

基于概率统计模型与图像主纹理方向分析的非线性滤波算法

王 暄¹⁾ 毕秀丽²⁾ 马建峰¹⁾ 肖 斌²⁾

¹⁾ (西安电子科技大学计算机网络信息与安全教育部重点实验室, 西安 710071)

²⁾ (陕西师范大学物理学与信息技术学院, 西安 710062)

摘要 图像滤噪是图像预处理的一个重要内容,因为滤噪效果对图像处理的结果有很大影响。如何充分利用图像的局部特征以提高滤波器的滤噪效果、细节及边缘信息保持能力,在分析现有图像滤波算法的基础上,提出一种基于概率统计模型与图像主纹理方向分析的非线性滤波算法。算法利用 Radon 变换对图像进行主纹理方向分析,得到图像的局部纹理方向概率密度分布,然后基于概率统计模型借助中心像素的若干邻近像素对中心像素进行估计得到中心像素点的灰度值。此算法充分利用了图像的局部特征,既具有良好的去噪能力,又兼顾了对图像细节的保持特性。在处理同时感染脉冲噪声和高斯噪声的混合噪声图像时,算法效果明显优于其他滤波算法。

关键词 非线性滤波 概率统计 Radon 变换 纹理分析 主方向

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2008)05-0858-07

Nonlinear Filtering Algorithm Using Probability Statistic and Main Texture Direction Analysis Based on Radon Transforms

WANG Xuan¹⁾, BI Xiu-li²⁾, MA Jian-feng¹⁾, XIAO Bin²⁾

¹⁾ (The Key Laboratory of the Ministry of Education for Computer Networks and Information Security Xidian University, Xi'an 710071)

²⁾ (School of Physics and Information Technology Shaanxi Normal University, Xi'an 710062)

Abstract Noise removal from images is an important part of images pre-treatment, and its result has a great effect on the final result of images processing. How to take full advantage of local characteristics and details in images to improve noise removal, detail-preserving and edge-preserving ability of filters? A nonlinear filtering algorithm using probability statistic and main texture direction analysis is proposed. This algorithm utilizes Radon transform to determine texture direction probability density distributions of local areas of images and then applies probability statistic model to estimate the middle pixel's gray value according to its neighbour pixels. The performance of the proposed method is evaluated with several sets of images contaminated by pulse noise and Gaussian noise. The experimental results show the superiority of this method including the ability of de-noising and preserving edges and details of images especially for images with pulse noise and Gaussian noise. This algorithm makes richly use of local characteristics and details of images. Especially unlike some recent algorithms applying only for salt-and pepper impulse or Gaussian noise removal, our method, is applicable to images contaminated by any kind of noise.

Keywords nonlinear filtering, probability statistic, Radon transform, texture analysis, main direction

基金项目: 国家高技术研究发展计划(863)项目(2002AA143021)

收稿日期: 2006-07-07; 改回日期: 2006-12-05

第一作者简介: 王 暄(1966 ~), 男, 副教授。西安电子科技大学计算机网络信息与安全教育部重点实验室博士研究生。主要研究方向为图像处理、网络安全。E-mail: wxuan@snnu.edu.cn

1 引言

图像滤波是图像预处理的一个基本内容,预处理的质量会影响图像处理的最终结果,所以该问题受到广泛关注,出现了很多图像滤波算法。中值滤波^[1]在去除椒盐噪声方面可以获得较好的效果,但会丢失相对于滤波窗口尺寸较小的图像细节,而且当噪声感染率增加时,滤波能力下降很快。由此出现了许多改进的中值滤波算法,如自适应中值滤波器^[2,3]、噪声自适应软开关(NASM)中值滤波器^[4]、混合神经模糊滤波器^[5]等。但是,这些被称为开关型的滤波器一般都是先确定出可能的噪声点,然后用中值滤波或改进中值滤波的结果来代替该点的像素灰度值。这些滤波器的优点是在高感染率的情况下也可以有效地检测出噪声点。它们的缺点是感染噪声点被直接用它周围像素点灰度值的中值所代替,没有利用该像素点周围的局部特征。因此,图像的细节和边缘信息没有得到很好的保持,在高感染噪声的情况下这种现象更加严重。针对开关型中值滤波算法的缺点,又出现了许多保持细节的中值滤波器,如中心加权中值滤波器(CWM)^[6]、基于直方图的模糊加权滤波器(HFF)^[7]、基于判断信号的自适应中值滤波器^[8]、多分类中值滤波器(MF)^[9]和将中值型噪声检测和细节保持相结合的滤波算法^[10],这些算法都是通过对滤波窗口中心像素点的灰度值进行加权来控制滤波效果以达到保持更多的图像细节的目的。

当图像被零均值高斯噪声感染时,均值滤波具有较好的滤波能力,但是它的缺点是直接用滤波窗口的灰度均值来代替中心像素点的灰度值,没有利用图像的局部特征(如边缘信息)造成了图像细节和边缘的损失。基于边缘保持功能的最小均方滤波方法^[11,12]可以很好地保持图像中的细节和边缘信息。对于重噪声感染情况,自适应模糊加权均值滤波器(AWFM)^[13]将模糊加权均值滤波器(WFM)进行了改进使其在重噪声感染情况下的效果也非常好。而智能模糊图像滤波器(FIF)^[14]可以根据图像的特征自动决定模糊系数的值,克服了自适应模糊加权均值滤波器(AWFM)的不足。

本文提出了一种基于概率统计模型与图像主纹理方向分析的非线性滤波算法,该算法利用 Radon 变换对图像进行主纹理方向分析,得到图像局部区域的纹理方向概率密度分布,然后基于概率统计模型借助中心像素的若干邻近像素对中心像素进行估

计得到中心像素点的灰度值。该算法充分利用了图像的局部特征,在处理同时感染脉冲噪声和均值任意的高斯噪声的混合噪声的图像时,算法效果明显优于其他滤波算法。

2 基于 Radan 变换的图像主纹理方向分析

一个 2 维函数 $f(x,y)$ 的 Radon 变换是该函数沿包含该函数的平面内的一组直线的线积分^[16],定义为

$$P(r,\theta) = R(r,\theta)\{f(x,y)\} = \iint f(x,y)\delta(r - x\cos\theta - y\sin\theta) dx dy \quad (1)$$

式中, $|r|$ 代表坐标原点 O 到该组直线的距离, $\theta \in [0, \pi)$ 代表直线与 y 轴之间的夹角(或直线的法线与 x 轴的夹角),如图 1 所示。

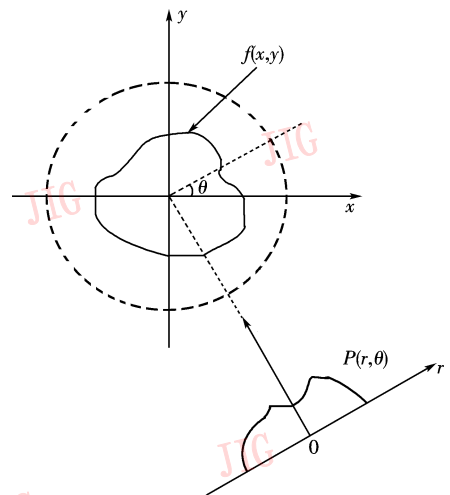


图1 函数 $f(x,y)$ 的 Radon 变换

Fig. 1 The Radon transform of $f(x,y)$

$\delta(r)$ 是 Dirac 函数。该定义是将 $f(x,y)$ 沿着直线 $r - x\cos\theta - y\sin\theta = 0$ 进行积分,以便获得在任意 (r,θ) 处 $f(x,y)$ 沿着该直线的求和值(即投影值) $P(r,\theta)$ 。如果该图像的纹理主方向位于与 y 轴夹角为 β 的方向上,根据式(1),则该图像的 Radon 变换结果 $P(r,\theta)$ 在 $\theta = \beta$ 时关于 r 的方差具有局部极大值,如图 2(a) 所示。

假设图像 $f(x,y)$ 被均值为 0 和方差为 σ^2 的加性噪声 $\eta(x,y)$ 所感染,则有如下关系:

$$\hat{f}(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y) \quad (2)$$

那么

$$R(r, \theta) \{ \hat{f}(x, y) \} = R(r, \theta) \{ f(x, y) \} + R(r, \theta) \{ \eta(x, y) \} \quad (3)$$

根据 Radon 变换是对图像的线性积分,在连续的情况下,在各点和各个方向上噪声的 Radon 变换是一个常量,并且该常量等于噪声的均值,也就是 $0^{[16]}$,所以就有:

$$R(r, \theta) \{ \hat{f}(x, y) \} = R(r, \theta) \{ f(x, y) \} \quad (4)$$

这意味着零均值的加性噪声在图像 Radon 变换以后没有什么影响。文献[16]证明了 Radon 变换以后信噪比增加为原来的 $1.7N_R$ 倍 (N_R 为内截圆半径)。如果 $N_R = 64$ 的话, $1.7N_R \approx 109$,信噪比近似为原来的 109 倍,所以此方法对噪声的鲁棒性极佳,如图2(b)~(d)所示。

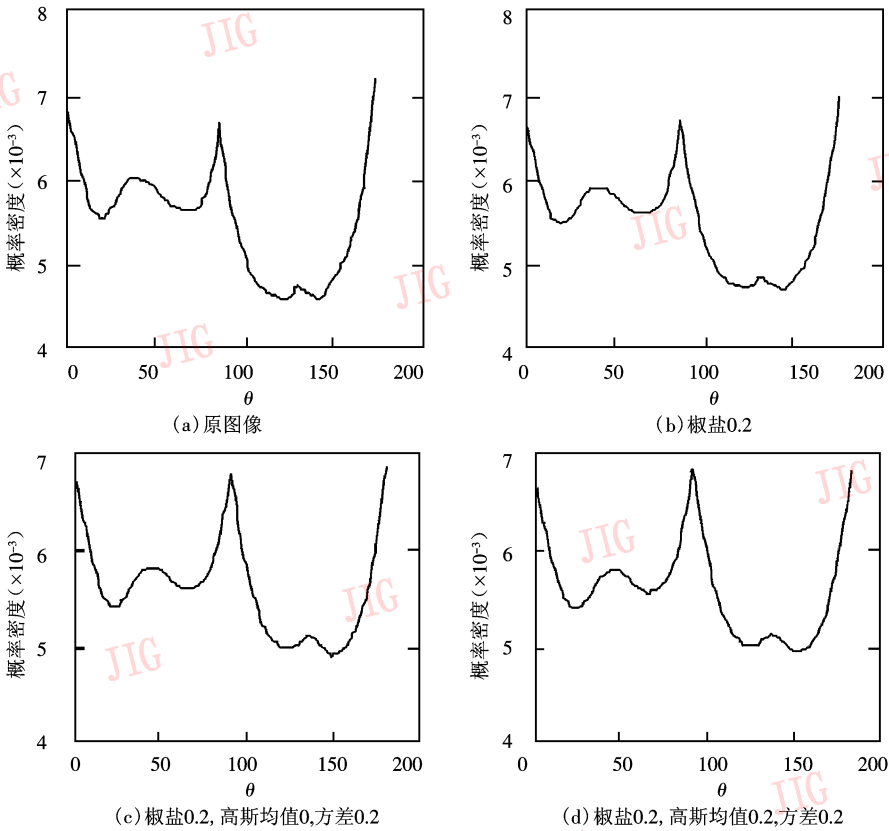


图 2 对 Lena 图像进行 Radon 变换后得到主纹理方向

Fig. 2 Main texture direction of Lena determined by Radon transform

3 基于概率统计模型与图像主纹理方向的非线性滤波算法

3.1 概率统计模型

在污染了噪声的图像中一个像素点是可用点还是噪声点是不可知的,所以假设这个像素点是未知的。图 3 中像素 $E_0, E_1, E_2, \dots, E_n$ 的灰度值为 $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$, 则像素点 E_0 的灰度的预测值 \hat{S}_0 可以用临近像素点的灰度值 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ 的函数来得到。

编号次序根据距像素点 E_0 的距离排序,距离相同先左后上,再右再下,则像素点 E_0 的灰度值 S_0 与灰度预测值 \hat{S}_0 的均方差为

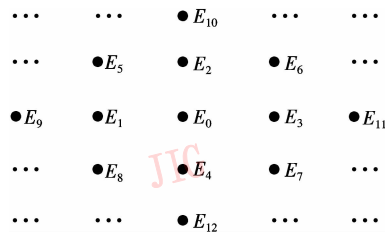


图 3 E_0 临近像素点的编号次序

Fig. 3 The orders of E_0 neighbour pixels

$$\sigma^2 = E \{ [S_0 - \hat{S}_0]^2 \} = \iint \dots \int [S_0 - \hat{S}_0]^2 \times P(S_0, S_1, S_2, \dots, S_n) dS_0 dS_1 dS_2 \dots dS_n$$

$$\begin{aligned}
 &= \iint \cdots \int [S_0 - \hat{S}_0]^2 P(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n) \times \\
 &\quad P(S_1, S_2, S_3, \dots, S_n) dS_0 dS_1 dS_2 \cdots dS_n \\
 &= \iint \cdots \int F(\hat{S}_0) P(S_1, S_2, S_3, \dots, S_n) dS_1 dS_2 \cdots dS_n
 \end{aligned} \tag{14}$$

式中, $P(S_1, S_2, \dots, S_n)$ 为 S_1, S_2, \dots, S_n 的联合概率密度, $P(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n)$ 为周围像素值 S_1, S_2, \dots, S_n 已发生时 S_0 的条件概率密度。

$$\begin{aligned}
 F(\hat{S}_0) &= \int [S_0 - \hat{S}_0]^2 P(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n) dS_0 \\
 &= \int S_0^2 P(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n) dS_0 + \\
 &\quad 2\hat{S}_0 \int S_0 P(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n) dS_0 + \\
 &\quad \hat{S}_0^2 \int P(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n) dS_0
 \end{aligned} \tag{15}$$

显然,为了求得最佳预测值,要使均方误差 σ^2 最小。应使 $F(\hat{S}_0)$ 最小,有

$$\frac{\partial F(\hat{S}_0)}{\partial \hat{S}_0} = 0$$

因为 $\int P(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n) dS_0 = 1$, 则可以得到最佳预测函数:

$$\hat{S}_0 = \int S_0 P(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n) dS_0 \tag{16}$$

表明 \hat{S}_0 的最佳预测估计就是 S_0 的条件期望。考虑到 $P(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n)$ 为周围像素点的灰度值为 S_1, S_2, \dots, S_n 时 S_0 的条件概率密度,为了能够自适应预测 \hat{S}_0 ,把式(16)写成分段积分形式:

$$\hat{S}_0 = \sum_{i=1}^n \int_{\tau_i} [S_i + (S_0 - S_i)] P_i(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n) dS_0 \tag{17}$$

式中, $P_i(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n)$ 是 τ_i 区间的条件概率密度, τ_i 对应于像素点 E_i 的子区间,因为每一个窗口中的子区间就是一个像素点,由式(17)可得:

$$\hat{S}_0 = \sum_{i=1}^n [S_i + (S_0 - S_i)] P_i(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n) \tag{18}$$

令 $d_i = S_0 - S_i$, $\lambda_i = P_i(S_0 | S_1, S_2, \dots, S_n)$ 。于是式(18)可以写成:

$$\hat{S}_0 = \sum_{i=1}^n (S_i + d_i) \lambda_i \tag{19}$$

式(19)表明,为求像素点 E_0 的灰度的预测值 \hat{S}_0 ,首先取其邻近像素 E_i ,进而求这两个像素的灰度值的

差值 d_i ,然后对一系列 $(S_i + d_i)$ 进行加权求和, λ_i 为权系数,它表征 E_0 周围的像素点中 E_i 在确定像素点 E_0 的灰度的预测值 \hat{S}_0 过程中贡献的大小。因此,预测值 \hat{S}_0 的估计就成为对 d_i 和 λ_i 的估计。

3.2 d_i 的估计

在图像滤噪过程中,因为假设 E_0 的灰度值 S_0 是未知的,因此, $d_i = S_0 - S_i$ 不能直接求得。用相对位置相同的最近的两对邻近点的灰度值的差值的均值作为 d_i 的估值,即

$$d_i = [(S_k - S_j) + (S_m - S_n)]/2$$

式中, S_k, S_j 与 S_m, S_n 是与 E_0, E_i 相对位置相同的最近的两个邻近点的灰度值,如图 3 所示, d_i 可以表示为

$$d_1 = 0.5[(S_2 - S_5) + (S_4 - S_8)]$$

$$d_2 = 0.5[(S_1 - S_5) + (S_3 - S_6)]$$

$$d_3 = 0.5[(S_2 - S_6) + (S_4 - S_7)]$$

.....

这样,可以将周围像素点的灰度值变化特征考虑进来。通过这种方法,可以利用图像的某些局部特征,使得预测值更加准确,以达到有效滤波和保持图像细节的效果。

3.3 对 λ_i 的估计

在式(19)中权系数 λ_i 表征 E_0 周围的像素点 E_i 在确定 E_0 的灰度值 S_0 的过程中贡献的大小。因为每幅图像都存在一些纹理特征,这就使得在确定 S_0 的过程中周围像素点 E_i 起到的作用大小是不一样的,要受到图像纹理特征的影响。如果 E_i 和 E_0 都处于图像中纹理相同的方向,那么 E_i 对预测 E_0 的灰度值 S_0 的贡献就应该比较大。由第 2 节可以利用 Radon 变换关于 r 的方差估计出图像局部纹理方向的变化,而且结果不受感染噪声影响,然后将其归一化可以得到图像的纹理方向概率密度图,据此可以确定位于 E_0 不同方向的纹理概率密度,即可得到权系数 λ_i 。

4 实验结果

利用 Matlab 对同一幅图像分别用均值滤波、自适应中值滤波、多分类中值滤波器(MF)以及本文提出的非线性自适应滤波算法实验,测试图像为 Lena 灰度图像,大小为 256×256 像素,滤波窗口选用 3×3 矩形窗。

4.1 对只受高斯噪声污染图像的滤噪效果

对 Lena 灰度图像加入均值为 0.2,方差为 0.08

的高斯噪声,经过滤波后的图像效果如图 4 所示。

为了对滤波算法的滤波效果加以定量描述,可以用信噪比改善因子指标:

$$R = \log \frac{\frac{1}{KL} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L (y(i,j) - s(i,j))^2}{\frac{1}{KL} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L (x(i,j) - s(i,j))^2}$$

对滤波算法的保持细节进行评价,使用均方误差指标:

$$ERMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^L (y(i,j) - s(i,j))^2}{KL}}$$

式中, K 、 L 分别是图图像的长度和宽度; $y(i,j)$ 是滤

波输出; $s(i,j)$ 是标准图像; $x(i,j)$ 是输入图像。信噪比改善因子 R 是负值,则说明滤波后的噪声被抑制, R 越低,说明滤波效果越好。均方误差 $ERMS$ 越小,说明图像滤噪处理后的保真度越高,也就是说滤波算法保持图像细节能力越强。

对 Lena 灰度图像分别加入均值和方差分别为 $(0.1, 0.08)$, $(0.2, 0.08)$, $(0.1, 0.1)$, $(0.2, 0.1)$ 的高斯噪声,其信噪比改善因子和均方误差如表 1 所示。由表 1 可以看出,对受到均值不为零的高斯噪声污染的图像,本文滤波算法比均值滤波、自适应中值滤波、MF 滤波算法的滤波效果都要好,这也就证明了本文算法的有效性。

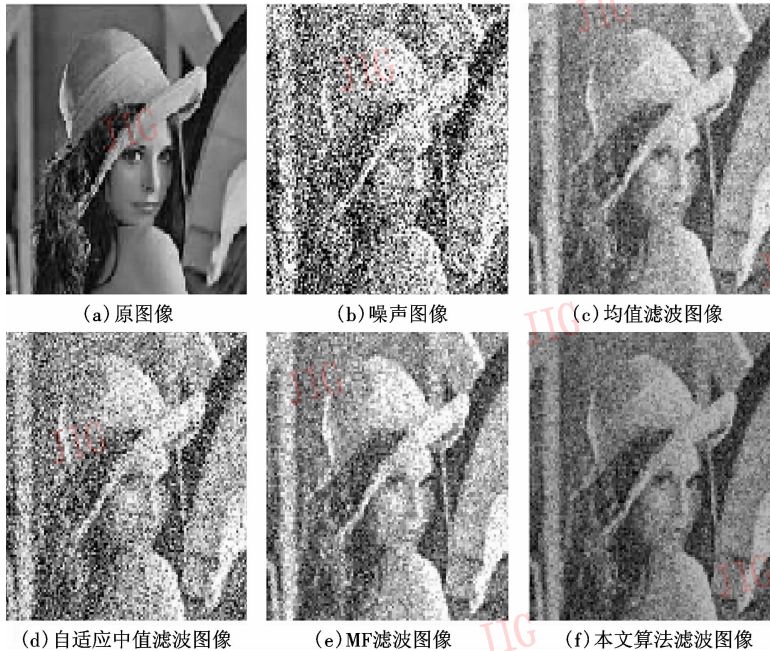


图 4 对只受高斯噪声污染图像的滤噪效果

Fig. 4 The filtering results of Lena image contaminated with Gaussian noise

表 1 滤波算法处理高斯噪声污染的 Lena 图像的信噪比改善因子和均方误差

Tab. 1 The R and $ERMS$ values applying different filtering algorithms to Lena image contaminated with Gauss noise

噪声	算法			
	均值滤波	自适应中值滤波	MF 滤波	本文滤波算法
椒盐 0.05, 高斯均值 0.1, 方差 0.08	$R = -4.6952$ $ERMS = 41.6538$	$R = -2.6517$ $ERMS = 52.7022$	$R = -2.948$ $ERMS = 50.935$	$R = -6.3362$ $ERMS = 34.4829$
椒盐 0.08, 高斯均值 0.2, 方差 0.08	$R = -3.1319$ $ERMS = 56.4595$	$R = -1.9235$ $ERMS = 64.8871$	$R = -1.6731$ $ERMS = 66.7845$	$R = -6.8607$ $ERMS = 36.7532$
椒盐 0.1, 高斯均值 0.3, 方差 0.08	$R = -1.9809$ $ERMS = 73.0183$	$R = -1.2883$ $ERMS = 79.0794$	$R = -0.6461$ $ERMS = 85.1475$	$R = -6.0271$ $ERMS = 45.827$
椒盐 0.2, 高斯均值 0.3, 方差 0.08	$R = -2.2877$ $ERMS = 73.2201$	$R = -1.4859$ $ERMS = 80.3005$	$R = -0.7844$ $ERMS = 87.0545$	$R = -6.0902$ $ERMS = 47.2611$

4.2 对受到混合噪声污染图像的滤噪效果

本文滤波算法在处理同时受到均值任意的高斯噪声和脉冲噪声污染的图像时,效果也优于其他滤波算法。对 Lena 灰度图像加入 0.2 的椒盐噪声和均值为 0.3、方差为 0.1 的高斯噪声,经过滤波后的图像效果如图 5 所示。

实验过程中对 Lena 灰度图像加入均值任意的高斯噪声和脉冲噪声,4 种滤波算法的信噪比改善因子和均方误差如表 2 所示。可以看出在处理混合噪声污染的图像时,本文算法无论是在滤波效果还是细节保持能力方面明显优于其他的 3 种滤波算法。

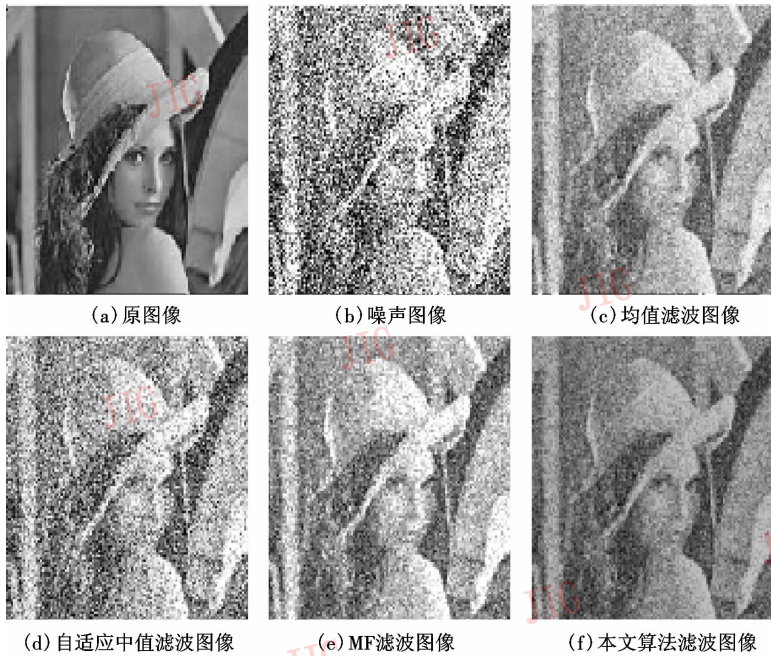


图 5 对受到混合噪声污染图像的滤噪效果

Fig. 5 The filtering results of Lena contaminated with mixed noise

表 2 滤波算法处理混合噪声污染的 Lena 图像的信噪比改善因子和均方误差

Tab. 2 The R and $ERMS$ values applying different filtering algorithms to Lena image contaminated with mixed noise

噪声	算法			
	均值滤波	自适应中值滤波	MF 滤波	本文滤波算法
椒盐 0.05, 高斯均值 0.1, 方差 0.08	$R = -4.6952$ $ERMS = 41.6538$	$R = -2.6517$ $ERMS = 52.7022$	$R = -2.948$ $ERMS = 50.935$	$R = -6.3362$ $ERMS = 34.4829$
椒盐 0.08, 高斯均值 0.2, 方差 0.08	$R = -3.1319$ $ERMS = 56.4595$	$R = -1.9235$ $ERMS = 64.8871$	$R = -1.6731$ $ERMS = 66.7845$	$R = -6.8607$ $ERMS = 36.7532$
椒盐 0.1, 高斯均值 0.3, 方差 0.08	$R = -1.9809$ $ERMS = 73.0183$	$R = -1.2883$ $ERMS = 79.0794$	$R = -0.6461$ $ERMS = 85.1475$	$R = -6.0271$ $ERMS = 45.827$
椒盐 0.2, 高斯均值 0.3, 方差 0.08	$R = -2.2877$ $ERMS = 73.2201$	$R = -1.4859$ $ERMS = 80.3005$	$R = -0.7844$ $ERMS = 87.0545$	$R = -6.0902$ $ERMS = 47.2611$

5 结 论

本文提出的滤波算法可以有效地滤除感染脉冲噪声和均值任意的高斯噪声的混合噪声。该算法基于概率统计模型与图像主纹理方向分析充分

利用了图像的局部特征,既保持了良好的去噪能力,又兼顾了对图像细节的保持特性。实验结果表明,该算法在处理同时感染椒盐噪声和均值任意的高斯噪声的混合噪声的图像时,效果明显优于其他滤波算法。

参考文献 (References)

- 1 Huang T S, Yang G J, Tang G Y. Fast two-dimensional median filtering algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1979, **27**(1): 13 ~ 18.
- 2 Nodes T A, Gallagher N C. The output distribution of median type filters [J]. IEEE Transactions on Communications, 1984, **32**(5): 532 ~ 541.
- 3 Hwang H, Haddad R A. Adaptive median filter: New algorithms and results [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1995, **4**(4): 499 ~ 502.
- 4 Eng H L, Ma K K. Noise adaptive soft-switching median filter [J]. IEEE Transactions on Image Process, 2001, **10**(2): 242 ~ 251.
- 5 Russo F. Noise removal from image data using recursive neuro fuzzy filter [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2000, **49**(2): 307 ~ 345.
- 6 Ko S J, Lee S J. Center weighted median filters and their application to image enhancement [J]. IEEE Transactions on Circuits Systems, 1991, **15**(9): 984 ~ 993.
- 7 Wang J H, Liu W J, Lin L D. Histogram-based fuzzy filter for image restoration [J]. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, 2002, **32**(2): 230 ~ 238.
- 8 Pok G, Liu J C, Nair A S. Selective removal of impulsive noise based on homogeneity level information [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, **12**(1): 85 ~ 92.
- 9 Chang J Y, Chen J L. Classified-augmented median filters for image restoration [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2004, **53**(2): 351 ~ 356.
- 10 Chan R H, Ho C W, Nikolova M. Salt-and-Pepper noise removal by Median-Type noise detectors and detail-preserving regularization [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, **14**(10): 1479 ~ 1485.
- 11 Li S Z. On discontinuity-adaptive smoothness priors in computer vision [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, **17**(6): 576 ~ 586.
- 12 Charbonnier P, Blanc-Feraud L, Barlaud M. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, **6**(2): 298 ~ 311.
- 13 Vogel C R, Oman M E. Fast, robust total variation-based reconstruction of noisy, blurred images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, **7**(6): 813 ~ 824.
- 14 Kou Y H, Lee C S, Chen C L. High-stability AWFM filter for signal restoration and its hardware design [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002, **14**(2): 185 ~ 202.
- 15 Lee C S, Hsu C Y, Kuo Y H. Intelligent fuzzy image filter for impulse noise removal [J]. Fuzzy Systems, 2002, **1**(4): 431 ~ 436.
- 16 Jafari-Khouzani K, Soltanian-Zadeh H. Rotation invariant multiresolution texture analysis using Radon and wavelet transforms [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, **14**(6): 783 ~ 795.