

一种耦合的活动轮廓模型及其在 图像分割中的应用

陈波^{1),3)} 赖剑煌^{2),3)} 马建华⁴⁾

¹⁾(中山大学数学与计算科学学院, 广州 510275) ²⁾(中山大学信息科学与技术学院, 广州 510275)

³⁾(广东省信息安全重点实验室, 广州 510275) ⁴⁾(南方医科大学生物医学工程学院, 广州 510515)

摘要 本文对活动轮廓模型的外部能量项进行改进, 针对灰度图像分割提出了一种新的自适应图像分割模型, 并将它推广, 建立了矢量图像分割模型。新模型耦合了快速边缘积分方法和简化统计方法, 充分考虑到图像区域和边缘的先验信息, 可根据不同的条件概率密度函数构造不同图像分割模型。文中还基于高斯型概率密度函数建立分割模型实例, 结合应用高效且无条件稳定的 AOS 算法分别对灰度图像和矢量图像 (RGB) 进行分割实验, 并将本文提出的方法与经典的快速边缘积分方法进行比较, 结果表明本文的分割方法准确性较高, 且具有良好的抗噪性, 是行之有效的。

关键词 曲线演化 变分原理 水平集 活动轮廓模型 对数似然 加性分裂算子

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2007)03-0444-06

A Coupled Active Contour Model and Its Application in Image Segmentation

CHEN Bo^{1),3)}, LAI Jian-huang^{2),3)}, MA Jian-hua⁴⁾

¹⁾(School of Mathematics and Computational Science, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275)

²⁾(School of Information Science and Technology, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275)

³⁾(Guangdong Province Key Laboratory of Information Security, Guangzhou 510275)

⁴⁾(Department of Biomedical Engineering, First Military Medical University, Guangzhou 510515)

Abstract In this paper, we improved the external energy of active contour model, proposed a new adaptive segmentation image model aimed at gray-level image and extended it to the vector value image segmentation. New model couples the fast edge integration and simply statistical methods. The prior information of regions and boundaries of image has been considered sufficiently in this model, and different segmentation models can be constructed based on different probability density function respectively. An instance based Gaussian probability density function has been given in this paper and the AOS scheme that is efficient and unconditional stable has been used to segment the gray image and the vector values image. Compared with Fast Edge Integration method, the experiment results show that the new approach is more accurate and robust and can obtain very good partition.

Keywords curve evolution, variational principle, level set, active contour model, log likelihood, additive operator splitting

1 引言

基于偏微分方程的图像处理是图像处理领域中

的一个重要分支, 而其中活动轮廓模型的应用日益成为相关领域研究人员关注的热点。活动轮廓模型主要分为两类, 一类是 Kass 等人^[1]提出的以能量函数极小化为基础的参数活动轮廓模型(又称为

基金项目: 国家自然科学基金项目(60373082); 教育部科学技术重点项目(105134)

收稿日期: 2005-09-26; 改回日期: 2005-12-02

第一作者简介: 陈波(1979 ~), 男。中山大学数学与计算科学学院博士研究生。研究方向为图像处理与模式识别。E-mail: cb622@163.com

Snake模型);另一类是Osher等人^[2]提出的基于水平集(Level Set)方法和曲线演化的几何活动轮廓模型。几何活动轮廓(geometric active contour)模型由于采用了水平集方法而隐含有拓扑变化的能力,使得更为复杂结构的图像分割成为可能。如Caselles等人^[3]提出测地(geodesic)轮廓模型,Paragios^[4]将测地方法应用于纹理图像的分割,并推广到视频移动目标跟踪。Chan和Vese^[5]依据区域分割原理,提出了不依赖图像梯度性质,实现边缘模糊或不连续的图像分割的著名的Chan-Vese(CV)模型。李俊等人^[6]则通过改进CV模型,将CV模型的轮廓捕捉范围局部提升到整幅图像。这些方法都成功地应用于图像分割中。

近年来,Kimmel等人^[7]提出的基于拉普拉斯算子零交叉点的快速边缘积分方法(fast edge integration),简称FEI方法,是图像分割中比较常用的典型方法。该方法具有比较好的准确性和抗噪性,但是没有考虑先验信息。Rousson和Deriche^[8]则基于两个假设,即各个待分割目标在分割过程中是等可能性的并且每个目标内的像素值是独立的,提出了一种新的矢量图像分割方法,该方法中最优分割和统计参数在分割过程中自动处理。受它们的启发,本文提出了一种新的自适应矢量图像分割模型,该模型耦合了快速边缘积分方法和简化的统计方法,充分考虑到图像的区域信息和边缘信息,并可根据不同的条件概率密度函数构造不同图像分割模型。同经典的快速边缘积分方法进行比较,实验结果表明本文提出的分割方法准确性较高,且具有良好的抗噪性,是行之有效的。

2 基于曲线演化的自适应矢量图像分割

在所有基于曲线演化理论的活动轮廓分割模型中,外部能量的选择也就是图像的最佳特征表述是非常重要的。事实上,现实世界中各种图像是千差万别的,很难找到一个统一有效的方法来处理它们,这也是活动轮廓分割模型成为计算机视觉中研究热点的原因之一。

2.1 FEI方法和简化的统计方法简介

Kimmel等人^[7]分析了基于几何变分框架的边缘积分目标分割问题,提出了FEI方法,指出对几何泛函而言,经典的图像拉普拉斯算子零交叉点边缘

检测可以保证最优的边缘积分。该几何泛函通过计算曲线法向量与灰度图像梯度的内积,并作为主动轮廓线驱动力的一部分,同时模型中加入了测地主动轮廓模型作为正则项和CV模型的极小变分方法,最后将图像分割问题转化求关于边缘信息和区域信息的全局能量函数极大化问题,其泛函形式为

$$\begin{aligned} & \arg \max_{C, c_1, c_2} E(C, c_1, c_2), \\ E(C, c_1, c_2) &= E_{AR}(C) - aE_{GAC}(C) - bE_{MV}(C) \\ &= \oint_C |\langle \nabla I, N \rangle| ds - a \oint_C g(C(s)) ds \\ & \quad - b \frac{1}{2} \left(\iint_{\Omega_c} (I - c_1)^2 dx dy + \iint_{\Omega_{\bar{c}}} (I - c_2)^2 dx dy \right) \end{aligned}$$

其中, C 是闭合演化曲线, c_1, c_2 分别是图像中以 C 为界划分的内部区域和外部区域的光滑近似项。 $E_{AR}(C, c_1, c_2)$ 是列项(Alignment), $E_{GAC}(C)$ 是测地主动轮廓项(geodesic active contour), $E_{MV}(C)$ 是极小变分项(minimal variance)。 a 和 b 是常数, a 一般取值较小,使得测地轮廓项只起到正则化的作用。

简化的统计方法^[8]通过极小化下述对数似然(log likelihood)能量函数进行图像分割:

$$F(\partial\Omega) = \left[\sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} -\log p_i(I(x)) dx + v \times l(\partial\Omega) \right]$$

其中, Ω_i 表示不同的分割目标, $p_i(I(x))$ 是图像中不同分割目标的条件概率密度函数, $l(\partial\Omega)$ 是长度函数。文中同时指出密度函数的选择应该可以表示或者逼近该区域的特征信息,且能区分任意两种不同的区域,并指出如果图像是非纹理的,一般密度函数的选择为高斯型,虽然不能较好的对区域特征进行预估,但对一般的图像还是适用的。

2.2 改进的自适应图像分割模型

对快速边缘积分方法进行改进,将该模型中的极小变分项用简化的统计方法来代替,得到一个更一般的分割模型,即灰度图像分割模型,同时将它推广到矢量图像分割。该模型耦合了快速边缘积分方法和简化的统计方法(取协方差矩阵为对角矩阵),能够很好地处理部分灰度图像和彩色图像的分割问题。

2.2.1 灰度图像分割模型

设 $I(x, y)$ 是待分割图像, $\nabla I(x, y) = \{I_x, I_y\}$ 表示图像的梯度向量, $C: [0, L] \mapsto R^2$ 是参数化曲线,记作: $C(s) = \{x(s), y(s)\}$ 其中 s 是弧长参数。用 $C_s = \{x_s, y_s\}$ 表示曲线的切线向量,则相应的法向量可表示为 $N(s) = \{-y_s, x_s\}$ 。本文方法是通过求能量泛函极小,即 $\arg \min_c E(C)$ 来实现图像分割。其中,

$$E(C) = \alpha \cdot \underbrace{\oint_C g(C(s)) ds}_{E_{GAC}(C)} - \beta \cdot \underbrace{\oint_C |\langle \nabla I, N \rangle| ds}_{E_{AR}(C)} + \underbrace{\gamma \cdot \left[\int_{inside(C)} (-\log p_1(I)) ds + \int_{outside(C)} (-\log p_2(I)) ds \right]}_{E_{LL}(C)}$$

上式即为灰度图像 I 的曲线演化能量函数,其
一阶变分形式为

$$\frac{\delta E(C)}{\delta C} = [-\alpha \cdot (g(x, y) \kappa - \langle \nabla g(x, y), N \rangle) - \beta \cdot \text{sgn}(\langle \nabla I, N \rangle \Delta I) + \gamma \cdot (\log p_1(I) - \log p_2(I))] N$$

其中列项 $E_{AR}(C)$ 用于控制演化曲线法向量与灰度图像梯度的内积,同时作为主动轮廓线驱动力的一部分,测地主动轮廓项 $E_{GAC}(C)$ 只作模型的正则项,而对数似然估计项 $E_{LL}(C)$ 则用于图像最优特征刻画。 α, β, γ 分别是正的实数,是相应各项在分割模型中占的权重系数。

新提出的灰度图像分割模型涵概了 FEI 模型和简化统计模型,因为当取 $\alpha = a, \beta = 1, \gamma = b$, 对数似然估计项中概率密度函数取方差为 1 的高斯函数时,上述模型即为 FEI 模型;当取 $\alpha = \gamma = 1, \beta = 0$, 函数 $g \equiv 1$ 时,上述模型则为简化统计模型。

2.2.2 矢量(彩色)图像分割模型

1 维灰度图像分割模型可以推广到高维矢量图像分割(其中比较常用的是三通道彩色图像分割)。

设 I 是 M 维的矢量图像,用 $I^{(j)}, g^{(j)}(C(s)), \log p_i(I^{(j)}) (i=1, 2)$ 分别表示该矢量图像的第 j 个分量,第 j 个分量的测地项和似然对数项,此时能量泛函可写为

$$E(C) = \frac{1}{M} \left\{ \alpha \cdot \oint_C \sum_{j=1}^M g^{(j)}(C(s)) ds - \beta \cdot \oint_C \sum_{j=1}^M |\langle \nabla I^{(j)}, N \rangle| ds + \gamma \cdot \left[\int_{inside(C)} \sum_{j=1}^M (-\log p_1(I^{(j)})) ds - \int_{outside(C)} \sum_{j=1}^M (-\log p_2(I^{(j)})) ds \right] \right\}$$

由变分原理知,求解能量泛函 $E(C)$ 极小可以通过求解下面偏微分方程的稳定解而得到。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\delta E(C)}{\delta C} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [-\alpha \cdot (g^{(j)}(x, y) \kappa - \langle \nabla g^{(j)}(x, y), N \rangle) - \beta \cdot \text{sgn}(\langle \nabla I^{(j)}, N \rangle \Delta I^{(j)}) +$$

$$\gamma \cdot (\log p_1(I^{(j)}) - \log p_2(I^{(j)}))] N$$

从上面的曲线演化方程中,可以看出,就矢量图像而言,可先对矢量图像的每个分量进行曲线演化,然后将演化后的结果求平均即可。

2.3 模型的算法实现

利用水平集方法进行演化实现图像分割。首先假定轮廓线内部采用负号,外部采用正号。设 $C = \{(x, y) | \Phi(x, y) = 0\}$ 为初始零水平集, t 时刻时水平集函数表示的演化曲线 C 满足 $C = \{(x, y) | \Phi(x, y, t) = 0\}$ 。此时,演化方程可写为

$$\Phi_t = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left[\alpha \cdot \text{div} \left(g^{(j)}(x, y) \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) + \beta \cdot \text{sgn}(\langle \nabla I^{(j)}, \nabla \Phi \rangle \Delta I^{(j)}) + \gamma \cdot (\log p_2(I^{(j)}) - \log p_1(I^{(j)})) \right] |\nabla \Phi|$$

对上述演化方程,如果设 $\Phi(x, y, t)$ 是符号距离函数,这样演化曲线在相对较短的演化时间内保持 $|\nabla \Phi| = 1$,进而演化方程可化为

$$\Phi_t = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [\alpha \cdot \text{div}(g^{(j)}(x, y) \nabla \Phi) + \eta(\Phi, \nabla I^{(j)})]$$

$$\text{其中, } \eta(\Phi, \nabla I^{(j)}) = \beta \cdot \text{sgn}(\langle \nabla I^{(j)}, \nabla \Phi \rangle \Delta I^{(j)}) + \gamma \cdot (\log p_2(I^{(j)}) - \log p_1(I^{(j)}))$$

采用加性算子分裂的方法(AOS)^[9]并耦合窄带法和快速行进法进行数值实验。这里融入 $\eta(\Phi, \nabla I^{(j)})$ 并对矢量图像的第 $m (1 \leq m \leq M)$ 个分量采取 AOS 算法进行曲线演化,然后将各个分量进行求和取平均即可。针对第 m 个分量,有下述迭代公式:

$$\Phi^{(n+1)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (I - 2\tau A_i^{(m)}(\Phi^{(n)}))^{-1} (\Phi^{(n)} + \tau \eta(\Phi, \nabla I^{(m)}))$$

$$\text{其中, } A_i^{(m)}(\Phi^{(n)}) = \partial_{x_i}(g^{(m)}(x_i) \partial_{x_i} \Phi^{(n)})$$

$l \in \{1, 2\}, x_1$ 表示 x 方向, x_2 表示 y 方向, τ 表示时间步长。下面只对 x 方向进行描述, y 方向可以同理得到

$$\partial_{x_i}(g^{(m)}(x) \partial_x \Phi^{(n)}) \approx \sum_{j \in N(i)} \frac{g_i^m + g_j^m}{2h^2} (\Phi_j^{(n)} - \Phi_i^{(n)})$$

这里, $N(i)$ 表示集合 $\{i-1, i+1\}$, 即像素值 i 的两个水平邻域, h 表示两相邻像素间的距离。则矩阵 $A_i^{(m)}$ 中的元素 $a_{i,j}^{(m)}$ 可表示为

$$a_{i,j}^{(m)} = \begin{cases} \frac{g_i^{(m)} + g_j^{(m)}}{2h^2} & j \in N(i) \\ 0 & \text{其他} \\ -\sum_{k \in N(i)} \frac{g_i^{(m)} + g_k^{(m)}}{2h^2} & j = i \end{cases}$$

本文采用的基于水平集方法的矢量图像 AOS 分割算法步骤描述如下:

(1) 初始化水平集函数 Φ , 满足符号距离 $|\Phi| = 1$ 并将初始曲线设为图像边界, 构造初始窄带;

(2) 根据上述迭代公式进行计算

① 计算 $\Phi^{(n+1)} = \Phi^{(n)} + \eta(\Phi^{(n)}, \nabla I^{(j)})$;

② 在 x 方向按步长 2τ 进行演化, 解三对角矩阵方程 $(I - 2\tau A_x(\Phi^{(n)}))v^{(n+1)} = \Phi^{(n)}$, 得 $v^{(n+1)}$;

③ 在 y 方向按步长 2τ 进行演化, 解三对角矩阵方程 $(I - 2\tau A_y(\Phi^{(n)}))\omega^{(n+1)} = \Phi^{(n)}$, 得 $\omega^{(n+1)}$;

④ 求平均, 计算 $\Phi^{(n+1)} = 0.5 \cdot (v^{(n+1)} + \omega^{(n+1)})$ 。

(3) 终止条件判断, 满足则结束迭代, 否则转至第 4 步。

(4) 使用快速行进法对 Φ^{n+1} 进行重新初始化, 计算 $|\nabla \Phi^{(n+1)}| = 1$, 并构造新的窄带, 当距离值大于窄带宽度时停止, 否则转至第 2 步。

3 图像分割模型的实例

这里主要研究关于以均值 m 和方差 σ^2 为参数的高斯型概率密度函数, 记为

$$p(m, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{I(x,y)-m}{2\sigma^2}}$$

设矢量图像 I 的第 j 个分量为 $I^{(j)}$, 对应演化方程相应的对数似然估计项 $E_{LL}^{(j)}(C)$ 可以写为

$$\begin{aligned} E_{LL}^{(j)}(C, m_1^{(j)}, \sigma_1^{(j)}, m_2^{(j)}, \sigma_2^{(j)}) &= \int_{inside(C)} (-\log p_1^{(j)}(I^{(j)})) ds + \int_{outside(C)} (-\log p_2^{(j)}(I^{(j)})) ds \\ &= \int_{inside(C)} \left(\frac{1}{2} \log(2\pi) + \log \sigma_1^{(j)} + \frac{(I^{(j)}(x,y) - m_1^{(j)})^2}{2(\sigma_1^{(j)})^2} \right) ds + \\ &\quad \int_{outside(C)} \left(\frac{1}{2} \log(2\pi) + \log \sigma_2^{(j)} + \frac{(I^{(j)}(x,y) - m_2^{(j)})^2}{2(\sigma_2^{(j)})^2} \right) ds \end{aligned}$$

这里引入水平集函数 Φ 和单位阶跃函数 $H(z)$, 满足

$$H(z) = 1, z \in [0, +\infty), H(z) = 0, z \in (-\infty, 0)$$

此时上式可化为

$$\begin{aligned} E_{LL}^{(j)}(C, m_1^{(j)}, \sigma_1^{(j)}, m_2^{(j)}, \sigma_2^{(j)}) &= \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2} \log(2\pi) + \log \sigma_1^{(j)} + \frac{(I^{(j)}(x,y) - m_1^{(j)})^2}{2(\sigma_1^{(j)})^2} \right) H(\Phi) dx dy + \\ &\quad \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2} \log(2\pi) + \log \sigma_2^{(j)} + \frac{(I^{(j)}(x,y) - m_2^{(j)})^2}{2(\sigma_2^{(j)})^2} \right) (1 - H(\Phi)) dx dy \end{aligned}$$

这里, Ω 是图像空间。先固定 Φ , 然后对对数似然估计项 $E_{LL}^{(j)}(C, m_i^{(j)}, \sigma_i^{(j)})$ 关于 $m_i^{(j)}, \sigma_i^{(j)}$ 求极小, 由欧拉-拉格朗日方法知,

$$\begin{cases} m_i^{(j)}(\Phi) = \frac{\int_{\Omega} I^{(j)}(x,y) \chi_i(\Phi) dx dy}{\int_{\Omega} \chi_i(\Phi) dx dy} \\ (\sigma_i^{(j)})^2(\Phi) = \frac{\int_{\Omega} (I^{(j)}(x,y) - m_i^{(j)})^2 \chi_i(\Phi) dx dy}{\int_{\Omega} \chi_i(\Phi) dx dy} \end{cases}$$

其中, $\chi_1(\Phi) = H(\Phi), \chi_2(\Phi) = 1 - H(\Phi)$, 进而有

$$\begin{aligned} \eta(\Phi, \nabla I^{(j)}) &= \beta \cdot \text{sgn}(\langle \nabla I^{(j)}, \nabla \Phi \rangle \Delta I^{(j)}) + \\ \gamma \cdot \left[\log \frac{(\sigma_2^{(j)})^2}{(\sigma_1^{(j)})^2} + \frac{(I^{(j)}(x,y) - m_2^{(j)})^2}{(\sigma_2^{(j)})^2} - \frac{(I^{(j)}(x,y) - m_1^{(j)})^2}{(\sigma_1^{(j)})^2} \right] \end{aligned}$$

基于上面的演化方程和参数估计式的自适应矢量图像分割算法主要采用两步策略, 第 1 步是固定演化曲线 C , 进行统计参数预估; 第 2 步是固定统计参数, 演化曲线边界。

4 实验及结果分析

对具有不同信息特征的图像进行分割实验, 并将本文方法与 FEI 方法进行比较, 实验结果表明本文提出的图像分割模型具有良好的鲁棒性、准确性和抗噪性, 与 FEI 方法相比较能够得到更为理想的分割结果。

实验 1 用 FEI 方法和本文方法分别对含有 60% 高斯噪声的法字图像按照 τ 值的不同进行分割实验, 结果如图 1 所示。可以看出, 随着 $\tau (= 10, 40)$ 值的增加, 分割结果也随之变好, 并且本文方法分割过程中产生的散点相对较少, 分割结果优于 FEI 方法。

实验 2 对 1 幅含有高噪声的图像进行分割实验, 图像中有两个不同的目标, 1 只小鸟和小鸟旁边的树枝。分割结果如图 2 所示。可以看到本文方法不但可以分割出小鸟的完整轮廓同时还可以分割出它旁边的树枝, 两者的轮廓特征非常清楚, 但 FEI 方法中只能分割出小鸟的完整轮廓, 其中还有一些散点, 而小鸟旁边的树枝就没有完整分割出来。这也说明本文方法在图像分割中, 具有更好的全局分割能力和良好的抗噪性(小鸟轮廓内没有散点)。

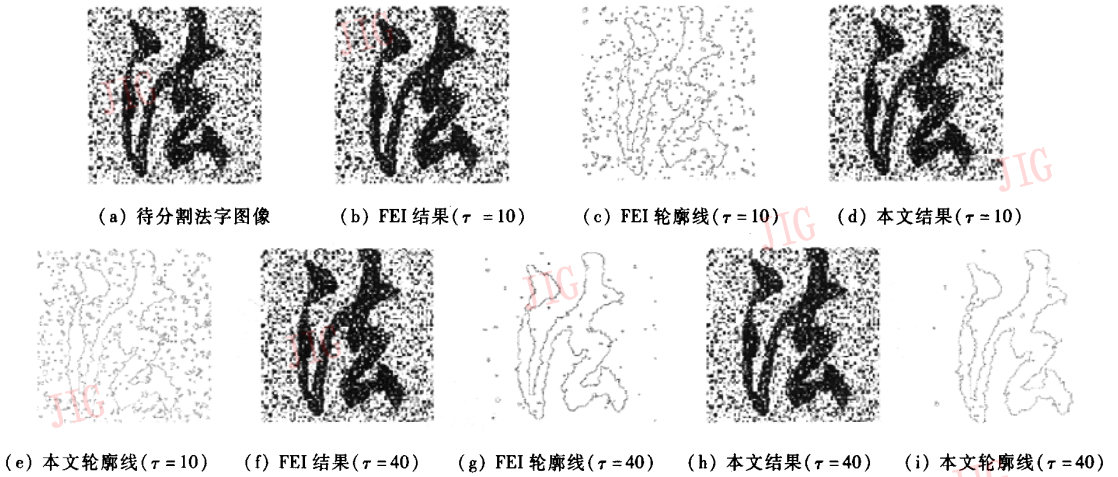


图 1 带噪“法”字图像在对应不同 $\tau(=10,40)$ 值时,FEI 和本文结果以及相应轮廓图($\alpha=1, \beta=10^{-3}, \gamma=1, n=10$)

Fig. 1 The results and the corresponding contours of FEI model and new model for the noisy FA image with $\alpha=1, \beta=10^{-3}, \gamma=1, n=10$ and different of $\tau(=10,40)$



图 2 带噪小鸟图像,FEI 方法和本文方法分割结果和相应分割轮廓图($\alpha=1, \beta=10^{-2}, \gamma=1, n=10$)

Fig. 2 The results and the corresponding contours of FEI model and new model for the noisy bird image with $\alpha=1, \beta=10^{-2}, \gamma=1, n=10$

实验 3 对一幅带噪的两个细胞的显微图像进行分割实验,分割结果如图 3 所示。可以看到,与

FEI 方法相比,本文方法能得到更理想的分割轮廓线。

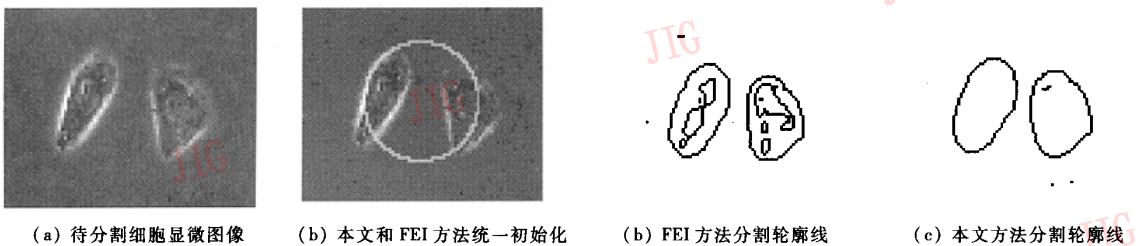


图 3 细胞分割图像,FEI 方法和本文方法相应分割轮廓图($\alpha=1, \beta=10^{-2}, \gamma=1, \tau=10, n=6$)

Fig. 3 The corresponding segmental contour images of FEI model and the new model for cell image with $\alpha=1, \beta=10^{-2}, \gamma=1, \tau=10$ and $n=6$

5 结 论

本文提出了一种新的自适应图像分割方法,该

方法耦合了快速边缘积分方法和简化的统计方法,并基于高斯型概率密度函数建立了图像分割模型。实验表明该方法对于灰度图像和矢量图像(RGB)分割都是非常有效的。本文提出的模型可以因概率

密度函数的不同而建立不同的图像分割模型,实际应用中根据不同的图像可以采用不同的分割模型。需要指出的是,由于分割模型中采用的是单水平集的处理技术,存在其固有的缺点,从而对复杂图像中多目标分割不能完全适用。同时,文中都是仿真实验,离实际的应用还有一定的距离。以后的研究工作将致力于算法的优化、外部能量项的进一步改进和矢量图像的多目标分割模型构建的研究工作。

参考文献 (References)

- 1 Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: active contour models [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1988, 1(4): 321 ~ 331.
- 2 Osher S, Sethian J. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on the Hamilton-Jacobi formulation [J]. *Journal of Computational Physics*, 1988, 79(1): 12 ~ 49.
- 3 Casselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [A]. In: *Proceedings of International Conference on Computer Vision [C]*, Boston, MA, USA, 1995: 694 ~ 699.
- 4 Paragion N, Deriche R. Geodesic active contours and level sets for the detection and tracking of moving objects [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(3): 266 ~ 280.
- 5 Chan T, Vese L. Active contours without edges [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2): 266 ~ 277.
- 6 Li Jun, Yang Xin, Shi Peng-fei. A fast level set approach to image segmentation based on Mumford-Shah model [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2002, 25(11): 1175 ~ 1183. [李俊, 杨新, 施鹏飞. 基于 Mumford-Shah 模型的快速水平集图像分割方法 [J]. *计算机学报*, 2002, 25(11): 1175 ~ 1183.]
- 7 Kimmel R. Fast edge integration [A]. In: Osher S, Paragios N, eds. *Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision, and Graphics [M]*, Berlin: Springer Verlag, 2003.
- 8 Russon M, Deriche R. A variational framework for active and adaptative segmentation of vector valued images [A]. In: *Proceedings of IEEE Workshop on Motion and Video Computing [C]*, Orlando, Florida, USA, 2002: 56 ~ 62.
- 9 Malladi R, Sethian J A, Vemuri B C. Shape modeling with front propagation: a level set approach [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(2): 158 ~ 174.