

# 基于隶属度光滑约束的模糊 C 均值聚类算法

李 彬 陈武凡 颜 刚

(南方医科大学医学图像处理重点实验室, 广州 510515)

**摘 要** 传统的 FCM 聚类算法未利用图像的空间信息,在分割叠加了噪声的 MR 图像时分割效果不理想。本文考虑到脑部 MR 图像真实的灰度值具有分片为常数的特性,按照合理利用图像空间信息的原则,对传统的 FCM 聚类算法进行了改进,增加了使隶属度趋向于分片光滑的约束项,得到了新的聚类算法。通过对模拟脑部 MR 图像和临床脑部 MR 图像的分割实验结果表明,本文提出的新算法比传统的 FCM 算法等多种图像分割算法有更精确的图像分割能力,并且运算简单、运算速度快、稳健性好。

**关键词** 图像分割 模糊 C 均值聚类算法 隶属度光滑约束 图像的空间信息

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)04-0623-05

## An Improved FCM Algorithm Using Membership Smoothing Constraint

LI Bin, CHEN Wu-fan, YAN Gang

(Key Laboratory for Medical Imaging of Southern Medical University, Guangzhou 510515)

**Abstract** Fuzzy C-Means (FCM) is a popular clustering algorithm and has been widely used in fuzzy segmentation of Magnetic Resonance (MR) images. However, the segmented results using the conventional FCM when dealing with noisy MR images are not satisfying because FCM takes no spatial information of images into account. Generally an ideal MR images is assumed to be a piecewise constant. We present an improved model of conventional FCM algorithm using membership smoothing constraint. The proposed algorithm can reasonably use the spatial information of images and improve the accuracy of segmentation. The segmentation of simulated brain MR images with different noise level and real brain MR image are presented in the experiments. The results of experiments show that the proposed algorithm is more powerful than many other segmentation algorithms.

**Keywords** image segmentation, Fuzzy C-Means (FCM) algorithm, membership smoothing constraint, spatial information of image

## 1 引 言

图像分割是医学图像处理的重要手段和步骤,是医学图像分析、理解和描述的关键技术。医学图像的分割就是要将医学图像按照解剖性质准确地分割为不同的组织类别,也就是将输入的医学图像中的像素按照其性质分别赋予不同类别。特别是对于脑部 MR 图像的分割,就是要将脑部 MR 图像分割为灰质 (gray matter)、白质 (white matter) 和脑脊液 (cerebrospinal fluid)。模糊 C 均值聚类算法 (FCM) 已

经广泛地应用于医学图像处理领域,具有算法简单、运算速度快、无监督、稳健性好、对高信噪比图像具有良好的分割结果等特点。它是医学图像分割的重要方法<sup>[1,2]</sup>。模糊 C 均值聚类算法是一种基于灰度的聚类算法,在聚类过程中各像素相互独立,未考虑相邻像素之间的影响,未能利用图像的空间信息,在分割叠加了噪声的图像时,会产生较大的偏差。许多文献提出了利用图像空间信息的改进算法,提高了对低信噪比图像的分割精度<sup>[3-5]</sup>。但是,这些算法一方面会增加计算复杂度,降低分割速度,另一方面由于未能充分利用医学图像的性质,难以达到较好的分割效果。

基金项目: 国家“973”规划项目 (2003CB716101); 国家自然科学基金重点项目 (30130180)

收稿日期: 2005-07-19; 改回日期: 2005-12-12

第一作者简介: 李彬 (1964 ~ ), 男。现为南方医科大学生物医学工程专业博士研究生。主要研究方向为医学图像处理。E-mail: Libin371@fimmu.com

脑部 MR 图像是一种无纹理的图像,未被噪声污染的脑部 MR 图像的灰度值具有分片为常数的特点。因此,在聚类过程中其隶属度也有趋向于在同一个分割区域中相对接近的性质。根据这一性质,本文改进了传统的模糊 C 均值聚类算法的目标函数,增加了使隶属度趋向于常数的约束项,得到了一种新的模糊 C 均值聚类算法,即 MC-FCM 聚类算法 (membership constraint FCM)。并将其应用于仿真脑部 MR 图像和实际脑部 MR 图像的分割,得到了比较理想的结果。

## 2 MC-FCM 聚类算法

### 2.1 传统的 FCM 聚类算法

$I = \{(x, y, z)\}$  表示 3D 图像的数据集,  $f(x, y, z)$  表示像素  $(x, y, z)$  的灰度值。传统的 FCM 聚类算法<sup>[6]</sup>的目标函数记为

$$J_{\text{FCM}} = \sum_{i=1}^c \sum_{(x,y,z) \in I} u_i^p(x,y,z) \|f(x,y,z) - v_i\|^2 \quad (1)$$

则该优化问题可以表示为

$$\min_{\{u_i(x,y,z)\}, \{v_i\}} J_{\text{FCM}} \quad (2)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{i=1}^c u_i(x,y,z) = 1 & \forall (x,y,z) \in I \\ 0 < \sum_{(x,y,z) \in I} u_i(x,y,z) < N & i = 1, \dots, c \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $c$  是类数,  $\{v_1, \dots, v_c\}$  是聚类中心,  $u_i(x, y, z)$  是像素  $(x, y, z)$  属于第  $i$  个聚类的隶属度, 参数  $p$  是隶属度的加权指数, 它决定分类结果的模糊程度。

### 2.2 MC-FCM 聚类算法的数学模型

脑部 MR 图像真实的灰度值具有分片为常数的特性, 相邻像素之间的关联关系比较紧密。由于传统的 FCM 聚类算法在聚类过程中仅考虑了每个像素的灰度值分别与各聚类中心的距离, 未考虑相邻像素之间的影响, 未能利用图像的空间信息, 因此在分割叠加了噪声的脑部 MR 图像时, 会产生较大的偏差。针对脑部 MR 图像的特性, 本文提出了一种对传统的 FCM 聚类算法的目标函数进行改进的新模型, 就是增加使隶属度趋向于分片光滑的约束项

$$\iiint \left\{ \left[ \frac{\partial u_i(x,y,z)}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u_i(x,y,z)}{\partial y} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u_i(x,y,z)}{\partial z} \right]^2 \right\} dx dy dz \quad i = 1, \dots, c \quad (4)$$

当隶属度为常数时, 该项为 0; 否则该项取正值。

式(4)的离散形式是

$$\sum_{(x,y,z) \in I} \left[ (u_i(x,y,z) - u_i(x-1,y,z))^2 + (u_i(x,y,z) - u_i(x,y-1,z))^2 + (u_i(x,y,z) - u_i(x,y,z-1))^2 \right] \quad (5)$$

$i = 1, \dots, c$

于是, 得到一个包含了使隶属度趋向于分片光滑的约束项的新目标函数, 记作

$$J_{\text{MCFCM}} = \sum_{i=1}^c \sum_{(x,y,z) \in I} u_i^p(x,y,z) \|f(x,y,z) - v_i\|^2 + \alpha \sum_{i=1}^c \iiint \left\{ [u_{ix}(x,y,z)]^2 + [u_{iy}(x,y,z)]^2 + [u_{iz}(x,y,z)]^2 \right\} dx dy dz \quad (6)$$

其中,  $\alpha$  是控制约束项约束作用权重的常数。新目标函数的约束条件与传统的 FCM 聚类算法相同, 仍然是式(3)。这样就得到了一个新的数学模型, 形成了新的算法。称新的算法为基于隶属度光滑约束的模糊 C 均值聚类法, 记作 MC-FCM。

运用 Lagrange 乘法法, 得到使目标函数取得极值的必要条件。令

$$L(u, v, \lambda) = J_{\text{MCFCM}} + \sum_{(x,y,z) \in I} \lambda(x,y,z) \left( 1 - \sum_{i=1}^c u_i(x,y,z) \right) \quad (7)$$

其中,  $\lambda(x, y, z)$  是 Lagrange 乘数。取  $p = 2$ , 在函数  $L(u, v, \lambda)$  中分别对  $u_i(x, y, z)$  求偏导数, 并令偏导数为零, 解方程得

$$u_i(x, y, z) = \frac{\lambda(x, y, z)/2 + \alpha d_i(x, y, z)}{D_i(x, y, z) + 6\alpha} \quad (8)$$

其中,

$$d_i(x, y, z) = u_i(x-1, y, z) + u_i(x+1, y, z) + u_i(x, y-1, z) + u_i(x, y+1, z) + u_i(x, y, z-1) + u_i(x, y, z+1) \quad (9)$$

$$D_i(x, y, z) = \|f(x, y, z) - v_i\|^2 \quad (10)$$

由  $\sum_{i=1}^c u_i(x, y, z) = 1, \forall (x, y, z) \in I$ , 得

$$\lambda(x, y, z) = \frac{1 - \sum_{j=1}^c \frac{\alpha d_j(x, y, z)}{D_j(x, y, z) + 6\alpha}}{2 \sum_{j=1}^c \frac{1}{D_j(x, y, z) + 6\alpha}} \quad (11)$$

在函数  $L(u, v, \lambda)$  中分别对  $v_i$  求偏导数, 并令偏导数为零, 解方程得

$$v_i = \frac{\sum_{(x,y,z) \in I} u_i^p(x,y,z) f(x,y,z)}{\sum_{(x,y,z) \in I} u_i^p(x,y,z)} \quad (12)$$

### 2.3 MC-FCM 聚类算法的执行步骤

根据 MC-FCM 聚类算法的数学模型,设计该算法执行步骤如下:

(1) 根据聚类对象设置聚类数  $c$ ; 给控制约束项约束作用权重的参数  $\alpha$  赋值; 设定迭代数  $IN$ 。

(2) 用  $K$  均值聚类算法得到图像的初始分割和隶属度的初始值。

(3) 利用式(8)计算并更新各隶属度  $u_i(x, y, z), i=1, \dots, c; (x, y, z) \in I$ 。

(4) 利用式(12)计算并更新各聚类中心  $v_i, i=1, \dots, c$ 。

(5) 重复第 3 步和第 4 步直到满足收敛条件。一般采用的收敛条件是迭代步数  $n=IN$  或各聚类中心变化的绝对值小于一个很小的正数。

(6) 按照最大隶属度原则完成最后的硬分割。

参数  $\alpha$  的取值与图像的信噪比有较大的关系, 在图像的分割过程中需要选择合适的取值使得分割效果最好。

## 3 试 验

分别用 MC-FCM 聚类算法与传统 FCM 聚类算法、一种改进的 FCM 聚类算法 (BCFCM)<sup>[3]</sup>、基于

MFR (markov random field) 的图像分割算法 MLL (MRF-MLL)<sup>[7]</sup>, 对模拟脑部 MR 图像和真实脑部 MR 图像进行分割比较。为了量化地评估各种算法的分割效果, 定义错分率为

$$MCR = \frac{\text{错误分割的像素数量}}{\text{总像素数量}} \times 100\%$$

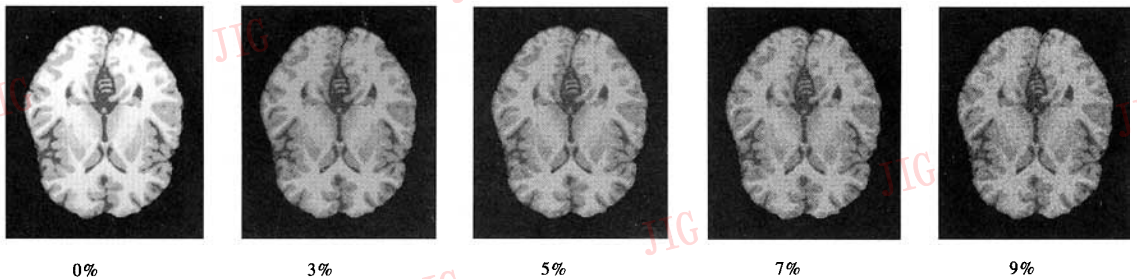
$MCR \in [0, 1]$ ,  $MCR$  越小表示分割结果越好。

### 3.1 模拟脑部 MR 图像

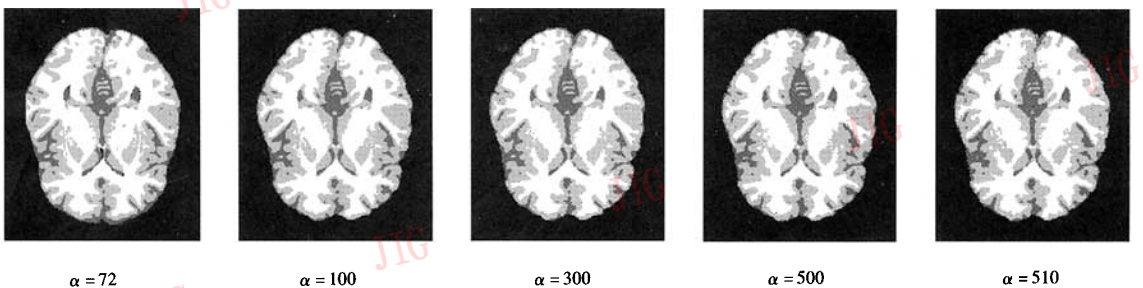
模拟脑部 MR 图像的数据取自 BrainWeb 网站。其模拟脑部 MR 图像数据库常被作为图像分割的金标准。每组数据集由  $181 \times 217 \times 181$  个像素组成, 层厚为 1mm,  $T1$  加权。设定分割类别为灰质、白质、脑脊液和背景等 4 类。实验是应用 MC-FCM 算法对叠加了不同噪声的模拟脑部 MR 图像进行分割, 还对几种不同的图像分割算法对上述图像的分割结果进行了比较。

图 1 列出了应用 MC-FCM 算法对叠加了不同噪声的模拟脑部 MR 图像的分割结果。实验结果表明即使分割较高噪声的图像, MC-FCM 算法也能够得到比较理想的结果。

图 2 中分别列出了用几种图像分割方法对叠加了 7% 噪声的模拟脑部 MR 图像的分割结果。可以看出, 在分割叠加了噪声的模拟脑部 MR 图像时, FCM 缺乏去除噪声的能力, 分割结果很差; BCFCM



(a) 叠加不同噪声的模拟脑部 MR 图像



(b) MC-FCM 算法分割结果

图 1 应用 MC-FCM 算法对叠加了不同噪声的模拟脑部 MR 图像的分割结果

Fig. 1 The segmentation results of simulated brain MR images with different noise level using the proposed method

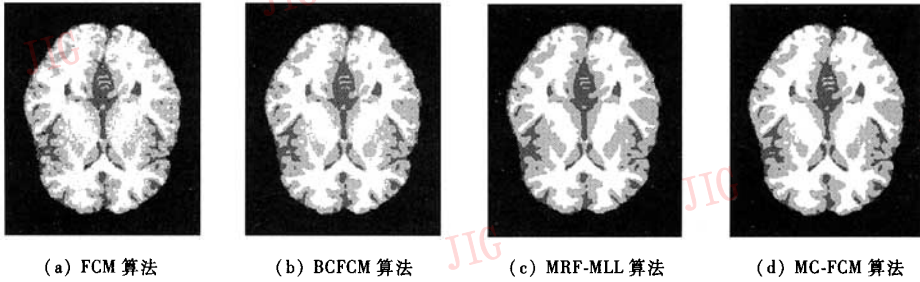


图 2 运用多种图像分割方法对叠加了 7% 噪声的模拟脑部 MR 图像的分割结果

Fig. 2 The segmentation results of simulated brain MR images with different noise level using deferent methods

算法虽然比 FCM 有改进,但在分割区域的边缘处分割效果仍然较差;FRM-MLL 算法造成了明显的过平滑现象;MC-FCM 算法优于前 3 种算法,得到了比较理想的分割结果。

表 1 给出了实验中,不同的图像分割算法对叠加了不同噪声的模拟脑部 MR 图像进行分割的错分率。从实验数据可以看出,MC-FCM 聚类算法,对不同噪声的图像的分割结果都优于其他 3 种分割算法。

表 1 模拟脑部 MR 图像叠加了不同噪声图像的错分率  
Tab.1 MCR of simulated brain MR images( $\alpha=300$ )  
with different noise level( $\alpha=300$ )

	单位:%			
	3%	5%	7%	9%
MRF-MLL	5.23	5.05	5.70	7.38
FCM	3.93	5.20	7.31	10.40
BCFCM	4.10	4.61	5.52	7.04
MC-FCM	3.86	4.40	5.14	5.88

### 3.2 实际脑部 MR 图像

实际脑部 MR 图像数据及其人工分割结果取自 IBSR(internet brain segmentation repository)网站。每组数据集由  $256 \times 256 \times 55$  个像素组成,层厚 6mm,  $T1$  加权。同样设定分割类别为灰质、白质、脑脊液和背景等 4 类。实验是应用 MC-FCM 算法和几种不同的图像分割算法对该数据集进行分割的比较。

图 3 中列出了 MC-FCM 算法对实际脑部 MR 图像的分割结果。从实验结果可以看出,MC-FCM 算法得到了比较理想的分割结果。

表 2 给出了实验中,不同的图像分割算法对该数据集进行分割时,与专家手工分割结果相比的错分率。从实验数据可以看出,MC-FCM 聚类算法,具有较低的错分率,但与其他算法相比差别不大。由于专家的手工分割结果也具有一定的误差,此结果仅能作为参考。



图 3 运用 MC-FCM 算法对实际脑部 MR 图像的分割结果( $\alpha=300$ )

Fig. 3 The segmentation results of real brain MR images( $\alpha=300$ )

表 2 实际脑部 MR 图像的错分率

Tab.2 MCR of real brain MR images 单位:%

分割方法	MCR
MRF-MLL	3.19
FCM	3.99
BCFCM	3.56
MC-FCM	3.24

### 3.3 临床脑部肿瘤 MR 图像

选取了一组临床脑部肿瘤 MR 图像数据。数据集由  $448 \times 512 \times 30$  个像素组成,层厚 6mm,  $T2$  加权。分割前先去除了头骨等外部组织,设定分割类别为灰质、白质、脑脊液、肿瘤和背景等 5 类。实验是应用本文提出的聚类算法对该数据集进行分割。

图 4 中列出了分割结果( $Z = 11, 12$ )。从实验结果可以看出,该算法能够正确地分割出脑部肿瘤(图 4 中白色部分)。

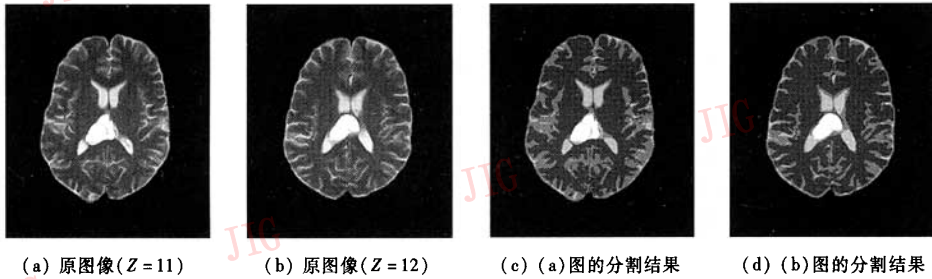


图 4 临床脑部肿瘤 MR 图像的分割结果( $\alpha = 300$ )

Fig. 4 The segmentation results of clinical brain MR images( $\alpha = 300$ )

## 4 结 论

本文考虑到脑部 MR 图像真实的灰度值具有分片为常数的特性,按照合理利用图像空间信息的原则,对传统的 FCM 聚类算法进行了改进,增加了使隶属度趋向于分片光滑的约束项,得到了新的聚类算法。该算法不仅继承了传统 FCM 聚类算法无监督、算法简单、运算速度快、稳健性好等优点,而且在有效地去除噪声,提高图像分割精度方面,有了显著的提高。其分割效果优于多种图像分割算法。

### 参考文献 (References)

1 Kanel M S, Selim S Z. New algorithms for solving the fuzzy clustering

problem[J]. Pattern Recognition, 1994, 27(3): 421 ~ 428.

- 2 Singh M, Patel P, Khosla D, *et al.* Segmentation of functional MRI by K-means clustering[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1996, 43(6): 2030 ~ 2036.
- 3 Mohamed N, Ahmed. A modified fuzzy C-means algorithm for bias field estimation and segmentation of MRI data[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2002, 21(3): 193 ~ 199.
- 4 Dzung L Pham. Spatial models for fuzzy clustering[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2001, 84(2): 285 ~ 297.
- 5 Alan Wee-Chung Liew, Hong Yan. An adaptive spatial fuzzy clustering algorithm for 3-D MR image segmentation [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2003, 22(9): 1063 ~ 1075.
- 6 Bezdek J C, Pal S K. Fuzzy Models for Pattern Recognition[M]. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1999.
- 7 Stan Z Li. Markov Random Field Modeling in Image Analysis[M]. Tokyo: Springer, 2001.