

基于四元数旋转的开关型矢量中值滤波器

金良海 李德华

(华中科技大学图像识别与人工智能研究所图像信息处理与智能控制教育部重点实验室, 武汉 430074)

摘要 矢量中值滤波器是一种经典和高效的矢量滤波器,主要用于消除彩色图像中的冲击噪声。然而VMF没有区分细线条和噪声的能力,它往往把细线条当成噪声而过滤掉。本文利用四元数旋转理论,模仿Laplacian算子,提出一种用于检测彩色图像中的冲击噪声的算法,并结合传统的VMF构造出一个新颖的开关型矢量中值滤波器。实验结果表明,新的滤波器不仅能有效地保护细线条和边界等细节信息,而且其滤波性能也明显胜过传统的VMF和一些经典的及最近开发的矢量滤波器。

关键词 矢量中值滤波器 四元数旋转 脉冲噪声 彩色图像

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)12-2089-07

A Switching Vector Median Filter Based on Quaternion Rotation

JIN Liang-hai, LI De-hua

(State Education Commission Key Laboratory for Image Processing and Intelligent Control, Institute for Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract Vector median filter (VMF) is a kind of traditional highly effective vector filter which is mainly used to remove impulsive noise from color images. But it fails to distinguish thin lines and boundaries from impulsive noise, and usually filter them out. This paper analyzes quaternion rotation theory and its applications to color image processing. Based on this analysis and by imitating Laplacian operators, a new color impulse detector is presented. Combining this color impulse detector with the traditional VMF, a new kind of switching vector median filters is proposed. The experimental results show that, compared with the traditional VMF and some of the representative vector filters and recently developed vector filters, the proposed approach, not only effectively preserves the fine details, but also provides better filtering performance.

Keywords vector median filters (VMF), quaternion rotation, impulsive noise, color images

1 引言

图像去噪是图像处理的一个永恒的课题,最普通的图像处理任务就是图像去噪和图像增强^[1]。彩色图像滤波和去噪的目标就是同时达到削弱噪声、保持色调和保护边缘或细节信息^[2]。彩色图像的滤波技术经历了从标量滤波法到矢量滤波法的发展过程。矢量滤波法作为基于统计排序的非线性滤波法,在消除冲击噪声、保持色调和保护边缘与细节

上有较好的稳健性^[3]。

近年来,矢量滤波技术得到了大量的研究^[4-12]。其中,矢量中值滤波器(vector median filter, VMF)^[4]是一种最基本的、经典和高效的矢量滤波器,能十分有效地抑制冲击噪声。而基本矢量方向滤波器(basic vector directional filter, BVDF)^[5]、距离方向滤波器(directional-distance filter, DDF)^[6]是另外2种具有代表性、高效的矢量滤波器。BVDF在抑制噪声的同时,能有效地保护图像色调;DDF则是VMF和BVDF的一种综合,它

基金项目:国家自然科学基金项目(69775022);国家高技术研究发展计划项目(863-306-ZT04-06-3)

收稿日期:2006-06-08;改回日期:2006-08-22

第一作者简介:金良海(1966~),男,高级工程师。2002年获北方交通大学硕士学位,现为华中科技大学图像识别与人工智能研究所博士研究生。主要研究方向为图像处理、模式识别和智能控制。E-mail: lhjin518@sina.com

在去噪的同时,也能保护图像色调。而文献[7]、[8]提出的 2 种常用的均值滤波器(adaptive nearest neighbor filter, ANNF)^[7]和(fuzzy vector directional filter, FDFV)^[8],能同时有效地抑制加性噪声和冲击噪声。文献[9]也提出了一种经典的混和矢量滤波器(adaptive hybrid directional filter, AHDF),它同时考虑了中值输出和均值输出,所以能同时抑制冲击噪声和加性噪声。最近,人们已经开发出了一些高效的矢量滤波器^[10-12],限于文章篇幅,这里就不再一一叙述。

然而,上述提及的各种文献所记载的矢量滤波器,都没有区分细线条和噪声的能力,它们往往把细线条当成噪声而过滤掉。本文采用四元数旋转理论,模仿 Laplacian 算子,提出了一个新颖的开关型矢量中值滤波器(quaternion-switching vector median filter, QSVMF)。实验结果表明,新的滤波器不仅能有效地保护细线条等细节信息,而且其滤波性能也明显胜过很多经典的和最近开发的矢量滤波器。

2 四元数概述

1843 年英国数学家 Hamilton 提出了四元数理论^[13],他将普通复数从 2 维空间扩展到 4 维空间。一个四元数 q 由一个实部 a 和 3 个虚部组成 b, c, d , 可以写成:

$$q = a + bi + cj + dk \quad (1)$$

其中, a, b, c 和 d 是实数, i, j 和 k 是 3 个虚单位,并满足下面的规则:

$$\begin{cases} i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \\ ij = k, jk = i, ki = j \\ ji = -k, kj = -i, ik = -j \end{cases} \quad (2)$$

当实部 $a=0$ 时,称 q 为纯虚四元数。

四元数(1)的模和共轭分别定义为

$$|q| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}, q^* = a - bi - cj - dk$$

2 个四元数的加减是它们相应部件的加减,因此四元数的加法是可交换的。但根据规则式(2),四元数的乘法是不可交换的。设有 2 个四元数: $q_1 = a_1 + b_1i + c_1j + d_1k$ 和 $q_2 = a_2 + b_2i + c_2j + d_2k$, 则

$$\begin{aligned} q_1q_2 &= (a_1a_2 - b_1b_2 - c_1c_2 - d_1d_2) + \\ &(a_1b_2 + b_1a_2 + c_1d_2 - d_1c_2)i + \\ &(a_1c_2 - b_1d_2 + c_1a_2 + d_1b_2)j + \\ &(a_1d_2 + b_1c_2 - c_1b_2 + d_1a_2)k \end{aligned} \quad (3)$$

四元数(1)还可以写成下面极坐标的形式:

$$q = |q|e^{i\varphi} = |q|(\cos\varphi + u\sin\varphi), 0 \leq \varphi \leq \pi$$

其中

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}}(bi + cj + dk) \\ \varphi &= \begin{cases} \tan^{-1} \sqrt{b^2 + c^2 + d^2}/a & a \neq 0 \\ \pi/2 & a = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

这里 μ 是单位纯虚四元数(即模为 1 的纯虚四元数),也称为四元数 q 的特征轴(eigenaxis),而 φ 则称为特征角(eigenangle)。

3 QSVMF 的设计

3.1 RGB 彩色图像的四元数表示

由于 RGB(red, green, blue)彩色图像只有 3 个分量,因此可采用纯虚四元数来表示一个彩色图像。设像素 $x_{i,j} = [r_{i,j}, g_{i,j}, b_{i,j}]^T$, 其中 $r_{i,j}, g_{i,j}, b_{i,j} \in \{0, 1, 2, \dots, 255\}$ 为了对称,可将 RGB 空间的原点坐标从(0,0,0)移到(127.5, 127.5, 127.5),则表示像素 $x_{i,j}$ 的纯虚四元数: $q_{i,j} = (r_{i,j} - 127.5)i + (g_{i,j} - 127.5)j + (b_{i,j} - 127.5)k$ 。

3.2 四元数旋转及彩色像素的色差表示

虽然四元数理论早在 1843 年就已经被提出来了,但直到最近才开始应用到图像处理中,如 Sangwine 将它应用到彩色图像的滤波^[14]和边缘检测中^[15],文献[16]也提出一个基于四元数描述的彩色边缘检测器。本文则利用四元数的旋转理论,设计出了一个具有很高性能的开关型矢量中值滤波器。下面简要介绍四元数的旋转理论,然后解释它在本文中的应用。

在 3 维空间内,令 $R = e^{i\theta}$, 则 RXR^* 表示将一个 3 维向量 X 绕轴 μ (单位 3 维向量)旋转一个角度 2θ ^[13,14]。

在应用中,取 $\mu = (i + j + k)/\sqrt{3}$, 那么在 RGB 3 维空间中,它代表着灰度线(grayline),因为在这个向量方向上的像素,其 3 个分量的灰度值是相等的。再令 $\theta = \pi/2$, 即 $R = e^{i\pi/2} = (i + j + k)/\sqrt{3}$, 则 RXR^* 表示将 X 绕灰度线 μ 旋转 180° , 即将 X 旋转到相反的方向(以 μ 为对称轴),因此 $X + RXR^*$ 应当处于灰度线上。

设有 2 个彩色像素: $q_1 = r_1i + g_1j + b_1k$ 和 $q_2 = r_2i + g_2j + b_2k$, 因为 Rq_2R^* 的实部为 0(可以通过计

4 计算复杂度分析

本节简要地分析 QSVMF 的计算复杂度,并与传统的 VMF 进行比较。这里计算复杂度被定义为滤波一个像素所需的各种操作数。下面所要用到的基本操作为:ADD/SUB(加/减),MULT/DIV(乘/除),SQRT(平方根)和 SWAP/COMP(交换/比较)。

(1) 因为 $Rq_{i,j}R^*$ ($q_{i,j} = r_{i,j}i + g_{i,j}j + b_{i,j}k$) 可以化简为

$$Rq_{i,j}R^* = \left[\frac{2(r_{i,j} + g_{i,j} + b_{i,j})}{3} - r_{i,j} \right] i + \left[\frac{2(r_{i,j} + g_{i,j} + b_{i,j})}{3} - g_{i,j} \right] j + \left[\frac{2(r_{i,j} + g_{i,j} + b_{i,j})}{3} - b_{i,j} \right] k \quad (10)$$

所以计算一个 $Rq_{i,j}R^*$ 需要 2MUL/DIV 和 5ADD/SUB。

(2) 在利用式(7)~(9)判断当前像素 $q_{i,j}$ 是否为噪声时,先计算好 $Rq_{i,j}R^*$ 。这样容易推导出,滤波一个像素, QSVMF 需要

$$T_{QSVMF} = (16SQRT + 70MUL/DIV + 7SWAP/COMP + 177ADD/SUB) + P * T_{VMF} \quad (11)$$

这里 p 是噪声率 ($0.0 \leq p \leq 1.0$), T_{VMF} 为传统的 VMF 的计算复杂度(滤波一个像素所需的各种操作数)。

现在来计算 T_{VMF} 。先假设滤波器窗口大小为 $N \times N$ 。计算一个欧氏距离需要 5ADD/SUB + 3MUL/DIV + 1SQRT。这样在采用优化的快速排序算法下,

$$T_{VMF} = N^2(N^2 - 1)(5ADD/SUB + 3MUL/DIV + 1SQRT) + N^2 \log N^2 SWAP/COMP \quad (12)$$

于是,在 $N \times N = 3 \times 3$ 的窗口下,

$$T_{VMF} = 72SQRT + 216MUL/DIV + 28.5SWAP/COMP + 360ADD/SUB \quad (13)$$

从式(11)和式(13)可以看出,在 3×3 的滤波窗口下,当噪声率不大于 65% 时, QSVMF 的执行速度比 VMF 快。特别地,当噪声率为 10% 时, QSVMF 的执行速度大约是 VMF 的 3 倍。

5 实验结果

为客观评价彩色图像的滤波效果,提出了各种评估方法^[17,18]。下面是比较常用的 2 种方法:

(1) 归一化均方误差(normalized mean square error, NMSE)^[17]

$$NMSE = \frac{\sum_{x=1}^{N_1} \sum_{y=1}^{N_2} \|f(x,y) - \hat{f}(x,y)\|_2^2}{\sum_{x=1}^{N_1} \sum_{y=1}^{N_2} \|f(x,y)\|_2^2}$$

其中, N_1 和 N_2 表示图像的维数, $f(x,y)$ 代表没有加入噪声的源图像在 (x,y) 处的矢量, $\hat{f}(x,y)$ 表示在源图像 $f(x,y)$ 中加入噪声后经过滤波后的输出图像在 (x,y) 处的矢量。

很显然, NMSE 表示了 2 个图像在明度(亮度)上的相对误差,它没有直观地反映色彩误差。

(2) 归一化色彩误差(normalized color difference, NCD)^[18]

为了使 2 个图像之间的差异符合人类视觉感观,文献[18]定义了一种在与人类感观一致的均匀颜色空间(Uniform color spaces) $L^*a^*b^*$ 中的 2 个图像之间的误差估计

$$NDC = \frac{\sum_{x=1}^{N_1} \sum_{y=1}^{N_2} \|\Delta E_{a,b}(x,y)\|_2}{\sum_{x=1}^{N_1} \sum_{y=1}^{N_2} \|E_{a,b}^*(x,y)\|_2}$$

$$E_{a,b}^*(x,y) = [L^*(x,y)]^2 + [a^*(x,y)]^2 + [b^*(x,y)]^2$$

$$\Delta E_{a,b}(x,y) = [L^*(x,y) - \hat{L}^*(x,y)]^2 + [a^*(x,y) - \hat{a}^*(x,y)]^2 + [b^*(x,y) - \hat{b}^*(x,y)]^2$$

其中, $L^*(x,y)$ 、 $a^*(x,y)$ 、 $b^*(x,y)$ 代表没有加入噪声的源图像 $f(x,y)$ 在 (x,y) 处像素关于 L^* 、 a^* 、 b^* 分量图像的灰度值, $\hat{L}^*(x,y)$ 、 $\hat{a}^*(x,y)$ 、 $\hat{b}^*(x,y)$ 代表在源图像 $f(x,y)$ 中加入噪声后经过滤波器滤波后的输出图像 $\hat{f}(x,y)$ 在 (x,y) 处像素关于 L^* 、 a^* 、 b^* 分量图像的灰度值。

文中采用“Lena”图像(515 × 512, 24 位 RGB 格式)作为测试图像。在这个源图像中加入 0% ~ 40% 的脉冲噪声,脉冲噪声是由 Matlab 6.5 的指令“imnoise(I, 'salt & pepper', D)”加入的。然后,使用一些经典的和最近开发的矢量滤波器、以及本文提出的滤波器 QSVMF 进行滤波,并分析各种滤波器的输出图像关于 NMSE 和 NCD 的指标。表 1 列出了这些用于比较的矢量滤波器,在这些滤波器中,有些需要一些调节参数,本文中,参数采用原始论文中所推荐的最优值。使用了 3×3 的滤波窗口,在 5×5 滤波窗口下的实验结果类似于 3×3 窗口。

表 1 各种用于比较的矢量滤波器

Tab.1 Filters taken for comparison with the proposed filter(QSVMF)

滤波器名称	参数	参考文献
VMF		4
BVDF		5
DDF	$p = 0.25$	6
ANNF		7
FVDF	$\gamma = 2$	8
AHDF		9
ACWVDF(adaptive center-weighted vector directional filter)	$[Tol1, \dots, Tol5] = [0, 0.08, 0.17, 0.33, 0.51]$	10
SCWVDF(switching center-weighted vector directional filter)	$\lambda = 2, Tol = 0.19$	10
ABVDF(adaptive basic vector directional filter)	$r = 5, Tol = 0.16$	11
FPGF _{VMF} (fast peer group filter(VMF))	$d = 45, m = 3$	12

表 2 和表 3 分别列出了各种滤波器的输出图像关于 NMSE 和 NCD 的详细数据。可以清楚地看出, QSVMF 的性能是最佳的。当噪声密度小于 10% 时, QSVMF 的滤波效果是非常优秀的; 当噪声密度不大于 20% 时, QSVMF 的滤波效果也比较好; 但当噪声密度很大时(如 40%), QSVMF 和 VMF 的滤波效果相差不大。

为了观察新的矢量中值滤波器 QSVMF 对于细线条保护的效果, 在含 15% 噪声的“Lena”图像中画

了一个对角线相连的细线矩形, 然后使用各种滤波器进行滤波。图 1 显示了各种滤波器的输出图像。从图中可以看出, 这个对角线相连的细线矩形在 QSVMF 的输出图像中基本上保持完好, 而且滤波效果很好; 而在其他滤波器的输出图像中, 要么这个对角线相连的细线矩形基本上消失了, 要么滤波效果不好(还保留着很多噪声)。所以, 从视觉效果上看, QSVMF 的滤波效果也是最好的。

表 2 各种滤波器的 NMSE 比较(Lena 图像 3 × 3 窗口)

Tab.2 Comparison of the NMSEs for the restored “Lena” image(3 × 3 window)

滤波器	噪声率(%)									
	0.0	3.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
VMF	0.001431	0.001677	0.001876	0.002589	0.004083	0.007178	0.013600	0.024295	0.039095	0.061344
BVDF	0.001834	0.002156	0.002470	0.003737	0.007408	0.015528	0.030718	0.053727	0.081920	0.114374
DDF	0.001463	0.001702	0.001889	0.002618	0.004183	0.007438	0.014166	0.025255	0.040370	0.062963
ANNF	0.001382	0.001815	0.002383	0.004965	0.009686	0.016309	0.025689	0.036973	0.049872	0.064715
FVDF	0.001454	0.001619	0.001816	0.002681	0.005351	0.011623	0.023762	0.043203	0.067875	0.097720
AHDF	0.001429	0.001673	0.001868	0.002678	0.004562	0.008500	0.016068	0.027749	0.043533	0.064350
ACWVDF	0.000011	0.002161	0.005143	0.019026	0.042895	0.071415	0.106425	0.142200	0.177443	0.210828
SCWVDF	0.000070	0.000769	0.001425	0.004517	0.012509	0.025616	0.046438	0.073403	0.103486	0.136200
FPGF _{VMF}	0.000126	0.000796	0.001254	0.002531	0.004802	0.008227	0.014904	0.025515	0.039997	0.062028
QSVMF	0.000015	0.000387	0.000690	0.001638	0.003327	0.006387	0.012843	0.023333	0.038122	0.060515



(a) Lena 源图像



(b) 含 15% 噪声并附加有对角线相连的矩形图像



(c) QSVMF 滤波器的输出图像



(d) VMF 滤波器的输出图像



(e) BVDF 滤波器的输出图像



(f) DDF 滤波器的输出图像



(g) ANNF 滤波器的输出图像



(h) FVDF 滤波器的输出图像



(i) AHDF 滤波器的输出图像



(j) ACWVDF 滤波器的输出图像



(k) SCWVDF 滤波器的输出图像



(l) PFGF_{VMF} 滤波器的输出图像

图 1 各种滤波器的滤波效果

Fig. 1 Restoration results of different filters operating on the test image "Lena"

表 3 各种滤波器的 NCD 比较 (Lena 图像 3×3 窗口)Tab. 3 Comparison of the NCDs for the restored "Lena" image (3×3 window)

滤波器	噪声率 (%)									
	0.0	3.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
VMF	0.027 738	0.029 502	0.030 717	0.034 121	0.038 981	0.047 383	0.062 083	0.084 438	0.115 733	0.159 432
BVDF	0.029 142	0.030 729	0.031 993	0.036 033	0.043 208	0.056 322	0.078 791	0.111 050	0.152 102	0.201 021
DDF	0.027 863	0.029 487	0.030 654	0.034 005	0.038 862	0.047 385	0.062 168	0.084 547	0.115 384	0.158 710
ANNF	0.029 370	0.033 764	0.039 261	0.059 367	0.087 046	0.117 195	0.150 354	0.182 660	0.214 050	0.244 332
FVDF	0.030 616	0.031 364	0.032 104	0.035 132	0.041 931	0.055 422	0.078 422	0.111 389	0.152 236	0.200 718
AHDF	0.028 704	0.030 398	0.031 693	0.035 775	0.042 600	0.054 666	0.075 168	0.104 638	0.142 719	0.189 016
ACWVDF	0.000 085	0.007 592	0.015 743	0.046 893	0.094 822	0.149 723	0.214 015	0.276 250	0.337 065	0.393 124
SCWVDF	0.000 481	0.004 728	0.008 019	0.018 629	0.036 578	0.062 414	0.099 546	0.143 880	0.194 234	0.248 937
FPGF _{VMF}	0.000 422	0.005 789	0.009 501	0.018 463	0.028 648	0.041 300	0.059 341	0.083 951	0.116 294	0.160 345
QSVMF	0.000 054	0.004 761	0.008 100	0.016 422	0.025 660	0.037 240	0.054 790	0.079 042	0.111 959	0.156 743

6 结 论

四元数的特性,决定了它非常适合于用来描述彩色图像。然而直到最近,四元数的理论和方法才开始被应用到彩色图像处理领域中来。本文分析了四元数的旋转理论,并将它用来检测彩色图像中的脉冲噪声,同时结合传统的矢量中值滤波器 VMF,构造出了一个新颖的开关型矢量中值滤波器 QSVMF。实验数据表明,新的滤波器不仅在滤波性能上胜过很多经典的和最近开发的矢量滤波器,而且还具有区分细线条和噪声的能力,从而能够有效地保护细线条或边界等细节信息。

参考文献 (References)

- Plataniotis K N, Androutsos D, Venetsanopoulos A N. Vector directional filters: An overview [A]. In: proceedings of IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering [C]. St. John, Canada, 1997, 1(1): 106 ~ 109.
- Tsai H H, Yu P T. Adaptive fuzzy hybrid multichannel filters for removal of impulsive noise from color images [J]. Signal Processing, 1999, 74(2): 127 ~ 151.
- Pitas I, Venetsanopoulos A N. Order statistics in digital image processing [J]. Proceedings of the IEEE, 1992, 80(12): 1893 ~ 1921.
- Astola J, Haavisto P, Neuvo Y. Vector median filters [J]. Proceedings of the IEEE, 1990, 78(4): 678 ~ 689.
- Trahanias P E, Karakos D G, Venetsanopoulos A N. Directional processing of color images: theory and experimental results [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1996, 5(6): 868 ~ 880.
- Karakos D G, Trahanias P E. Generalized multichannel image-filtering structures [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(7): 1038 ~ 1045.
- Plataniotis K N, Androutsos D, Sri V, et al. Nearest-neighbour multichannel filter [J]. Electronics Letters, 1995, 31(22): 1910 ~ 1911.
- Plataniotis K N, Androutsos D, Venetsanopoulos A N. Colour image processing using fuzzy vector directional filters [A]. In: Proceedings of the IEEE Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing [C], Neos Marmaras, Halkidiki, Greece, 1995, 2: 535 ~ 538.
- Gabbouj M, Cheickh F A. Vector median-vector directional hybrid filter for color image restoration [A]. In: Proceedings of the European Signal Processing Conference [C], Trieste, Italy, 1996: 879 ~ 881.
- Lukac R. Adaptive color image filtering based on center-weighted vector directional filters [J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2004, 15(2): 169 ~ 196.
- Lukac R. Color image filtering by vector directional order-statistics [J]. Pattern Recognition and Image Analysis, 2002, 12(3): 279 ~ 285.
- Smolka B, Chydzinski A. Fast detection and impulsive noise removal in color images [J]. Real-Time Imaging, 2005, 11: 389 ~ 402.
- Hamilton W R. Elements of Quaternions [M]. Boston MA, USA: Ginn & Company, 1887.
- Sangwine S J. Colour image filters based on hypercomplex convolution [J]. IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing, 2000, 147(2): 89 ~ 93.
- Sangwine S J. Colour image edge detector based on quaternion convolution [J]. Electronics Letters, 1998, 34(10): 969 ~ 971.
- Li Bao-qin. A color image edge detector based on quaternion representation [J]. Journal of Image and Graphics, 2003, 8A(10): 1126 ~ 1130. [李葆青. 基于四元数描述的彩色图象边缘检测器 [J]. 中国图象图形学报, 2003, 8A(7): 774 ~ 777.]
- Eskicioglu A M, Fisher P S. Image quality measures and their performance [J]. IEEE Transactions on Communications, 1995, 43(12): 2959 ~ 2965.
- Plataniotis K N, Venetsanopoulos A N. Color Image Processing and Applications [M]. Berlin: Springer, 2000: 157 ~ 173.