

加权 Myriad 滤波器的研究

袁 杰 都思丹

(南京大学电子科学与工程系, 南京 210093)

摘 要 为了克服在图像处理领域常用的线性滤波器的不足,非线性滤波器就成了非常有意义的一个研究方向。Myriad 算法是基于稳定模型的一种非线性滤波算法,它能够充分利用稳定分布的多种模式来进行非线性信号加权处理。Myriad 滤波作为一种图像滤波算法,和常用的中值滤波相比,其优势在于不仅能够有效地滤除盐椒噪声,还能够使细节部分保持得更好。本文提出了中心加权 Myriad 滤波器和自适应加权 Myriad 滤波器,通过对参数 K 的调节,平衡在窗口中去除噪声和保持图像细节之间的矛盾,而所加权重也能够根据图像自适应变化。

关键词 加权 Myriad 滤波 自适应变化权重 中心加权

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2008)07-1287-05

Research of Weighted Myriad Filter

YUAN Jie, Du Si-dan

(Department of Electronic Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract To eliminate the disadvantage of linear filter which always results in blurring the image edge or degrading the image quality in image process area, the research of non-linear filter becomes a meaningful job. Myriad algorithm is a kind of non-linear filter based on the theory of stable model. It fully uses the different modes of stable distribution to process the non-linear signal with weight. When compare with the most frequently used middle filter among algorithms of image filter, Weighted Myriad Filter not only can filter the Salt&Pepper noise efficiently, but also can preserve the image details better than middle filter. After the brief introduction on normal Myriad Filter, in the article we present the central weighted Myriad Filter and the Adaptive Weighted Myriad Filter to achieve better performance through adjusting the K parameter, which is used to balance between noises removing and detail preserving in the window. The weight added to the filter can also vary adaptively according to the image content.

Keywords weighted Myriad filter, adaptive varied weight, central weighted

1 引 言

在图像处理领域中,线性滤波技术之所以被广泛地采用,主要是因为它们具有简单的数学算法,而且对于添加的高斯噪声也能进行有效地滤除。中值滤波器就是一个以均方误差为衡量标准的理想高斯噪声滤波器。但是,线性滤波器也有不足之处,它们使得锐化边缘模糊不清,破坏了线条以及其他的图像细节,而且不能有效地消除一

些特殊的噪声。这就使得人们去探寻更好的非线性滤波算法。

Myriad 算法就是基于近年来流行的稳定模型的一种非线性滤波算法^[1]。它能够充分利用稳定分布的多种模式来进行非线性信号处理^[2,3]。相比于中值滤波算法,它不仅能够有效地滤除盐椒噪声,而且可以较好地保持图像细节部分。

本文首先对连续 Myriad 平滑、加权 Myriad 平滑、加权 Myriad 滤波、自适应加权 Myriad 滤波算法层层递进地进行介绍;然后提出中心加权 Myriad 滤

波器 (CWMY) 和自适应加权 Myriad 滤波器 (WMY), 通过选取适当的参数, 实现 Myriad 算法在图像滤波中的最佳应用; 最后同中值滤波器 (Median) 对比, 体现在对加入盐椒噪声图像滤波时, 各种信噪误差标准下的有效性优势。

2 Weighted Myriad Filter 算法原理

2.1 α 稳定分布

近年来, 基于 α 稳定分布^[4] 的信号处理越来越受到人们的重视。主要是由于非高斯分布出现在一些实际运用中, 如网络通信, 并且稳定分布也满足广义中心极限定理。

稳定分布有一个称为特征指数的参量 α ($0 < \alpha \leq 2$), 当取 $\alpha = 2$ 时呈现高斯分布, 而当 $\alpha = 1$ 时呈现柯西分布, 这是仅有的两种其密度函数具有闭合表达式的均衡分布。除了广义中心极限定理以外, 稳定分布也满足所谓的稳定性: 两个具有相同特征指数的独立稳定随机变量之和仍然是稳定的, 并且特征指数不变^[5,6]。正是稳定分布具有如此丰富的各种模式, 给信号处理提供了一种启示——能够充分利用多种模式来进行非线性信号处理。而来源于 M 估计原理的加权 Myriad 滤波器, 正好迎合了在工程应用中针对非高斯分布环境的滤波要求。

根据 M 估计原理定义的 Myriad 算法是基于下面可调值公式:

$$\rho(X) = \log[K^2 + X^2] \quad (1)$$

式中, 参量 $K(\alpha) = \sqrt{\frac{\alpha}{2-\alpha}} \gamma^{\frac{1}{\alpha}}$ 的调节给 Myriad 滤波器提供了从高抵抗模式到有效线性滤波器系列的各种丰富模式。当 $\alpha \rightarrow 0$ 时, $K = 0$, 即分布中冲激很剧烈, 此时输出是重复最频繁的样本值, 其效果相当于选择性平滑滤波。当 $\alpha = 2$ 时, $K = \infty$, 即呈现高斯分布, 此时输出是样本均值, 其效果相当于均值滤波。当 α 在 0 与 2 间变化, 即 K 在 0 与 ∞ 间调节时, 其效果亦介于选择与均值两个效果间不同程度地变化。加权 Myriad 滤波器比加权中值滤波更加优异, 同时, 它不仅包含了 FIR 滤波器, 也能调节到适用于高斯模式。所以, 加权 Myriad 滤波器会在信号处理中表现得比中、均值滤波器更加有效和强大^[7]。

2.2 Myriad 算法原理

2.2.1 连续 Myriad 平滑算法公式

在时间 n , 已知一个观察向量 $\mathbf{X}(n) = [X_1(n),$

$X_2(n), \dots, X_N(n)]$ 和固定的正数 K , 连续 Myriad 输出可以表示如下:

$$\hat{\beta}_K = \operatorname{argmin}_{\beta} \sum_{i=1}^N \log[K^2 + (X_i(n) - \beta)^2] \quad (2)$$

有正数权值的时, 式(1)改为如下形式:

$$\hat{\beta}_K = \operatorname{argmin}_{\beta} \sum_{i=1}^N \log[K^2 + W_i(X_i - \beta)^2] \quad (3)$$

有实数权值的时, 式(1)改为如下形式:

$$\hat{\beta}_K = \operatorname{argmin}_{\beta} \sum_{i=1}^N \log[K^2 + |W_i| \times (\operatorname{sgn}(W_i)X_i - \beta)^2] \quad (4)$$

式中, W_i 为权值, 在 Myriad 方法中不同于中值、均值方法的是公式中有一个自由变量 K , 这个变量 K 会对效果产生重要影响。

2.2.2 连续 Myriad 平滑算法性质

如果不加权, 则称为连续 Myriad 平滑滤波 (简称为 RMS), 此时具有如下两个性质^[3]

(1) 线性: 当 $K \rightarrow \infty$ 时, $\hat{\beta}_K$ 收敛于样本均值:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \hat{\beta}_K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (5)$$

(2) 模式特性: $\hat{\beta}_0$ 为样本中重复最频繁的样本值。

$$\hat{\beta}_0 = \lim_{K \rightarrow 0} \hat{\beta}_K = \operatorname{argmin}_{X_j \in M_{i=1, i \neq j}} \prod |X_i - X_j| \quad (6)$$

式中, M 是重复最频繁的一系列值。

2.2.3 加正数权值 Myriad 平滑算法

加正数权值以后具有 3 个最主要的性质如下^[3]:

(1) 线性: 当 $K \rightarrow \infty$ 时, $\hat{\beta}_K$ 收敛于加权样本均值, 即

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \hat{\beta}_K = \frac{\sum_{i=1}^N W_i X_i}{\sum_{i=1}^N W_i} \quad (7)$$

(2) 模式特性: $\hat{\beta}_0$ 为样本中重复最频繁的样本值。

$$\hat{\beta}_0 = \operatorname{argmin}_{X_j \in M} \left(\frac{1}{W_j} \right)^{\frac{r}{2}} \prod_{i=1, i \neq j}^N |X_i - X_j| \quad (8)$$

式中, r 是该值在样本中重复的次数。

(3) 有界性: 输出总是限定在某个范围内, 即

$$X_{(1)} \leq \hat{\beta}_K \leq X_{(N)} \quad (9)$$

2.2.4 加实数权值 Myriad 滤波算法

加上正数权重的 Myriad 平滑实质上只对应于

一种低通形式的滤波;而当加上实数权重时,低通便拓展成了一种更为一般的滤波器。同样,加权中值平滑也转变为加权中值滤波。而其性质要稍作变化,证明过程见参考文献[3]:

(1) 线性:当 $K \rightarrow \infty$ 时, $\hat{\beta}_K$ 收敛于加权样本均值:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \hat{\beta}_K = \frac{\sum_{i=1}^N W_i X_i}{\sum_{i=1}^N |W_i|} \quad (10)$$

(2) 模式特性:当 $K = 0$ 时, $\hat{\beta}_0$ 等于样本中重复最频繁的样本值。

$$\hat{\beta}_0 = \underset{\text{sgn}(W_j)X_j \in \mathcal{M}}{\text{argmin}} \left(\frac{1}{|W_j|} \right)^{\frac{r}{2}} \prod_{i=1, i \neq j}^N |\text{sgn}(W_i)X_i - \text{sgn}(W_j)X_j| \quad (11)$$

2.2.5 权重自适应的加权 Myriad 滤波算法

要对加权 Myriad 滤波(简称为 WMy)优化,则可以使其中的参量 K 和权重 W_i 都能够自适应变化。

根据绝对值平均误差(MAE)标准,可得:

$$W_i(n+1) = W_i(n) - \mu e(n) \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial W_i}(n) \quad (12)$$

式中, μ 是步长, $e(n) = W_i(n+1) - W_i(n)$ 为误差,运算后可得到:

$$W_i(n+1) = W_i(n) - \mu e(n) \times \left[\frac{K^2 \text{sgn}(W_i) (\hat{\beta} - \text{sgn}(W_i)X_i)}{(K^2 + |W_i| (\hat{\beta} - \text{sgn}(W_i)X_i)^2)} \right] \quad (13)$$

$$K_i(n+1) = K_i(n) - \mu E \{ e(n) \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial K}(n) \} \quad (14)$$

3 Weighted Myriad Filter 的应用研究

3.1 Myriad 算法的数值计算

3.1.1 加正数数值 Myriad 算法的数值计算
令 Myriad 目标函数 $Q(\beta)$ 为如下形式:

$$Q(\beta) = \sum_{i=1}^N \log [K^2 + W_i(X_i(n) - \beta)^2] \\ = \sum_{i=1}^N \log \left[1 + \frac{(X_i(n) - \beta)^2}{S_i} \right] \quad (15)$$

这样,式(3)中的 $\hat{\beta}_K$ 就是 $Q(\beta)$ 的一个极值,微分运算后可以得到:

$$Q'(\hat{\beta}_K) = - \sum_{i=1}^N h(\beta)(X_i - \beta) = 0 \quad (16)$$

式中,

$$h_i(\beta) = \frac{1}{S_i^2} \varphi \left(\frac{X_i - \beta}{S_i} \right) \quad (17)$$

$$\varphi(v) = \frac{2}{1 + v^2} \quad (18)$$

$$S_i = \frac{K}{W_i} \quad (19)$$

可以由上推得其数值解为

$$\beta_{m+1} = \frac{\sum_{i=1}^N h_i(\beta_m) X_i}{\sum_{i=1}^N h_i(\beta_m)} \quad (20)$$

根据式(20),即可进行迭代数值计算,直到收敛误差小于指定的范围为止。

3.1.2 加实数数 Myriad 算法的数值计算

此时,函数加权 Myriad 目标函数 $Q(\beta)$ 为如下形式:

$$Q(\beta) = \sum_{i=1}^N \log [K^2 + |W_i| \times (\text{sgn}(W_i)X_i(n) - \beta)^2] \quad (21)$$

这样,式(4)中的 $\hat{\beta}_K$ 就是 $Q(\beta)$ 的一个极值,微分运算后可以得到:

$$Q'(\beta) = 2 \sum_{i=1}^N \frac{|W_i|(\beta - \text{sgn}(W_i)X_i)}{K^2 + |W_i|(\beta - \text{sgn}(W_i)X_i)^2} \\ = - \sum_{i=1}^N h_i(\beta) (\text{sgn}(W_i)X_i - \beta) = 0 \quad (22)$$

$$h_i(\beta) = \frac{2|W_i|}{K^2 + |W_i|(\beta - \text{sgn}(W_i)X_i)^2}$$

可以由上推得其数值解为

$$\beta_{m+1} = \frac{\sum_{i=1}^N h_i(\beta_m) \text{sgn}(W_i)X_i}{\sum_{i=1}^N h_i(\beta_m)} \quad (23)$$

根据上式,可进行迭代数值计算,直到收敛误差小于指定的范围为止。

3.2 权重为实常数的 Weighted Myriad Filter 的设计

3.2.1 CWMy 滤波器的设计

对照中心加权中值滤波器(简称为 CWM),加权 Myriad 滤波器也可以通过中心加权方法来实现,成为中心加权 Myriad 滤波器(简称为 CWMy)。

将要处理的像素点作为中心,以其周围 $N \times N$ 个像素点作为样本进行 Myriad 滤波,该中心点加权值为 W_c ,其余点加权值为 1。图 1 为 CWMy 设计基本流程图。

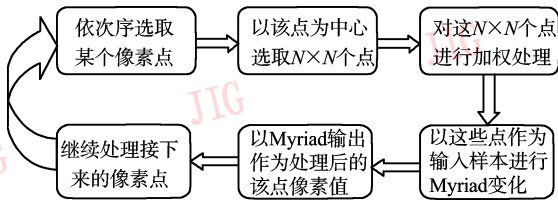


图 1 CWMy 设计流程图

Fig. 1 Design flow of CWMy

3.2.2 CWMy 滤波器中参数的选取

选择适当的 K 和 W_c 值,不仅可以突出中心样本,滤除冲激噪声,还可以保持细节。而选择适当的 β 初值,也有利于提高 Myriad 数值算法运算的收敛效率。

由于 Myriad 结构中自由变量 K 的输出阻滞特性,可以使得盐噪声(像素值大的点)不再被突出强调;为使中心加权值 W_c 保持输出阻滞与细节保持间的平衡,它必须足够大,以突出强调中心样本并保持细节,但也不能大到使冲激噪声通过; K 和 W_c 值也用于完全阻止胡椒噪声(像素值小到 0 的点)。对于只有胡椒噪声的情况,Myriad 中的函数在 $\beta = K$ 时的值总比在 $\beta = 0$ 时的要小。所以,只要选取适当的 K 和 W_c 值,胡椒噪声也是无法通过的。

3.2.3 与 CWM 滤波器的对比

CWM 就是中心加权中值滤波器, CWMy 与 CWM 相比,有两个不同之处:一是多了一个变量 K , 用于控制对冲激信号的阻止程度;二是 Myriad 算法结构与中值算法不同。

3.3 权重自适应变化的 Weighted Myriad Filter 的设计

与权重为实常数的 CWMy 相比,权重自适应变化的 WMy 对输入样本所加的权重是根据前一步数值计算的输出而动态变化的。这样,可以使 W_c 的选取更加适合滤波的要求,得到最佳的滤波效果。权重自适应变化的 WMy 设计流程如图 2 所示。

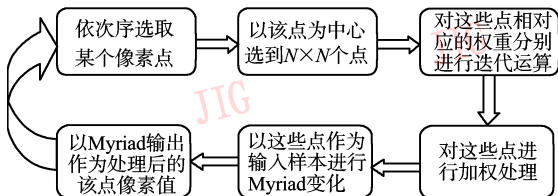


图 2 WMy 设计流程图

Fig. 2 Design flow of WMy

3.4 Weighted Myriad Filter 滤波效果评价

3.4.1 实常数权的 CWMy 滤波效果

当 K 与 W_c 分别由 30 到 170 变化时,其各个点像素值误差平方和的平方根可以如表 1 所示。由表可知,取 $K = 170, W_c = 30$,此指标误差最小。

表 1 参数变化时误差平方和统计结果

Tab. 1 Statistic result of error square

W_c	K							
	30	50	70	90	110	130	150	170
30	732	490	423	396	377	362	354	351
50	735	496	422	394	376	365	365	373
70	735	498	426	397	381	378	387	407
90	734	500	434	405	390	394	411	446
110	736	503	438	412	403	409	439	484
130	738	506	441	418	413	424	468	521
150	738	510	444	422	424	438	492	554
170	739	515	450	429	438	452	516	586

图 3 是 $W_c = 20$ 时, CWMy 输出图像随 K 变化的结果。图 4 是 $K = 150$ 时, 输出图像随 W_c 变化的结果。

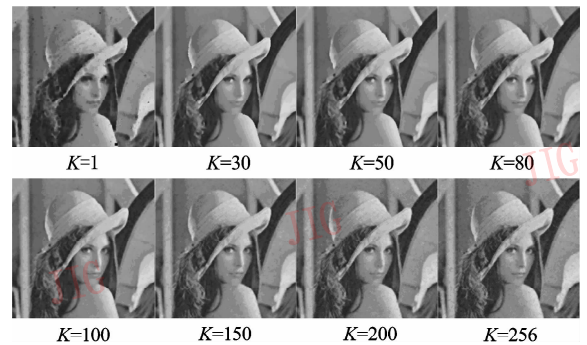


图 3 CWMy 输出图像随 K 变化结果

Fig. 3 CWMy images with K change



图 4 CWMy 输出图像随 W_c 变化结果

Fig. 4 CWMy images with W_c change

由上图可见,当 K 增大时,冲激噪声愈剧烈,但细节部分(头发)也愈清晰。当 W_c 增大时,图像愈清晰,但噪声的冲激性也更剧烈。

3.4.2 权重自适应变化的 WMy 滤波效果

图 5 是取 $K = 150, W_c$ 自适应变化,而步长 μ 由小到大变化时 WMy 的输出结果。由图 5 可见,当 μ 由小到大变化时,图像中变化剧烈部分(边缘)愈发突出。



图 5 WMy 的输出图像随步长变化结果

Fig. 5 WMy image with step change

3.4.3 与其他方法滤波效果的比较

表 2 列出了对 4 个不同的图片分别进行中值、加权 Myriad 以及自适应加权 Myriad 滤波,在 MSE、MAE、PSNR 3 个信噪标准下值的不同。

表 2 3 种处理方式下的对比数据

Tab 2. Comparison data of three methods

	5% 盐椒噪声	Lena. bmp	Cameraman. tif	Eight. tif	Tire. tif
MAE	Noise Image	417.182 4	1 012.7	1 267.6	1 271.0
	Median	78.141 9	142.406 8	66.036 9	34.694 6
	CWMy	77.731 2	122.444 5	48.179 8	31.602 5
	WMy	78.175 4	120.512 8	47.253 5	31.018 8
	PSNR	Noise Image	6.227 1	6.410 2	6.644 2
Median		4.112 1	4.516 9	2.310 2	2.655 5
CWMy		3.256 6	2.575 6	1.557 1	2.453 6
WMy		3.241 3	2.561 4	1.562 4	2.375 8
MSE		Noise Image	1 515.1	1 511.2	1 823.3
	Median	1 522.3	1 519.7	1 836.1	1 381.4
	CWMy	1 522.4	1 520.4	1 837.5	1 381.8
	WMy	1 522.3	1 520.5	1 837.6	1 381.9

由上可见,加权 Myriad 滤波比中值滤波更有效,而自适应滤波 Myriad 滤波效果比固定权重的 Myriad 滤波效果更有效,但差别不大(因为固定权重 Myriad 滤波选择了较好的参数值)。

图 6 表示在加入 5% 盐椒噪声后,中值滤波、固

定权重 Myriad 滤波、自适应加权 Myriad 滤波下的输出图像。由图 6 可见,加权 Myriad 滤波相比于中值滤波的优势在于细节部分恢复得更好(观察头发的纹理)。



图 6 不同算法对图像细节恢复的结果

Fig. 6 Detail recovery of different algorithm

4 结 论

加权 Myriad 滤波是一种非线性滤波算法,但其实现基本上还是与中心加权中值滤波相似的,只不过算法公式和参数变量不同。在数字图像处理中,一个新算法的形成是与图像处理要求息息相关的;同时,选取适当的参数在很大程度上影响到处理的结果。所以,只有通过深入研究已有的算法,加上对图像特征的深入了解,才有可能得到更好更简便的算法。

参考文献 (References)

- 1 Kalluri S, Arce G R. Adaptive weighted myriad filter optimization for robust signal processing [A]. In: Proceedings of the CISS 1996 [C], Princeton, New Jersey, USA, 1996: 489 ~ 493.
- 2 Sudhakar Kalluri, Arce G R. Fast algorithms for weighted myriad computation by fixed point search [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(1): 159 ~ 171.
- 3 Sudhakar Kalluri, Arce G R. Adaptive weighted myriad filter algorithms for robust signal processing in α -stable noise environments [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(2): 322 ~ 332.
- 4 Nolan J P. Stable Distributions [M], Boston, MA: Birkhauser, 2002: 122 ~ 130.
- 5 Tsihrantzis G A, Nikias C L. Performance of optimum and suboptimum receivers in the presence of impulsive noise modeled as an α -stable process [J]. IEEE Transactions on Communication, 1995, 43(2): 904 ~ 914.
- 6 Aydin G, Arkan O, Cetin A E. Robust adaptive filtering algorithms for α -stable random processes [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1999, 42(2): 198 ~ 202.
- 7 Hoyos S, Li Y, Bacca J, et al. Weighted median filters admitting complex-valued weights and their optimization [J], IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(10): 2776 ~ 2787.