了双边滤波器实质上是基于双边加权思想的最小二乘能量泛函在 Jacobi 算法下的单步迭代格式^[13],然而推导过程却相当繁琐。同年, Chan 基于数字 TV 模型提出了一种数字全变差(digital total variation, DTV)非线性平滑滤波器,并证明 DTV 滤波器是基于经典 TV 模型的最小能量泛函在半点格式下的等价数值求解格式。TV 模型本质上属于各向异性扩散模型的范畴,因此 DTV 滤波器实质上是通过热传导系数来自适应地控制各个像素点的扩散量,使得在低对比度区域促进扩散,在高对比度区域则抑制扩散,从而实现边缘保持的图像平滑。同时, DTV 滤波器的设计特点还使之具有特殊的信息反馈机制。2002 年, Barash 则将双边滤波思想分别引入自适应滤波器^[7]和各向异性扩散模型,从理论上建立了三者之间的联系^[12]。

基于上述研究工作,本文试图从以下不足继续展开深入分析。首先,关于双边滤波器与最小能量泛函之间的关系, Elad 给出的推导过程相当繁琐。其次, DTV 滤波器仅仅局限于较小邻域,并且完全忽略了邻域像素与中心像素间的距离度量因素,因而很大程度上限制了该滤波器的滤波性能。另外, Tomasi、Elad、Chan、Barash 等人的研究工作完全基于高斯噪声情形,而未考虑椒盐噪声情形下的滤波

器设计问题,然而众所周知,脉冲噪声是一种更为特殊的滤波情形。

鉴于双边滤波优良的噪声抑制性,本文研究基于数字滤波器的图像去噪问题。文中首先简洁地建立了双边滤波与最优能量泛函之间的理论联系,同时导出一类广义双边滤波器。基于双边滤波在阶数大邻域中的双重异性加权滤波机制,本文推广了 Chan 提出的数字全变差模型,提出了一种数字双边全变差模型(digital bilateral total variation, DBTV)。随后,建立了基于 DBTV 模型的最优能量泛函,并且分别导出了适于高斯噪声和脉冲噪声两种情形的非线性数字双边全变差滤波。实验结果显示,无论是视觉效果方面还是峰值信噪比方面,双边全变差滤波是对双边滤波和全变差滤波极为合理而有效的推广。尤其对于脉冲噪声,双边全变差滤波的去噪性能明显优于中值滤波器,具有重要的实用价值。

2 基于图结构的图像描述

灰度图像作为 2 维离散信号,基于图结构的图像描述非常直观^[4]。图 G 是指一个有序的三元组 (Ω, E, φ) ,其中 Ω 称为结点集(非空), E 称为边集, φ 称为关联函数,它使 G 的每条边对应于 G 的无序结点对(不必相异)。若 $e \in E, \varphi(e) = (x, y)$,则称边 e 连接结点 x 和 y ; 结点 x 和 y 称为边 e 的端点;若 $x = y$,则边 e 称为环。当在边集 E 上定义方向,此时方向边 e 称为弧,图 G 称为有向图。当在有向图 G 的每条弧 e 上定义权指标 $w(e)$,则称有向图 G 为赋权有向图。

可用赋权有向图结构来简单描述灰度图像 $u(x)$, $x \in \Omega$; 灰度图像 u 定义在非空结点集 Ω 上,每个结点 x 处的值为 $u(x)$; 对每个结点 $x \in \Omega$,可定义相应的 m 阶邻域系统 N_x ($m=1$ 对应最近的邻域系统; $m \geq 2$ 对应 $(1+2(m-1)) \times (1+2(m-1))$ 大小的邻域系统); 对每个结点 $x \in \Omega$,都有一条由结点 y 指向结点 $x \in \Omega$ 的弧,而且每条弧上都定义相应的权函数 $w_{x,y}$ 。

3 双边滤波器及其推广

假设图像观测模型为

$$u^0(x) = u(x) + n(x) \quad x \in \Omega \quad (1)$$

其中, u 为原始图像, u^0 为噪声污染图像, n 是均值为 0, 方差为 σ^2 的独立同分布高斯噪声, Ω 为图像 u

的非空结点集。

基于图结构,双边滤波器可以表示为

$$u(x) = \sum_{y \in N_x} ww_{x,y} u^0(y), x \in \Omega \quad (2)$$

其中,

$$ww_{x,y} = h_{x,y} / \sum_{y \in N_x} h_{x,y} \quad (3a)$$

$$h_{x,y} = d_s(x,y) d_R(u^0(x), u^0(y)) \quad (3b)$$

N_x 为结点 x 的 $m(\geq 2)$ 阶邻域系统。 $d_s(x,y)$ 为结点 x 和 y 间的几何距离度量函数, $d_R(u^0(x), u^0(y))$ 为结点 x 和 y 间的灰度相似性度量函数,正是由于这种双重异性加权机制(距离各势异性与灰度各向异性),使得双边滤波器具有良好的边缘保持性能。文献[1]中, d_s (下角 S 代表 spatial) 和 d_R (下角 R 代表 range) 分别定义为均值为 0, 方差为 σ_s 和 σ_R 的高斯核函数, 即当 $x, y \in \Omega$ 时,

$$d_s(x,y) = \exp\{-\|x-y\|^2/2\sigma_s^2\} \quad (4)$$

$$d_R(u^0(x), u^0(y)) = \exp\{-|u^0(x)-u^0(y)|^2/2\sigma_R^2\} \quad (5)$$

参数组 (m, σ_s, σ_R) 共同决定了图像的平滑程度, 且各分量均与平滑程度成正比。图 1 给出了双边滤波器在 2 阶邻域系统下的示意图, 其中, $ww_i (i=1, 2, \dots, 8)$ 为滤波图像当前邻域中各邻域结点的双重权重, ww_0 为中心节点的双重权重。

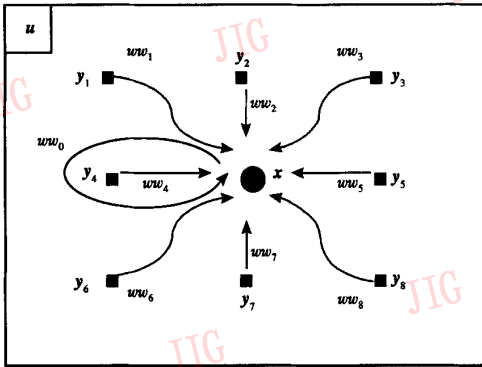


图 1 双边滤波器的示意图

Fig. 1 The sketch map of bilateral filtering

2001 年, Elad 证明了双边滤波器实质上是基于双边加权思想的最小二乘能量泛函在 Jacobi 算法下的单步迭代格式^[13], 然而推导过程却相当繁琐。本文试图更为简洁地建立双边滤波器与最小能量泛函之间的理论联系。基于稳健统计理论^[8,15]和双边加权思想, 本文建立了如下鲁棒的最小能量泛函

$$u = \arg \min_u J(u)$$

$$= \arg \min_u \left\{ \sum_{x \in \Omega} \sum_{y \in N_x} d(x,y) \rho_R(u(x) - u(y)) + \lambda \sum_{x \in \Omega} \rho_D(u(x) - u^0(x)) \right\} \quad (6)$$

其中, ρ_R 和 ρ_D 均为稳健 ρ -函数(对噪声异常点具有抑制作用, 对边缘强影响点具有保持作用); $d(x,y)$ 为结点 x 和 y 之间的距离度量函数; λ 为正则化参数; N_x 为 $m(m \geq 2)$ 阶邻域系统。根据变分理论, 式(6)在结点 x 处的欧拉-拉格朗日方程为

$$\delta J(u) / \delta u |_{x=0} = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{y \in N_x} d(x,y) \rho'_R(u(x) - u(y)) + \lambda \rho'_D(u(x) - u^0(x)) = 0 \quad (8)$$

当稳健函数 ρ_R 和 ρ_D 均满足 $\lim_{t \rightarrow 0} \rho'(t)/t = c > 0$, 式(8)可改写为

$$\sum_{y \in N_x} d(x,y) \frac{\rho'_R(u(x) - u(y))}{(u(x) - u(y))} (u(x) - u(y)) + \lambda \frac{\rho'_D(u(x) - u^0(x))}{(u(x) - u^0(x))} (u(x) - u^0(x)) = 0 \quad (9)$$

对式(9)进行简单整理, 并且令

$$h_{x,y} = \rho'_R(u(x) - u(y)) / (u(x) - u(y)) \quad (10a)$$

$$h_{x,x} = \rho'_D(u(x) - u^0(x)) / (u(x) - u^0(x)) \quad (10b)$$

$$ww = \lambda h_{x,x} + \sum_{y \in N_x} h_{x,y} \cdot d_{x,y} \quad (10c)$$

$$ww_{x,y} = (d_{x,y} \cdot h_{x,y}) / ww \quad (10d)$$

$$w_{x,x}^0 = \lambda h_{x,x}^0 / ww \quad (10e)$$

则得到如下非线性数字滤波器:

$$u(x) = \sum_{y \in N_x} ww_{x,y} u(y) + w_{x,x}^0 u^0(x) \quad (11)$$

显然, 式(11)的非线性数字滤波器同时具备双边滤波的双重异性加权机制和稳健 ρ -函数对奇异点(噪声异常点, 边缘强影响点)的鲁棒性处理机制, 因而是一种更为广义的双边滤波器。特别地, 当 $\lambda = 0, d(x,y) = d_s(x,y), \rho_R(t) = -\sigma^2 \exp\{-t^2/2\sigma^2\} + \sigma^2$ 且 $\rho'_R(t)/t = d_R(x,y)$ 时, 式(11)便退化为式(2)的双边滤波器。因此在式(6)框架下, 双边滤波器中灰度的高斯核权重本质上来源于稳健统计理论中的稳健 ρ -函数。

4 数字双边全变差滤波器

基于图结构, Chan 提出了一种数字全变差模型^[4]

$$DTV(u) = \sum_{x \in \Omega} |\nabla_x u| \quad (12)$$

其中, $|\nabla_x u|$ 定义为图像 u 在结点 x 处的局部变差

$$|\nabla_x u| = \sqrt{\sum_{y \in N_x} (u(y) - u(x))^2} \quad (13)$$

其中, N_x 为 1 阶或 2 阶邻域系统(文献[4]中采用 1 阶邻域系统)。

鉴于双边滤波优良的噪声抑制性能,同时借鉴双边滤波在阶数大邻域中的双重异性加权滤波机制,类似式(6)中的正则项,本文提出一种广义数字全变差模型,称为数字双边全变差模型

$$DBTV(u) = \sum_{x \in \Omega} |\nabla_x u|_B \quad (14)$$

其中, $|\nabla_x u|_B$ (下角 B 代表 bilateral, 下同) 定义为图像 u 在结点 x 处的距离加权局部变差

$$|\nabla_x u|_B = \sqrt{\sum_{y \in N_x} d_B(x, y) (u(y) - u(x))^2} \quad (15)$$

其中, N_x 为 $m(m \geq 3)$ 阶邻域系统, $d_B(x, y)$ 为结点 x 和 y 间的几何距离度量函数。可见,由于 DBTV 模型充分融合了双边滤波的双重异性加权机制和 DTV 模型的各向异性扩散机制,因而具有更强的噪声抑制能力,同时具有鲁棒的边缘保持性。为保证数值稳定性,还引入了规整化参数 ε (较小正数,本文取 $1e-10$),并定义如下规整化的距离加权局部变差

$$|\nabla_x u|_{B,\varepsilon} = \sqrt{\sum_{y \in N_x} d_B(x, y) (u(y) - u(x))^2 + \varepsilon^2} \quad (16)$$

本文定义 $d_B(x, y)$ 为如下均值为 0, 方差为 σ_B 的修正高斯核函数,即

$$d_B(x, y) = \begin{cases} \exp\{-\|x - y\|^2 / 2\sigma_B^2\} & y \neq x, y \in N_x \\ \omega(0 \leq \omega \leq 1) & y = x, y \in N_x \end{cases} \quad (17)$$

本文取 $\omega = 0$ 。在下文将会看到, $d_B(x, y)$ 的这种取法,使得每个当前邻域中心结点的灰度值仅由原始图像中对应当前邻域的中心结点的灰度值和前次滤波图像中当前邻域结点的灰度值决定,而前次滤波图像中当前邻域的中心结点贡献为零,这不仅强化了滤波过程中的信息反馈机制,而且有利于边缘特征的更好保持。由此可见,对于图像的低对比度区域中的结点,灰度值的确定是基于更大邻域的距离各势异性、灰度各向同性的滤波过程;而对于图像的高对比度区域中的结点,灰度值的确定则是基于更大邻域的双重异性滤波和图像信息反馈的过程。图 2 分别给出了 $\omega = 0.5$ 和 $\omega = 0$ 时 $d_B(x, y)$ 的 2 维示意图($\sigma_B = 1$)。

当图像观测模型(式(1))中 n 为一般类型噪声时,可以利用广义 Gaussian 分布近似其概率密度函数。为此,基于 DBTV 模型(式(14))和广义 Gauss

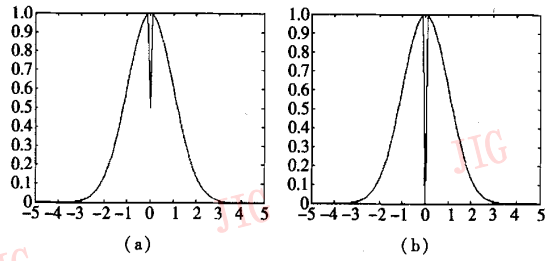


图 2 距离度量函数示意图

Fig. 2 The sketch map of the distance metric

分布,建立了如下最小数字能量泛函

$$u = \arg \min_u J_{DBTV}(u) = \arg \min_u \left\{ DBTV(u) + \frac{1}{p} \cdot \sum_{x \in \Omega} \lambda(x) |u^0(x) - u(x)|^p \right\} \quad (18)$$

其中, $\lambda(x)$ 为正则化参数,其取决于当前图像的噪声水平; $1 \leq p \leq 2$ 。特别地,高斯噪声情形下的 p 取值为 2 (对应 Gaussian 分布); 脉冲噪声情形下的 p 取值为 1 (对应 Laplacian 分布)。下面以高斯噪声情形为例,基于数字能量泛函(式(18))导出 DBTV 滤波。

将 p 取值 2 代入式(18)。容易证明,式(18)的求解等价于如下数字 Euler-Lagrange 方程

$$\sum_{y \in N_x} d(x, y) \left(\frac{1}{|\nabla_x u|_{B,\varepsilon}} + \frac{1}{|\nabla_y u|_{B,\varepsilon}} \right) (u(x) - u(y)) + \lambda(x) (u(x) - u^0(x)) = 0 \quad (19)$$

对式(19)进行简单整理,即可得到高斯噪声情形下的 DBTV 滤波

$$u(x) = \sum_{y \in N_x} w_{x,y} u(y) + \tilde{w}_{x,x}^0 u^0(x) \quad (20)$$

其中

$$w_{x,y} = \frac{\tilde{h}_{x,y}}{\lambda(x) + \sum_{y \in N_x} \tilde{h}_{x,y}} \quad (21a)$$

$$w_{x,x} = \frac{\lambda(x)}{\lambda(x) + \sum_{y \in N_x} \tilde{h}_{x,y}} \quad (21b)$$

$$\tilde{h}_{x,y} = d(x, y) \left(\frac{1}{|\nabla_x u|_{B,\varepsilon}} + \frac{1}{|\nabla_y u|_{B,\varepsilon}} \right) \quad (21c)$$

综上所述, DBTV 滤波充分融合了双边滤波的双重异性加权机制和 DTV 滤波的各向异性扩散及信息反馈机制,因此在理论上是对双边滤波和 DTV 滤波的有效而合理的推广。显然,式(20)是 Chan 等人提出的 DTV 滤波^[4]的推广。建立式(20)的迭代格式为

$$u^{(k+1)}(x) = \sum_{y \in N_x} ww_{x,y}^{(k)} u^{(k)}(y) + \tilde{w}_{x,x}^{0(k)} u^0(x) \quad (22)$$

其中, k 为迭代次数, $ww_{x,y}^{(k)}$ 和 $\tilde{w}_{x,x}^{0(k)}$ 由式 (21) 计算得到。图 3 给出了 DBTV 滤波器在 2 邻域系统下的示意图(几何度量函数中 $\omega = 0$)。其中, ww_i 为滤波图像当前邻域中各邻域结点的双重权重, 中心结点权重为 0, \tilde{w}_0 对应原始图像中当前邻域的中心结点的权重。

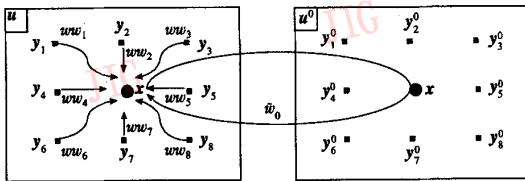


图 3 DBTV 滤波器的示意图

Fig. 3 The sketch map of digital bilateral TV filtering

类似地, 当 n 为脉冲噪声, 将 p 取值为 1 代入式 (18)。事实上, 从稳健统计^[8]的角度看, 采用 l^1 范数作为数据保真度量比 l^2 范数更具稳健性, 因此脉冲噪声情形下的数字滤波器在一定程度上也适用于高斯噪声。容易得到, 此时求解式 (18) 等价于求解如下数字 Euler-Lagrange 方程

$$\sum_{y \in N_x} d(x,y) \left(\frac{1}{|\nabla_x u|_{B,\varepsilon}} + \frac{1}{|\nabla_y u|_{B,\varepsilon}} \right) (u(x) - u(y)) + \lambda(x) \cdot \text{sgn}(u(x) - u^0(x)) = 0 \quad (23)$$

其中, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。将式 (23) 左边第 2 项归整化, 改写为如下形式:

$$\sum_{y \in N_x} d(x,y) \left(\frac{1}{|\nabla_x u|_{B,\varepsilon}} + \frac{1}{|\nabla_y u|_{B,\varepsilon}} \right) (u(x) - u(y)) + \lambda(x) (u(x) - u^0(x)) / (|u(x) - u^0(x)| + \varepsilon) = 0 \quad (24)$$

其中, ε 为较小正数, 本文取为 $1e-10$ 。对式 (24) 进行简单整理就可以得到类似高斯噪声情形下的 DBTV 滤波。

5 实验结果与分析

为客观评价图像质量, 采用如下峰值信噪比 (peak signal-to-noise ratio, PSNR) 作为度量指标

$$PSNR = 10 \lg \left\{ \frac{\max_{i,j} \{f_{i,j}\}}{\sum_{i,j} (f_{i,j} - g_{i,j})^2 / M \times N} \right\}$$

其中, f 是大小为 $M \times N$ 的原始图像, g 为观测图像或者去噪图像。本文所有计算均在 Matlab 平台下进行, 且参数选取基于 PSNR 最大值原则。实验图像取

一幅大小为 128×128 的自然图像(图 4 所示)。



图 4 实验图像

Fig. 4 Experiment image

对图 4 加入方差为 18 的零均值高斯噪声, 得到一幅 PSNR 为 21.9102 dB 的退化图像(图 5(a))。然后分别利用双边滤波 ($m = 2, \sigma_s = 1.5, \sigma_r = 35$)、DTV 滤波 ($m = 2, \lambda = 0.1$) 和 DBTV 滤波 ($m = 2, \lambda = 0.1, \sigma_B = 1$) 对图 5(a) 进行迭代 10 次平滑。图 5(b) ~ 图 5(d) 分别给出了对应于最大 PSNR 值的平滑结果, 依次取值为 29.192 4dB、30.069 9dB、30.383 3dB。图 6(a) 给出了上述 3 种滤波器迭代 10 次的 PSNR 变化曲线; 图 6(b) 给出了 DTV 滤波 ($m = 2, \lambda = 0.1$) 和 DBTV 滤波在不同参数下迭代 10 次的 PSNR 变化曲线 ($\sigma_B = 5, \text{DBTV1}; \sigma_B = 2, \text{DBTV2}; \sigma_B = 1, \text{DBTV3}$)。



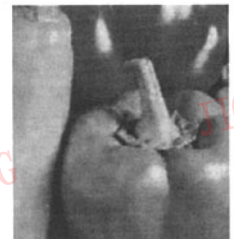
(a) 噪声图像



(b) 双边滤波后图像



(c) DTV 滤波后图像



(d) DBTV 滤波后图像

图 5 加入方差为 18 的零均值高斯噪声的图像用不同方法的滤波结果

Fig. 5 Denoising results using different filtering methods in the case of white Gaussian noise $N(0, 18)$

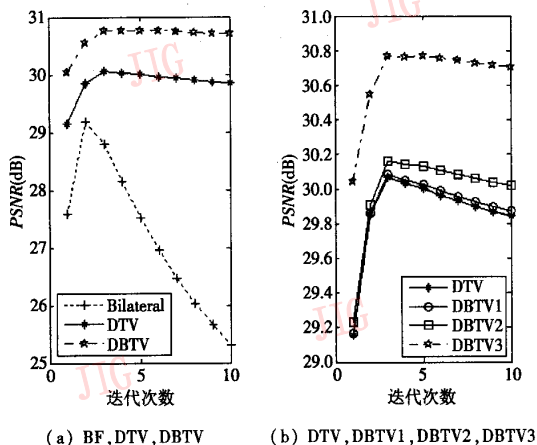


图 6 不同滤波算法滤噪图像的 PSNR 变化曲线

Fig. 6 Comparison of PSNR value

实验结果显示,相对双边滤波和 DTV 滤波, DBTV 滤波在噪声抑制和边缘保持方面具有更优的性能。同时由 PSNR 变化曲线可知, DBTV 滤波器的参数选取也具有一定的鲁棒性。因此, DBTV 滤波器是对双边滤波器和 DTV 滤波器极为合理而有效的推广。

通过对图 4 加入 6% 的椒盐噪声,得到一幅 PSNR 值为 16.722 8dB 的退化图像(图 7(a)),然后利用 DBTV 滤波器进行平滑,参数值分别为 $m = 2$, $\lambda = 7, \sigma_b = 3$ 。图 7(b),图 7(c)给出了 DBTV 迭代 10 次中的第 4 次和第 10 次的平滑结果, PSNR 值分别为 31.454 9dB、31.841 9dB。作为比较,采用 3×3 中值滤波器(median)对图 7(a)进行平滑,图 7(d)给出了迭代 10 次中的第 1 次的平滑结果,此时 PSNR 值最大,取值为 30.188 1dB。图 9(a)给出了相应的 PSNR 变化曲线。

再对图 4 加入 12% 的椒盐噪声,先得到一幅 PSNR 为 13.449 8dB 的退化图像(图 8(a));然后利用 DBTV 滤波器进行平滑,参数值分别为 $m = 2, \lambda = 5, \sigma_b = 2$ 。图 8(b),图 8(c)给出了迭代 10 次中的第 4 次和第 10 次平滑结果, PSNR 值分别为 28.320 8dB、29.651 9dB。作为比较,采用 3×3 中值滤波器对图 8(a)进行平滑,图 8(d)给出了迭代 10 次中的第 1 次的平滑结果,此时 PSNR 值最大,取值为 27.657 1dB。图 9(b)给出了相应的 PSNR 值变化曲线。

上述实验结果表明,不论是视觉效果,还是滤噪后图像峰值信噪比 DBTV 滤波器对脉冲噪声的滤

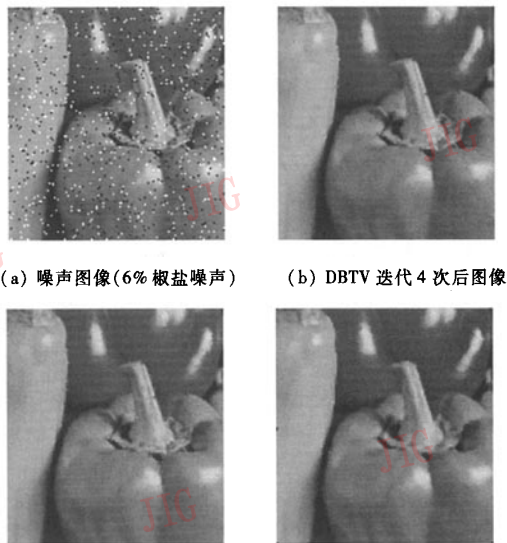


图 7 加入 6% 椒盐噪声的图像用 DBTV 及中值滤波的平滑结果

Fig. 7 Denoising results using DBTV and median filtering in the case of impulse noise with density 6%

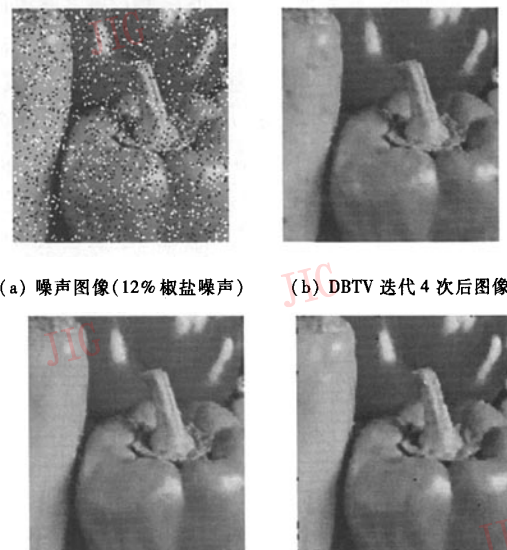


图 8 加入 12% 椒盐噪声的图像用 DBTV 及中值滤波的平滑结果

Fig. 8 Denoising results using DBTV and median filtering in the case of impulse noise with density 12%

波性能明显优于中值滤波器,其具有重要的实用价值。

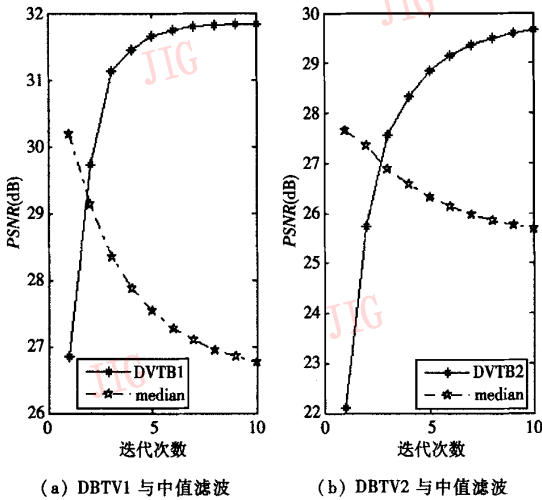


图 9 PSNR 变化曲线比较

Fig. 9 Comparison of PSNR values between

6 结 论

本文针对基于数字滤波器的图像去噪问题,首先简洁地建立了双边滤波与最优能量泛函之间的理论联系,同时导出一类广义双边滤波器;然后基于双边滤波在阶数大邻域中的双重异性加权滤波机制,本文推广了 Chan 提出的 DTV 模型,提出了一种 DBTV 模型;随后,建立了基于 DBTV 模型的最优能量泛函,并且导出了适于高斯噪声和脉冲噪声两种情形的非线性数字双边全变差滤波器。实验结果显示,无论是在视觉效果方面,还是滤噪后图像的峰值信噪比方面,双边全变差滤波都波是对双边滤波和全变差滤波极为合理而有效的推广。尤其对于脉冲噪声,双边全变差滤波的去噪性能明显优于中值滤波器,具有重要的实用价值。

参考文献 (References)

- Tomasi C, Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images [A]. In: Proceedings of 6th International Conference Computer Vision[C], New Delhi, India, 1998: 839 ~ 846.
- Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise

removal algorithms[J]. *Physica D*, 1992, 60: 259 ~ 268.

- Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(7): 629 ~ 639.
- Chan Tony F. The digital TV filter and nonlinear denoising[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2): 231 ~ 241.
- Nagao M, Matsuyama T. Edge preserving smoothing[J]. *Computer Graphics and Image Processing*, 1979, 9(4): 394 ~ 407.
- Wang D C C, Vagnucci A H, Li C C. A gradient inverse weighted smoothing scheme and the evaluation of its performance [J]. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1981, 15(2): 167 ~ 181.
- Himayat N, Kassam S A. Approximate performance analysis of edge preserving filters[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(9): 2764 ~ 2777.
- Huber P J. *Robust statistics*[M]. New York: Wiley, 1981.
- Cobson D, Vogel C. Convergence of an iterative method for total variation denoising [J]. *Society for Industrial and Applied Mathematics, Journal of Numerical Analysis*, 1997, 34(5): 1779 ~ 1791.
- Farsiu Sina, Robinson M D, Elad Michael, *et al.* Fast and robust multiframe super resolution [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, 13(10): 1327 ~ 1344.
- Mrázek Pavel, Weicker Joachim, Bruhl Andrés. On robust estimation and smoothing with spatial and tonal kernels[R]. Preprint No. 51, DFG Priority Program 1114, University of Bremen, Germany, June 2004.
- Barash D. A fundamental relationship between bilateral filtering, adaptive smoothing, and the nonlinear diffusion equation[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(6): 844.
- Elad E. On the bilateral filter and ways to improve it[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2002, 11(10): 1141 ~ 1151.
- Charbonnier Pierre, Blanc-Féraure, Aubert Gilles, *et al.* Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997, 6(2): 298 ~ 311.
- Black M, Rangarajan A. On the unification of line processes, outlier rejection, and robust statistics with applications in early vision[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1996, 19(1): 57 ~ 92.
- Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1984, 6(2): 721 ~ 741.
- Black Michael J, Sapiro Guillermo, Marimont David H, *et al.* Robust anisotropic diffusion [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 421 ~ 432.