

# 一种新的全相位 Contourlet 离散变换在 图像去噪中的应用

侯正信 任亮 郭旭静

(天津大学电子信息工程学院, 天津 300072)

**摘要** 为了实现更为优秀的利用 Contourlet 来实现的图像去噪,以 MATLAB 为仿真工具,提出了一种新的全相位 Contourlet 离散变换,其多级分解和重构继承了已有的基于全相位 DCT (APDCT) 子带滤波和全相位 IDCT (APIDCT) 内插的全相位 Contourlet,其方向滤波则是采用一种基于 DCT 的全相位方向滤波器组 (APDFB)。APDFB 具有良好的方向选择性,而且重构算法简单,只要将各个方向图像直接相加即可。实验结果表明,将新的全相位 Contourlet 离散变换应用在图像去噪中,与原 Contourlet 相比,在信噪比有所提高的同时,图像视觉效果也更好。

**关键词** 全相位 Contourlet 方向性滤波 子带分解 内插

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2008)05-0870-06

## The Application of a New All Phase Contourlet Discrete Transform on Image Denoising

HOU Zheng-xin, REN Liang, GUO Xu-jing

(School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

**Abstract** This paper proposes a bran-new discrete transform called AP-Contourlet (All Phase Contourlet), the multi-scale decomposition and reconstruction of which are based on the APDCT (All Phase DCT) sub-band filtering and the APIDCT (All Phase IDCT) interpolation for optimizing denoising effect of Contourlet. In addition, a kind of all phase directional filter bank (APDFB) based on DCT is used for directional filtering of the AP-Contourlet. The APDFB is possessed of excellent directional selectivity, and reconstruction algorithm is so simple that only adding the directional images is needed. Experiments in image de-noising have shown that the performance of the proposed AP-Contourlet is obviously superior to the conventional Contourlet both in vision and in signal to noise ratio (SNR).

**Keywords** all phase Contourlet, directional filtering, subband decomposition, interpolation

## 1 引言

普遍使用的小波变换表示图像时,图像边界的方向信息非常有限。Do和Vetterli提出了一种称为 Contourlet 的有效的图像表示方法<sup>[1]</sup>。这种图像表示方法在频率域提供了多级定向分解,能够抓住图像的内在几何结构,这对表示视觉信息是关键的一

点。与其他近来开发的针对几何规律性的图像表示法相比,例如: Bandelet<sup>[2]</sup>, Edgeadapted multiscale transform<sup>[3]</sup>, Wedgelets<sup>[4,5]</sup>, Edgeprints<sup>[6]</sup> 和 Quadtree coding<sup>[7]</sup>, Contourlet 是一种固定且灵活的图像表示法。与其他多级定向表示法相比, Contourlet 在每一级允许有不同的方向数。

在此基础上,文献[8]用一种基于最近开发的全相位 DCT 滤波器 (APDCT) 和全相位 IDCT 滤波器

基金项目:天津市自然科学基金项目(07JCYBJC13800)

收稿日期:2006-11-14; 改回日期:2006-01-05

第一作者简介:侯正信(1945~),男,教授,博士生导师。1982年于天津大学获硕士学位,天津市图像图形学会理事。主要研究方向包括现代数字信号与信息处理理论、数字图像处理与编码技术、数字视频处理与通信等。E-mail: hzxin@tju.edu.cn

(APIDCT)<sup>[9]</sup>的分级方法代替 Contourlet 变换中的拉普拉斯金字塔分级。其中,APDCT 和 APIDCT 是基于全相位滤波器(APDF)<sup>[10]</sup>的思想,并且已经通过实验证明 APDCT 和 APIDCT 分别在子带分解和图像内插上有着优异的性能<sup>[9,11]</sup>。在文献[8]的基础上,本文将全相位的思想和 Contourlet 变换更加紧密地相结合,建立了一种新的全相位 Contourlet(AP-Contourlet)离散变换,将全相位方向滤波器组(APDFB)应用于 Contourlet 的方向分解。由于 APDFB 无需下采样,所以图像的细节得以更完整地保留,除此以外,APDFB 可以得到更好的方向性选择,而且在恢复时只要将各个方向图像直接相加即可。将本文的 AP-Contourlet 应用于图像去噪,结果表明,AP-Contourlet 不仅在信噪比(SNR)上优于原 Contourlet 和文献[8]提出的 AP-Contourlet,而且在视觉效果上也更好。

## 2 Contourlet

在图像的 Contourlet 变换中,首先应用于子带来捕获点不连续性,再利用定向滤波器将点不连续性与线结构联系起来,总体上类似于将图像用轮廓线(contour)分割为基本的单元。文献[1]提供了离散 Contourlet 变换的具体方法。第 1 步是将传统的拉普拉斯金字塔方法应用于多级分解,在分解的每一步产生一个原始图像的下采样的低通版本,以及原始图像与预测图像之间的残差(即一个高通图像),然后将此过程在低通版本上进行迭代,最终产生一个低通图像和多级高通图像。第 2 步是对高频图像应用迭代的 2 维定向滤波器(DFB)来捕捉定向信息。定向滤波器是两频带系统的树状结构的应用。首先将双通道的钻石滤波器同图像剪切(即图像样点重排)相结合可将图像分为水平和垂直两个

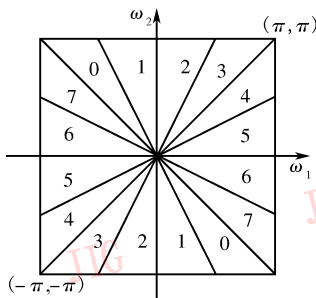


图 1 定向滤波器频带分割(当  $l=3, 2^3=8$ )

Fig. 1 Directional filter bank frequency partitioning

(where  $l=3, 2^3=8$ )

方向。以此为基础进行迭代,形成一个多级树结构,相当于一个多方向滤波器组。将 DFB 应用在  $l$  级二进制树分解可以将频谱分割为如图 1 所示的  $2^l$  个频带,类似于 Randon 变换,给定不同的  $l$ ,可得到图像相应的多方向分解。

## 3 全相位 Contourlet

### 3.1 全相位离散余弦滤波器(APDCTF)以及全相位反离散余弦内插器(APIDCTI)基本原理

文献[10]提出了一种全相位数据空间和全相位滤波的概念,可以应用于各种列率滤波(比如:余弦、反余弦、Fourier 或 Walsh)。文献[9]推导出全相位离散反余弦内插器(APIDCTI)的计算公式,并证明其在图像内插中性能优异。同理可以推得全相位离散余弦滤波器(APDCTF)的计算公式,将其应用于子带分解,效果颇佳<sup>[11]</sup>。

对于 2 维空间中的数据点  $(m, n)$ ,存在  $N \times N$  个包含该点具有不同相位的数据矩阵  $Z_{k,l}^{(m,n)}$ ,  $k, l = 0, 1, \dots, N-1$ ,对于每个  $Z_{k,l}^{(m,n)}$  其相应的列率滤波输出为

$$Y_{k,l}^{(m,n)} = C^T (F \cdot CZ_{k,l}^{(m,n)} C^T) C \quad (1)$$

式中,  $C$  为  $N \times N$  的正交变换矩阵;  $\cdot$  表示两矩阵对应元素相乘;  $Y_{k,l}^{(m,n)}$  是  $Z_{k,l}^{(m,n)}$  的滤波输出矩阵;  $F$  是  $N \times N$  阶列率响应矩阵,  $(m, n)$  点的全相位滤波输出  $Y(m, n)$  是所有  $Y_{k,l}^{(m,n)}$  在该点的输出  $Y_{k,l}^{(m,n)}$  ( $N-1-k, N-1-l$ ) 的平均值,即

$$Y(m, n) = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} Y_{k,l}^{(m,n)} (N-1-k, N-1-l) = Q(m, n) * Z(m, n) \quad (2)$$

式中,  $Q$  是  $(2N-1) \times (2N-1)$  阶 2 维全相位数字滤波器。它具有线性相位特性,即

$$Q(m, n) = Q(-m, n) = Q(m, n) = Q(-m, -n) \quad 0 \leq m \leq N-1, 0 \leq n \leq N-1$$

定义矩阵

$$Q_{\frac{1}{4}} = \begin{bmatrix} Q(0,0) & Q(0,1) & \dots & Q(0,N-1) \\ Q(1,0) & Q(1,1) & \dots & Q(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q(N-1,0) & Q(N-1,1) & \dots & Q(N-1,N-1) \end{bmatrix} \quad (3)$$

文献[10]中给出:

$$Q_{\frac{1}{4}} = GFG^T \quad (4)$$

其中,  $G$  为转移矩阵,对于 APDCT,离散余弦变换矩

阵元素为

$$C(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} & i = 0, 0 \leq j \leq N - 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{N} \cos \frac{i(2j+1)\pi}{2N} & 1 \leq i \leq N - 1, 0 \leq j \leq N - 1 \end{cases} \quad (5)$$

则转移矩阵  $G$  的元素为

$$G(i, j) = \begin{cases} (N - i) / N^2 & 0 \leq i \leq N - 1, j = 0 \\ \frac{1}{N^2} \left[ (N - i) \cos \left( \frac{ij\pi}{N} \right) - \csc \frac{j\pi}{N} \sin \frac{ij\pi}{N} \right] & 0 \leq i \leq N - 1, 1 \leq j \leq N - 1 \end{cases} \quad (6)$$

对于 APIDCT, 逆离散余弦变换 (IDCT) 矩阵是 DCT 变换矩阵的转置, 有

$$C(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} & j = 0, 0 \leq i \leq N - 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{N} \cos \frac{j(2i+1)\pi}{2N} & 1 \leq j \leq N - 1, 0 \leq i \leq N - 1 \end{cases} \quad (7)$$

则转移矩阵  $G$  的元素为

$$G(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{N} & i = 0, 0 \leq j \leq N - 1 \\ \frac{N - i + \sqrt{2} - 1}{N^2} \cos \frac{i(2j+1)\pi}{2N} & 1 \leq i \leq N - 1, 0 \leq j \leq N - 1 \end{cases} \quad (8)$$

这样根据以上转移矩阵公式, 只要给定列率响应  $F$ , 就可以得到相应的全相位滤波器模板。文献 [8] 中给出了全相位 APDCT 子带分解滤波器和全相位 APIDCT 内插器的设计方法。

### 3.2 全相位方向滤波器组 (APDFB)

在全相位 Contourlet 中, 对高频细节图像应用全相位方向滤波器组可以得到频带上各个不同方向的信息。现以 Zoneplate 图像分解为 8 个方向子带为例, 说明 APDFB 的设计方法。

首先, 进行最重要的 1 级, 即第 2 级滤波模板的设计。2 维全相位 DCT 滤波器的设计可以通过直接设计 2 维的列率响应  $F$  得到, 而且由于 2 维全相位 DCT 滤波器具有线性相位特性, 是四象限对称的滤波器, 所以列率响应  $F$  只需要设计为 1/4 频谱形式。第 2 级两个风扇形滤波器其中一个的理想频谱特性和列率响应  $F_{2a}$  形式如图 2 所示。

本文采用  $N = 4$ , 此时

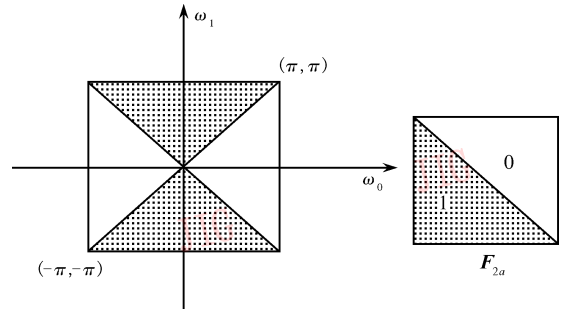


图 2 风扇型滤波器频谱及  $F_{2a}$  的设计

Fig. 2 The ideal frequency characteristic of a fan filter and the design of  $F_{2a}$

$$F_{2a} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0.5 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

代入式 (4) 并结合式 (6) 可以得到 2 维全相位风扇型滤波器模板, 记为  $Q_{2a}$ 。

另一个 2 维全相位风扇型滤波器的理想频谱特性如图 3 所示, 其滤波器模板可以通过将  $Q_{2a}$  旋转  $90^\circ$  得到, 记为  $Q_{2b}$ 。

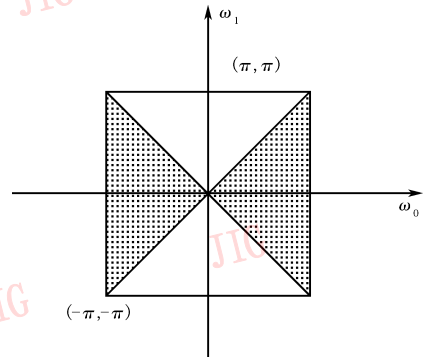


图 3 另一个风扇型滤波器频谱

Fig. 3 The ideal frequency characteristic of the other fan filter

然后, 进行全相位滤波器组第 1 级模板的设计。在方向滤波器组结构中, 头两级首先将图像分为 4 个方向子带。为将正负频率分开, 需要一个象限滤波器, 作为第 1 级滤波器。为了得到此象限滤波器, 将 2 维的风扇型滤波器模板直接旋转  $45^\circ$ , 即将滤波器频谱旋转  $45^\circ$ , 就可以变成一个 2 维全相位象限滤波器模板  $Q_{1a}$ 。第 1 级的另一个滤波器模板  $Q_{1b}$  同样也可通过旋转  $Q_{2b}$  模板  $45^\circ$  获得。

最后, 第 3 级全相位滤波器  $F_{3a}$  和  $F_{3b}$  的列率形式可设计为图 4 的形式, 按所占面积可首先计算出

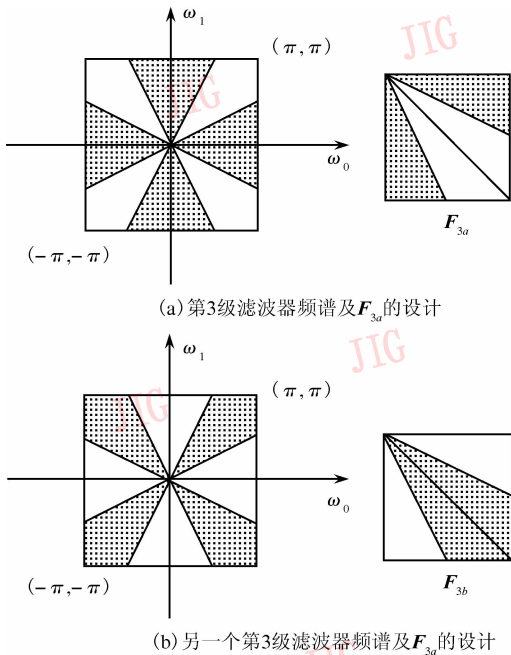


图 4 第 3 级滤波器频谱及  $F$  的设计

Fig. 4 The ideal frequency characteristic of the third filters and the designs of  $F$

$F_{3a}$ 。图 4(a) 和 (b) 互补, 用全 1 矩阵减去  $F_{3a}$  就得到  $F_{3b}$ 。当  $N=4$  时

$$F_{3a} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.75 & 1 & 1 \\ 0.75 & 0 & 0.25 & 0.75 \\ 1 & 0.25 & 0 & 0 \\ 1 & 0.75 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将  $F_{3a}$  代入式(4) 并与式(6) 结合, 可以得到一个第 3 级 2 维全相位滤波器模板  $Q_{3a}$ 。同时

$$F_{3b} = 1 - F_{3a} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0.25 & 1 & 0.75 & 0.25 \\ 0 & 0.75 & 1 & 1 \\ 0 & 0.25 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

将  $F_{3b}$  代入式(4) 并与式(6) 结合, 可以得到另一个第 3 级 2 维全相位滤波器模板  $Q_{3b}$ 。

将以上设计的 3 组滤波器  $Q_1 \sim Q_3$  按如图 5 的结构连接, 便构成了 3 级全相位滤波器组。各级滤波为卷积滤波, 即将原始图像同上述设计的滤波器模板相卷积就可获得相应方向子带。经过这组滤波器, 原始图像被分解为 8 个方向子带。图 5 显示了 Zoneplate 图由 3 级全相位滤波器组滤波所得到的 8 个方向的分解图像及其重建(分解所得方向与图 1 相同)。用同样的方法可以设计出 16 或更多方向的全相位方向滤波器组。

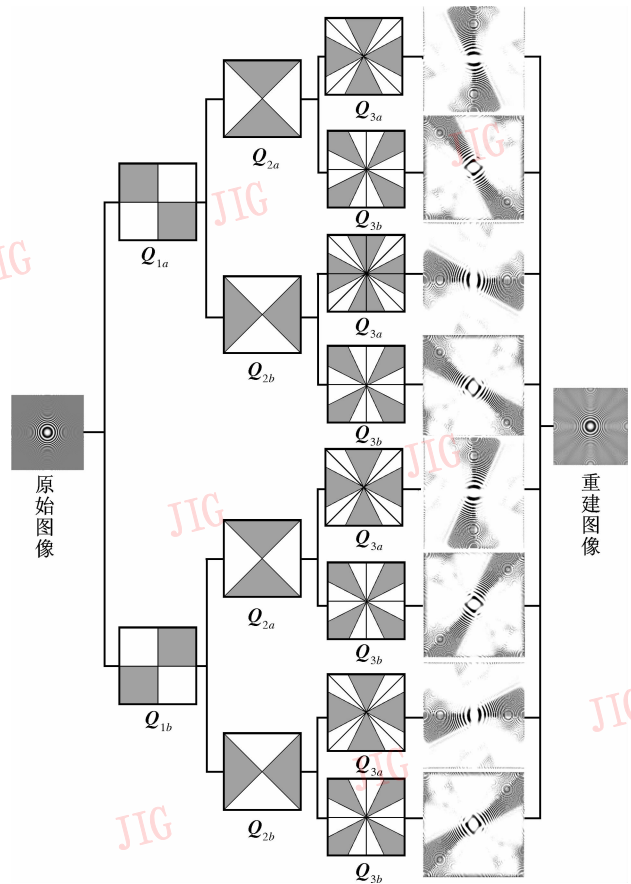


图 5 Zoneplate 图由 APDFB 得到的 8 方向分解及其重建

Fig. 5 8-direction frequency partitioning by APDFB from Zoneplate

### 3.3 全相位 Contourlet 结构

本文所提出的新的全相位 Contourlet 首先继承了文献[8]提出的 AP-Contourlet, 用全相位多级分解方法代替拉普拉斯金字塔分级方法<sup>[1]</sup>。这种分级方法在恢复时不需要像拉普拉斯金字塔重建方法需要经过高通和低通滤波器, 而只需将低通图像用 APIDCT 两次内插上采样, 再将高频细节图像与其相加即可, 计算量大大下降, 同时文献[8]的实验证明其性能优于拉普拉斯金字塔重建方法。然后, 用本文的全相位方向滤波器组代替原迭代的 2 维定向滤波器(DFB)对高频细节图像进行方向分解, 得到高频图像在各个不同方向的信息。由于 APDFB 不需要下采样, 所以图像的细节信息保留的更完整, 而且由于没有对图像进行扭转操作, 故无需将图像尺寸扩大, 在恢复时只要将各个方向图像直接相加即可, 计算相当简单。

## 4 实验结果与分析

与可分离小波变换相比,Contourlet 在定向性和各向异性方面都有改进,是一种灵活的多级定向图像分解方式。而本文新的 AP-Contourlet 是在此基础上的进一步改进,在没有改变数据量的前提下,计算明显简化。在对图像的去噪应用中,本文实验对象是加入白噪声的图像 Lena、Zelda、Barbara 图像,实验比较了文献[1]提出的原 Contourlet 与本文新的 AP-Contourlet 的性能。原 Contourlet 采用分 5 级,金字塔分级低通滤波器为 9/7 小波;本文 AP-Contourlet 分为两级,全相位定向滤波器的方向数为  $2^3$ 。实验结果同时还与文献[8]中的 AP-Contourlet 去噪效果进行了比较。去噪时都采用阈值去噪方法,去噪后的 Lena 局部效果和 Barbara 整体效果分别如图 6 和图 7 所

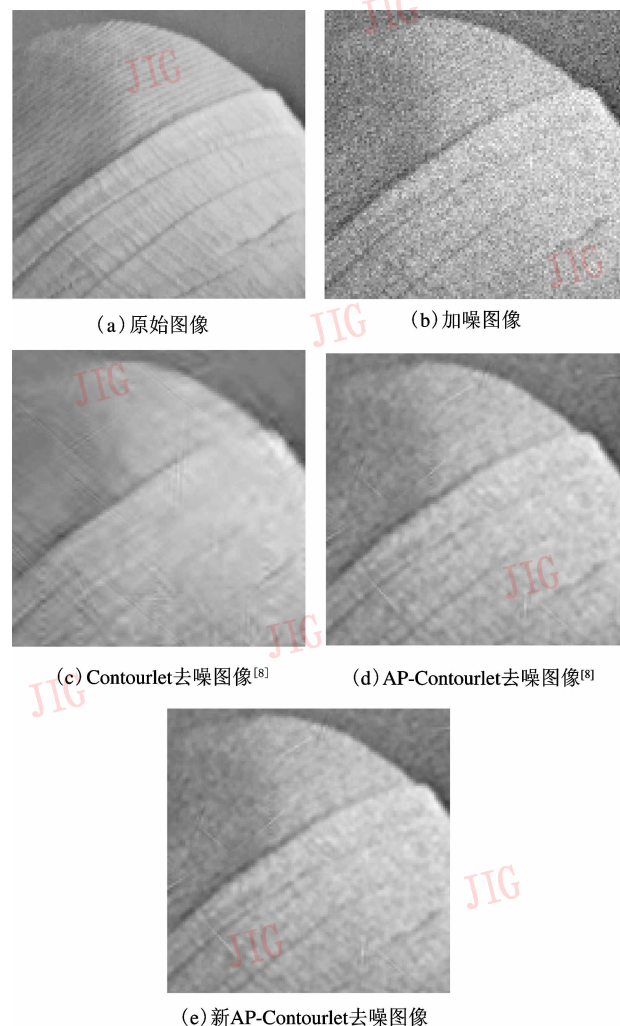


图 6 对 Lena 图像去噪局部效果图

Fig. 6 Denoising results for the part of image Lena

示,3 种图像的信噪比结果如表 1 所示。可以看出,采用本文方法去噪后,不仅信噪比有所提高,而且图像细节保留较完整,视觉效果优于原 Contourlet 和文献[8]的 AP-Contourlet。

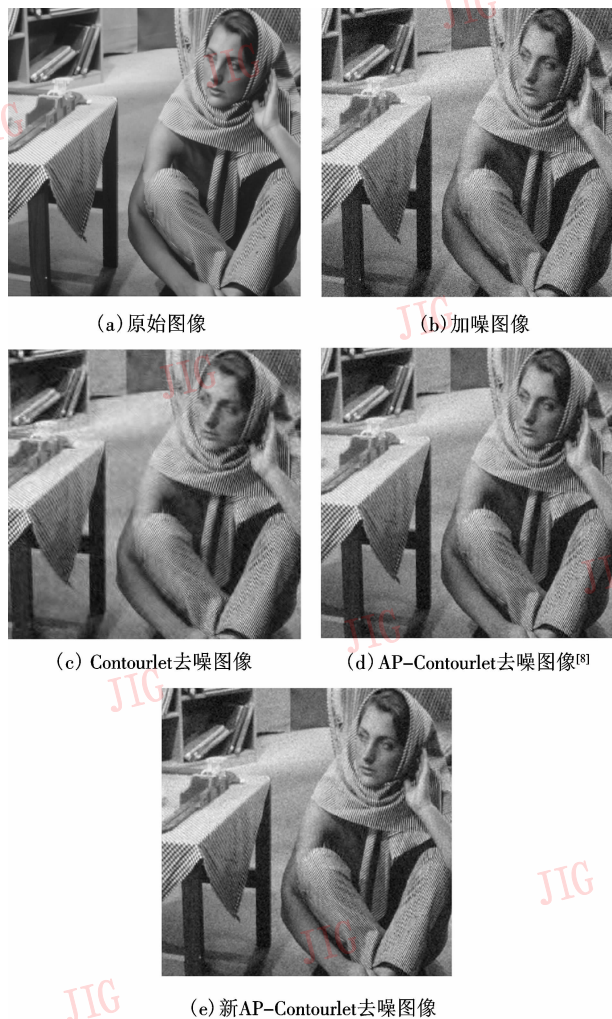


图 7 对 Barbara 图像去噪效果图

Fig. 7 Denoising results for image Barbara

表 1 各种去噪方法的信噪比 (SNR) 比较  
Tab. 1 SNR (Signal Noise Ratio) of Different Denoising Methods

		(单位: dB)		
图像	加噪图像	Contourlet 去噪	文献[8]的 AP-Contourlet 去噪	本文的 AP-Contourlet 去噪
Lena	9.55	15.42	16.02	16.77
Zelda	9.53	15.94	16.34	17.52
Barbara	9.55	12.99	14.20	14.78

## 5 结 论

本文提出了一种新的 AP-Contourlet 离散图像变换方法,在定向分解中采用了全相位 DCT 方向滤波器组,将这种变换方法应用于图像去噪得到了优于原 Contourlet 和文献[8]的 AP-Contourlet 的效果,而且计算方法也得到了进一步的简化。

### 参考文献 (References)

- 1 Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, **14**(12): 2091 ~ 2106.
- 2 Pennec E L, Mallat S. Image compression with geometrical wavelets [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing [C], Vancouver, Canada, 2000: 661 ~ 664.
- 3 Cohen A, Matei B. Compact representation of images by edge adapted multiscale transforms [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing, Special Session on Image Processing and Non-Linear Approximation [C], Thessaloniki, Greece, 2001, **1**: 8 ~ 11.
- 4 Donoho D L. Wedgelets: nearly-minimax estimation of edges [J]. Annals of Statistics, 1999, **27**(3): 859 ~ 897.
- 5 Wakin M B, Romberg J K, Choi H, *et al.* Rate-distortion optimized image compression using wedgelets [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing [C], Rochester, New York, 2002, **3**: 237 ~ 240.
- 6 Dragotti P L, Vetterli M. Footprints and edgeprints for image denoising and compression [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing [C], Thessaloniki, Greece, 2001, **2**: 237 ~ 240.
- 7 Shukla R, Dragotti P L, Do M N, *et al.* Rate-distortion optimized tree-structured compression algorithms for piecewise polynomial images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, **14**(3): 343 ~ 359.
- 8 Guo Xu-jing, Hou Zheng-xin. Application of the all phase Contourlet on image denoising [J]. Journal of Tianjin University, 2006, **39**(7): 832 ~ 836. [郭旭静, 侯正信. 全相位 Contourlet 在图像去噪上的应用 [J]. 天津大学学报, 2006, **39**(7): 832 ~ 836.]
- 9 Guo Ying-chun, Hou Zheng-xin. True 2-D wavelet filter bank and its application for image compression [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2005, **16**(8): 982 ~ 988. [郭迎春, 侯正信. 纯二维小波滤波器组及其在图像压缩中的应用 [J]. 光电子 · 激光, 2005, **16**(8): 982 ~ 988.]
- 10 Hou Zheng-xin, Wang Zhao-hua, Yang Xi. Design and implementation of all phase DFT digital filter [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, **31**(4): 539 ~ 543. [侯正信, 王兆华, 杨喜. 全相位 DFT 数字滤波器的设计与实现 [J]. 电子学报, 2003, **31**(4): 539 ~ 543.]
- 11 Hou Zheng-xin, Guo Ying-chun. Sequency subband feature coding on 2-D APDCSF [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2005, **16**(9): 1112 ~ 1117. [侯正信, 郭迎春. 基于二维 APDCSF 的列率子带特征编码方法 [J]. 光电子 · 激光, 2005, **16**(9): 1112 ~ 1117.]