

基于改进的2维EMD的红外小目标检测

邓鹤 李红

(华中科技大学数学系, 武汉 430074)

摘要 针对红外图像中的小目标检测,提出了一种利用经验模态分解(EMD)提取海空背景下红外弱小目标的新方法。该方法基于Delaunay三角剖分和分段三次样条插值,将1维EMD方法推广到2维,并将其应用于红外图像中的小目标的检测。仿真实验结果表明,该新方法能快速和准确地检测出海空背景下的红外弱小目标,具有一定的理论和应用价值。

关键词 经验模态分解 红外小目标 Delaunay三角剖分 三次样条插值

中图法分类号:TP391.41 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)11-2144-07

A Detection Method of Infrared Small Target Based on Advanced EMD

DENG He, LI Hong

(Department of Mathematics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract A new method was provided based on the empirical mode decomposition (EMD) to solve the difficulties of infrared image dim small target detection in complex background of sky and sea. The decomposition in this paper is based on Delaunay triangulation and piecewise cubic polynomial interpolation. Application to infrared images has shown that the performance of the algorithm can detect infrared small target in background of sky and sea exactly and quickly. The method presented in this paper appears instructive from both theoretical and practical points of view.

Keywords empirical mode decomposition (EMD), infrared small target, Delaunay triangulation, cubic polynomial interpolation

1 引言

复杂背景下的红外图像中弱小目标的探测、识别和跟踪在现代军事应用中是一个至关重要的富有挑战性的课题^[1]。为了尽可能早地发现敌方的来袭导弹、飞机,使红外系统有足够的反应时间,通常都要求在很远的距离上就能够检测到目标,这是近年来备受关注的弱小目标检测问题。然而,一方面由于目标和探测系统的相对位置越远,目标对探测系统所成的张角就越小,从而导致目标在探测器上的成像面积随着相对距离的增大而减小(一般只有几个像素的大小);另一方面由于

成像系统内的噪声及背景杂波干扰较强,致使目标信号很微弱,小目标极易淹没在强噪声背景中,这就使得红外图像中的弱小目标的检测任务变得尤其艰难。

小目标识别的大多数方法都是基于自适应门限分割的方法,其过程一般分为以下3步^[1]:(1)运用线性或非线性的高通滤波器抑制背景;(2)根据灰度值的统计分布,运用自适应门限分割得到候选目标;(3)在图像序列中,根据目标运动的连续性和相关性识别真实目标。然而由于自然环境十分复杂,因此在单帧图像中运用上述方法不可避免地会导致很大的虚警率。目前,在提高单帧图像中的小目标识别的概率上,前人已做了大量的工作,如小波变

收稿日期:2006-12-23; 改回日期:2007-04-23

第一作者简介:邓鹤(1977~),男,2007年获华中科技大学数学系硕士学位,现为华中科技大学图像识别与人工智能研究所博士研究生。主要研究方向为图像处理、信号处理。E-mail:dengcrane@163.com

换^[2]、K-L 变换等等。尽管这些方法在一定程度上可以解决某种类型的识别问题,但它们的局限性是显而易见的。

经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD) 方法是由 Huang 于 1998 年提出的一种新的信号处理方法^[3,4]。EMD 方法是基于信号局部特征的方法,其不仅能对信号进行自适应的、高效的分解,并且它特别适用于分析非线性、非平稳信号,与小波方法相比,有更好的时频局域特性^[3,4]。由于该方法在 1 维信号方面的成功应用,因此把 1 维 EMD 方法推广到 2 维,自然成为国际上众多学者和学科领域共同关注的热点,并且 2 维 EMD 方法在图像压缩、图像纹理分析^[5,6]等方面已得到应用。

本文针对上述小目标检测的问题,提出了一种检测单帧红外图像中弱小目标的新方法,该方法是经验模态分解方法的一种成功应用,本文所提出的 EMD 方法是通过 Delaunay 三角剖分和分段三次样条插值将 1 维 EMD 方法推广到 2 维的方法,记为 DEMD (Delaunay EMD)。而文献[7]则是基于张量积将 1 维 EMD 方法推广到 2 维,记为 BEMD (bidimensional EMD)。仿真实验表明,DEMD 方法能够准确地检测出红外弱小目标,其与 BEMD 方法相比,能更快速地检测出红外弱小目标;而与小波变换方法相比,则能在更大程度上提高图像的峰值信噪比 (PSNR)。

2 EMD 方法^[3,4]

2.1 1 维 EMD 方法

大家知道,经验模态分解方法可以将非线性、非平稳的信号,根据信号的局部特征自适应地分解为一系列的频率由高到低的、局部窄带的分量,各分量称之为内蕴模态函数 (IMF),该分解算法称为筛分过程。

EMD 方法是基于以下 2 个假设:

(1) 数据中至少要有两个极值点,一个极大值点,一个极小值点;

(2) 特征时间尺度是由两个相邻极值点的时间间隔所决定;

如果数据没有极值点,而只有拐点,那么就可以通过一次或几次微分得到极值点,最后可以通过对各模态进行积分得到各分量。

EMD 算法可以简单描述如下:对于 1 维信号,可首先找到信号的局部极大/极小值点,然后通过对这些极大/极小值点分别进行三次样条插值来得到局部极大/极小值点的包络线,设这两条包络线的均值为 m_1 ,则原始输入信号 $x(t)$ 与 m_1 的差即为

$$h_1 = x(t) - m_1 \quad (1)$$

在理想状态下, h_1 就是第 1 个内蕴模态函数。然而由于在实际计算中,这种现象是不可能出现的,所以可以将 h_1 作为输入信号代入式(1)进行重复计算(涉及到的停止法则,即 Huang 于 1998 年提出的停止法则^[3]),设

$$S = \sum_{k=1}^n [|h_{1,k-1}(t) - h_{1,k}(t)|^2 / h_{1,k-1}^2(t)] \quad (2)$$

当 S 值在 0.2 ~ 0.3 之间时,则迭代停止;更实用的停止法则^[4]于 1999 年提出,即如果连续 3 次筛分所得的波形中的极值点的数目与零交点的数目都相等或至多相差一个,那么筛分过程就结束,并可以得到

$$h_{1,k} = h_{1,k-1} - m_k \quad (3)$$

当 $h_{1,k}$ 满足内蕴模态函数定义时,即得到 1 个 1 维内蕴模态函数,设其为 $c_1^{(1)}$ (上角(1)代表 1 维),则函数的剩余部分为

$$r_1^{(1)} = x(t) - c_1^{(1)} \quad (4)$$

若将 $r_1^{(1)}$ 作为新的输入信号,则可用式(1)、式(3)进行重复计算来得到一系列的内蕴模态函数,即

$$r_1^{(1)} - c_2^{(1)} = r_2^{(1)} \quad (5)$$

...

$$r_{n-1}^{(1)} - c_n^{(1)} = r_n^{(1)} \quad (6)$$

所以原始函数可以表示为

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i^{(1)} + r_n^{(1)} \quad (7)$$

于是可以将原始函数分解为 n 个内蕴模态函数以及一个余项 $r_n^{(1)}$,其中 $r_n^{(1)}$ 是一个单调函数,其反映的是数据整体的趋势,而每个内蕴模态函数则是不同尺度的分解信号。与小波变换方法相比,由于 EMD 方法不需要一组固定的基,而且完全是根据信号本身的特点进行分解,所以具有更好的自适应性。

2.2 2 维 EMD 方法

2 维 EMD 方法是 1 维 EMD 方法的推广,因此可采用与 1 维 EMD 方法类似的过程。1 维

EMD 方法的关键是一个筛分过程,而筛分过程中有以下 4 个重要问题:一是极值点的识别问题;二是极值点的插值问题;三是筛分过程中的迭代停止问题;四是数据的边界问题。这些问题如果不处理好,则将会导致 EMD 方法的失败,而这些问题在 2 维图像处理中则更加严重,需引起高度重视。

2.2.1 极值点的识别问题

极值点的识别问题是应用 EMD 方法的前提,由于极值点识别方法的不同,可能会导致极值点的不同,从而最终会出现不同的处理结果。文献[8]采用测地形态学算子来识别极值点;文献[7]采用 1 维 EMD 方法中极值点的定义,分别识别出图像矩阵中每行、每列的极值点;本文采用基于最近八邻域的方法来定义图像数据的极大/极小值点。

定义 1 设图像数据是一 $M \times N$ 大小的矩阵, $f(m, n)$ 指的是在点 (m, n) 处的值,如果 $f(m, n)$ 的值比它的最近八邻域内各点的值都大(小),则点 (m, n) 就是图像数据的极大值(极小值)点。

2.2.2 极值点的插值问题

极值点识别出来后,还应应对极值点进行插值以形成数据的上下包络。1 维 EMD 方法是通过三次样条插值形成数据的上下包络。而对 2 维数据来说,识别出来的极大/极小值点,则是一些散乱的数据点。文献[9]是采用径向基函数(RBF), (如薄板样条)分别对极大值点和极小值点进行插值,以形成数据的上下包络线,但所耗费时间很长;相对文献[9]方法而言,比较快的方法是基于张量积推广的 2 维 EMD 方法^[7],但其仍难以满足实时性要求。本文基于 Delaunay 三角剖分对于散乱数据点具有良好的拟合性质这一特点,首先运用 Delaunay 三角剖分将图像矩阵的极大值(极小值)点剖分成一系列的三角形,然后对每个三角形用分段三次样条进行插值来形成图像数据的上下包络。

2.2.3 筛分过程中的迭代停止问题

EMD 方法是先分离出一系列的 IMF,它是一个迭代过程。对于迭代停止原则,1 维 EMD 方法是采用文献[3],[4]的停止原则。对 2 维 EMD 方法而言,文献[9]中的停止原则是当平均包络足够接近于零时,则迭代停止,但这些方法由于图像数据较大,因此耗时很长;文献[10]中指出,当原始

图像信号第 1 次迭代后,极值点的均值大幅度地减少,但由于其他次迭代后极值点的均值衰减得比较缓慢,因此可采用适当的迭代次数来获得一系列的内蕴模态函数。为此,本文仿照文献[10]中的思想,采用固定的迭代次数来分离一系列的内蕴模态函数。

2.2.4 数据的边界问题

1 维 EMD 的边界处理方法主要有以下 3 类:①Huang 等人提出的运用特征波来处理边界问题^[3],此方法已申请专利;②文献[11]根据对称性质在数据点外设置新的极值点、文献[12]采用神经网络或采用自回归(AR)模型来处理边界问题;③镜像延拓^[13]。2 维 EMD 的边界问题与 1 维 EMD 的边界问题的不同主要体现在以下 4 个方面^[7]:

(1) 2 维 EMD 的数据有可能更短(在语音信号处理中有成千上万个采样点,而图像矩阵仅有 256 列);

(2) 人眼识别图像时,图像的形状和边界的连续性是很重要的,而 1 维处理技术则没有必要考虑此类问题;

(3) 对纹理而言,是不能运用通常的统计模型来预测边界部分的,而只能依靠像素点的邻域;

(4) 由于图像有更高维,因此有效的算法应能处理更多数量的元素。

由于 2 维 EMD 的边界问题比 1 维 EMD 的边界问题处理更复杂,尽管文献[7]采用纹理合成方法来处理边界问题;而文献[10]则利用对称边界极值点方法来处理边界问题,但所有边界处理方法一般只适用于某一种或几种边界类型,暂且在理论上还没有证明哪一种边界处理方法能更好或能适用于所有情形,为此本文采用镜像反射来处理图像数据的边界问题。

2.3 2 维 EMD 筛分算法

2 维 EMD 筛分算法步骤如下:

(1) 初始化 $r^{(2)} = I$, I 为图像;

(2) 根据定义 1 确定的 2 维剩余分量 $r^{(2)}$ (上角(2)代表 2 维)的极大值点和极小值点,先运用 Delaunay 三角进行三角剖分,然后分别对每个三角形用分段三次样条进行插值,即得到 $r^{(2)}$ 的上下包络及两包络的均值,从而得到 $r^{(2)}$ 的包络均值矩阵 \bar{I}_1 ;

(3) $r_1^{(2)} = r^{(2)} - \bar{I}_1$;

(4) 重复步骤(1) ~ 步骤(3), 就可以得到

$$r_k^{(2)} = r_{k-1}^{(2)} - \bar{I}_{1,k-1}$$

当迭代固定次数后, 就认为得到图像 I 的一个 2 维内蕴模态函数, 设其为 $c^{(2)}$;

(5) $\hat{r}^{(2)} = r^{(2)} - c^{(2)}$, 将 \hat{r}_2 作为新的输入图像, 重复步骤(1) ~ 步骤(4), 就可以分离出一系列的内蕴模态函数。

3 仿真实验及结果

通过建立红外图像场景模型来检验文中提出的 DEMD 方法对不同信噪比下的红外图像的检测性能, 其步骤如下: 首先对图像实行 DEMD 分解, 以抑制红外图像背景; 然后确定门限, 用来分割、检测小目标。

BEMD 方法检测小目标的过程与 DEMD 方法的检测过程类似, 其检测性能可以通过如下比较来进行评价, 即比较 DEMD 方法和 BEMD 方法检测红外图像小目标的检测效果和检测时间; 比较 DEMD 方法和小波变换方法^[2]的检测效果和峰值信噪比。

3.1 红外图像场景模型

一幅包含小目标的红外图像 $f(x, y)$ 可以用下式描述:

$$f(x, y) = f_{\text{target}}(x, y) + f_{\text{back}}(x, y) + n(x, y) \quad (8)$$

式中, $f_{\text{target}}(x, y)$ 表示目标图像; $f_{\text{back}}(x, y)$ 表示背景图像; $n(x, y)$ 表示噪声。在这种场景模型下, 就可以进行图像的信噪比(SNR)的定义。

定义 2 在上述图像模型下, 图像的信噪比定义为

$$SNR = \frac{(f_{\text{max}} - \bar{f})}{\sigma} \quad (9)$$

式中, f_{max} 为局部窗口内目标的最大灰度值; \bar{f} 表示局部窗口内像素的灰度均值; σ 为局部窗口内像素灰度的标准差。

3.2 门限分割

门限的选择对于正确检测小目标是十分重要的, 因为门限太小, 将可能会产生伪目标, 若太大, 则会导致目标的遗漏。门限的选择方法很多, 有基于灰度的全局门限和自适应门限, 也有局部门限处理方法等等。本文采用 OTSU 算法^[14], 以最佳门限将图像灰度直方图分割成两部分, 并使两部分类间方

差最大, 即分离性最大。

3.3 仿真实验

为了检验本文提出的 DEMD 方法在复杂背景下对红外图像中弱小目标的检测性能, 本文利用一系列的海空背景下的红外小目标图像进行了大量的计算机仿真实验。实验程序是: 首先对复杂背景下的红外小目标图像进行 DEMD 分解, 以抑制背景; 然后利用 OTSU 算法通过确定最佳分割门限来分离目标, 本文选择两幅不同信噪比的海空背景下的红外图像进行了小目标检测实验, 其实验图像、背景抑制后的图像以及检测结果图像如图 1(a) ~ 图 1(f) 所示。同时为了比较 DEMD 方法与 BEMD 方法的检测性能, 还对上述两幅不同信噪比的海空背景下的红外图像(图 1(a)、图 1(b))进行 BEMD 分解, 并分离出小目标, 其背景抑制后的图像以及检测结果图像如图 1(g) ~ 图 1(i) 所示。上述实验对 DEMD 方法和 BEMD 方法的一次迭代所耗时间进行了比较, 其比较结果如表 1 所示。

表 1 DEMD 方法和 BEMD 方法对图 1(a)、图 1(b) 分解迭代一次的时间

方法	分解一次迭代所需时间(s)	
	图 1(a)	图 1(b)
DEMD 方法	0.185 0	0.218 5
BEMD 方法	28.396 8	26.424 6

Tab. 1 The time of one iteration consuming when use DEMD and BEMD to decompose Fig. 1(a) and Fig. 1(b)

由于 DEMD 方法和 BEMD 方法检测小目标都是采用背景抑制方法, 对图 1(a)、图 1(b) 两幅不同信噪比的红外图像, 其背景抑制效果如何, 可以从背景抑制后图像的峰值信噪比看出优劣, 检测出的红外小目标图像的峰值信噪比如表 2 所示。

表 2 用 DEMD 方法和 BEMD 方法对图 1(a)、图 1(b) 进行背景抑制后的峰值信噪比的对比

方法	背景抑制后的峰值信噪比(dB)	
	图 1(a)	图 1(b)
DEMD 方法	14.673 1	17.408 8
BEMD 方法	11.516 8	13.558 4

Tab. 2 The peak signal-to-noise ratios when use DEMD and BEMD to suppress the backgrounds of Fig. 1(a) and Fig. 1(b)

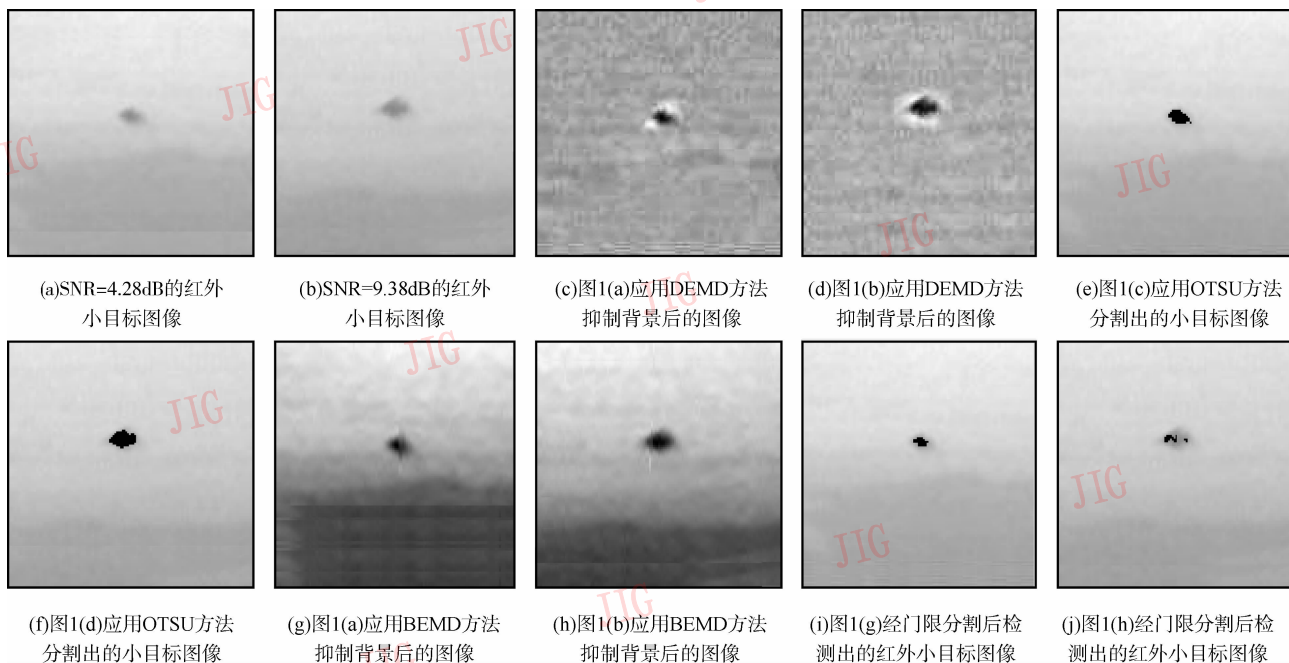


图 1 不同信噪比条件的海空背景下的红外小目标图像和不同算法的检测结果

Fig. 1 Images of infrared small target under sea-sky background with different signal-to-noise ratios, and the results examined after different ways of calculation

定义 3 图像的峰值信噪比的定义为

$$PSNR = -10 \log_{10} \frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [I(i,j) - \hat{I}(i,j)]^2}{MN} \quad (10)$$

其中, (i,j) 代表像素点坐标, $I(i,j)$ 和 $\hat{I}(i,j)$ 分别表示原始图像和背景抑制后的图像像素点的灰度值, M, N 表示图像矩阵的行列数。

以上实验是在 Pentium IV 2.00G、80G 硬盘、256M 内存的计算机环境下完成的。

3.4 实验结果分析

采用本文提出的方法 (DEMD) 对海空背景下的红外图像进行小目标检测的实验是先进行分解, 后进行分割, 其得到的背景抑制图像、检测结果图像如图 1(c) ~ 图 1(f) 所示, 图 1 是在不同信噪比条件下的检测结果, 为了比较 DEMD 方法和 BEMD 方法的检测性能, 同时给出了 BEMD 方法对同样的两幅图像的检测结果, 其得到的背景抑制图像、检测结果图像如图 1(g) ~ 图 1(j) 所示, 并且给出了 DEMD 方法和 BEMD 方法对同样的两幅图像进行一次迭代所耗的时间 (如表 1 所示)。

通过图像峰值信噪比的大小来比较 DEMD 方法和 BEMD 方法对图 1(a)、图 1(b) 两幅不同

信噪比图像的背景抑制效果, 其对比结果如表 2 所示。

由实验结果可得出如下结论:

(1) 本文改进的 2 维 EMD 方法以及文献 [8] 中提出的 BEMD 方法, 对于检测红外图像小目标本质上都是一种背景抑制方法, 即先抑制红外图像背景, 再通过阈值来分离目标;

(2) 对于图 1(a)、图 1(b) 所示的两幅不同信噪比的红外图像, DEMD 方法和 BEMD 方法虽都能检测出红外小目标, 但从图 1(e)、图 1(f), 图 1(i)、图 1(j) 可见, DEMD 方法检测出的红外小目标比 BEMD 方法检测出的红外小目标明显, 也就是说, DEMD 方法检测的红外小目标的虚警率比 BEMD 方法的低;

(3) 由于 DEMD 方法和 BEMD 方法检测红外小目标都是背景抑制方法, 其背景抑制图像见图 1(c)、图 1(d) 和图 1(g)、图 1(h), 其背景抑制效果如表 2 所示, 从图 1 和表 1、表 2 中可以看出, DEMD 方法的背景抑制效果明显要好一些;

(4) 从表 1 可以看出, DEMD 方法和 BEMD 方法用于检测红外小目标最大的差别在于时间耗费上, 而时间正是红外小目标实时检测至关重要的要求。BEMD 方法因一次迭代时间耗费长, 而限制了

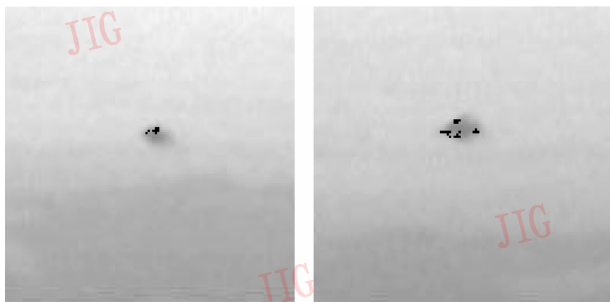
它在多方面的应用;DMED 方法一次迭代耗时很短,基本上可以满足实时性要求;

根据以上分析可见,本文提出的 DEMD 方法比文献[8]中的方法在红外小目标检测上,无论是从检测效果上,还是从耗费时间上,都要明显好一些,由此可见,DEMD 方法优于 BEMD 方法,能更快和更准确地检测出复杂背景下的红外小目标。

3.5 DEMD 方法与小波方法的性能比较

小波变换是 20 世纪 80 年代后期发展起来的一门新兴的应用数学分支,小波变换具有多分辨率特性,也叫多尺度特性,其可以由粗到精地逐步观察信号,也可以用一组带通滤波器对信号进行滤波,小波变换已成功应用于红外小目标检测中^[2]。由于 EMD 分解也具有多分辨率特性,且 1 维小波变换推广到 2 维小波变换是基于张量积的,与文献[7]中的 1 维 EMD 推广到 2 维类似,因此有必要把 DEMD 方法与小波变换方法进行比较。

基于小波变换的红外图像小目标检测,其方法实质是首先运用小波变换抑制红外图像背景,再通过确定阈值实现分割和检测小目标。实验就是先运用小波变换对图 1(a)、图 1(b)两幅图像进行分解,再通过实验确定阈值,以检测出小目标,其实验结果如图 2 所示。



(a)图1(a)的小波变换法的检测结果 (b)图1(b)的小波变换法的检测结果

图 2 运用小波变换方法对图 1(a)、图 1(b)进行检测的结果
Fig.2 Detect result of the wavelet of Fig.1(a) and Fig.1(b)

同时运用小波变换方法对图 1(a)和图 1(b)两幅图像进行背景抑制,并计算背景抑制后的图像峰值信噪比,其计算结果如表 3 所示。

通过分析图 1、图 2 的实验结果和表 3 可得出如下结论:

(1)DEMD 方法、BEMD 方法和小波变换方法检测的红外图像小目标都是先采用背景抑制,再通过阈值分割图像来检测出小目标。

(2)DEMD 方法和 BEMD 方法小目标的检测效果明显比小波变换的检测效果要好,这个结论也可以从图像的峰值信噪比得出(表 2)。

根据上述分析可见,EMD 方法能对信号进行自适应的、高效的分解,并且它特别适用于分析非线性、非平稳信号,其均优于小波变换方法^[3,4]。这个结论无论是在 1 维信号领域,还是在 2 维信号领域,都是成立的。

表 3 用 DEMD、BEMD 和小波变换法对图 1(a)、图 1(b)进行背景抑制后的峰值信噪比的对比

Tab.3 The peak signal-to-noise ratios when use DEMD, BEMD and the wavelet to suppress the backgrounds of Fig.1(b) and Fig.1(b)

方法	不同方法进行背景抑制后的峰值信噪比(dB)	
	图 1(a)	图 1(b)
DEMD 方法	14.673 1	17.408 8
BEMD 方法	11.516 8	13.558 4
小波变换方法	10.551 3	12.183 4

4 结 论

本文提出了一种改进的 2 维 EMD 方法用来检测复杂背景下红外图像中的小目标,该方法是基于 Delaunay 三角剖分和分段三次样条插值,将 1 维 EMD 方法推广到 2 维的。从实验结果上看,该方法能有效和快速地识别出红外小目标。这种方法的主要优点是可以在空域中对图像进行分解,从而可以区分噪声和有用数据,且 EMD 方法是基于数据本身的,因此具有很好的自适应性。本文方法与 BEMD 方法比较,能更快速和准确地检测出红外弱小目标;与小波变换方法相比,能更大程度上提高图像的峰值信噪比。实验结果表明,本文的检测算法不仅具有效率高、可靠性强等特点,且有较强的适应性。

参考文献 (References)

- 1 Xia Ming-ge, He You, Huang Xiao-dong, *et al.* A survey of small target detection and tracking based infrared image [J]. Fire Control & Command Control, 2003, 28(1): 1 ~ 5.
- 2 Li Hong, Zheng Chen-yong, Gao Jing-li. Weak and small object detection based on wavelet multiscale analysis and Fishera algorithm [J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2003, 22(5): 353 ~ 356. [李红,郑成勇. 基于小波多尺度分析及 Fisher 分割的红外

- 目标检测[J]. 红外与毫米波学报, 2003, **22**(5):353 ~ 356.]
- 3 Huang Norden E, Shen Zheng, Long Steven R. The empirical mode decomposition and Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proceedings of the Royal Society, Series A-Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998, **454**: 903 ~ 995.
 - 4 Huang Norden E, Shen Zheng, Long Steven R. A new view of nonlinear water waves: The Hilbert spectrum [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1999, **31**(1):417 ~ 457.
 - 5 Linderhed Anna. Compression by image empirical mode decomposition [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing[C], Genova, Italy, 2005, **1**:553 ~ 556.
 - 6 Nunes J C, Niang O, Bouaoune Y, *et al.* Texture analysis based on the bidimensional empirical mode decomposition with gray-level co-occurrence modes [A]. In: Proceedings of Seventh International Symposium on Signal Processing and Its Applications [C], Paris, France, 2003, **2**:633 ~ 635.
 - 7 Liu Zhong-xuan, Peng Si-long. Boundary processing of bidimensional EMD using texture synthesis [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, **12**(1):33 ~ 36.
 - 8 Nunes J C, Bouaoune Y, Delechelle E, *et al.* Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition [J]. Image and Vision Computing, 2003, **21**(12):1019 ~ 1026.
 - 9 Linderhed A. 2D empirical mode decompositions in the spirit of image compression [A]. In: Proceedings of SPIE on Wavelet and Independent Component Analysis Applications [C], Orlando, FL, USA, 2002, **4738**:1 ~ 8.
 - 10 Damerval C, Meignen S, Perrier V. A fast algorithm for bidimensional EMD [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, **12**(10):701 ~ 704.
 - 11 Rilling G, Flandrin P, Goncalves P. On empirical mode decomposition and its algorithms [A]. In: Proceedings of 6th IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing[C], Perth, Australia, 2003.
 - 12 Deng Yong-jun, Wang Wei, Qian Cheng-chun, *et al.* An approach for ends issue in EMD method and Hilbert transform [J]. Chinese Science Bulletin, 2001, **46**(3):257 ~ 263.
 - 13 Zhao J P, Huang D J. Mirror extending and circular spline function for empirical mode decomposition method [J]. Journal of Zhejiang University (Science), 2001, **2**(3):247 ~ 252.
 - 14 Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1979, **9**(1): 62 ~ 66.