

# 基于双稳态随机共振的图像复原技术研究

庞全 钱诚 杨翠容 范影乐

(杭州电子科技大学生物医学工程与仪器研究所, 杭州 310018)

**摘要** 传统的图像滤波复原技术一般通过滤除噪声来达到恢复图像的目的,但是对于受强噪声干扰的图像,噪声的消除很困难,而随机共振却具有利用噪声增强信号的特点,因此,提出了以非线性双稳态系统作为信号处理器,根据互信息熵调节参数使系统达到非周期随机共振状态,从而对受噪声污染的图像进行复原处理。实验结果表明,相比传统滤波复原方法,该方法的复原结果更加接近于原图,另外对于噪声强度的变化具有较好的鲁棒性。

**关键词** 随机共振 非线性双稳态系统 图像复原

中图分类号:TP391.4 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)08-1447-07

## A Study on Image Restoration Based on Stochastic Resonance in Bistable System

PANG Quan, QIANG Cheng, YANG Cui-rong, FAN Ying-le

(Institute of Biomedical Engineering and Instrument, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018)

**Abstract** Traditional methods for image restoration usually focus on eliminating noises to accomplish image restoration, But for images polluted by strong noises, it is hard to achieve it in this way. Stochastic resonance can use noise to enhance signals. Since the features in a bistable system are induced to the state of aperiodic stochastic resonance resorted to mutual entropy, hence we can restore image with noises use a nonlinear bistable system as a signal processing device. Results in this paper show that images restored based on the method proposed by this paper is more similar to original images than the traditional methods. In addition, the method is robust to variations of the intensity of noises.

**Keywords** stochastic resonance, nonlinear bistable system, image restoration

### 1 引言

由于传输信道中存在着噪声,因此,图像在网络传输过程中,往往容易被噪声所污染。针对如何重构和恢复被噪声污染的图像,人们提出了许多图像复原算法。目前比较通用的有基于线性滤波器的方法<sup>[1]</sup>、基于小波域的方法<sup>[2]</sup>以及基于马尔可夫(Markov)随机场的方法<sup>[3]</sup>等等,这些方法能够充分利用图像退化的先验知识来消除噪声,

最终取得的复原结果较好地逼近了原始未受污染的图像,但是它们的出发点都只是将噪声作为图像数据的一种干扰加以消除,当噪声增强、图像信号减弱时,消噪能力遭受极大的削弱,图像的恢复变得非常困难。

1981年,意大利学者 Benzi 提出了随机共振理论<sup>[4]</sup>,揭示出在噪声、周期性输入信号和非线性系统的协同作用下,噪声能量可以转化为有用的信号能量,从而提高输出信号的信噪比。随机共振利用噪声增强信号的特性,打破了只能通过消除

基金项目:国家自然科学基金项目(60302027);浙江省科技计划重点项目(2006C23047)

收稿日期:2006-10-13;改回日期:2007-02-02

第一作者简介:庞全(1951~),男,教授,硕士生导师。主要研究方向为人工智能检测与控制、模式识别、图像处理、智能仪器。

E-mail:qcshougao@tom.com

噪声来增强信号的固有观念,并在弱信号的检测和估计中得到了广泛的应用<sup>[5,6]</sup>。随着随机共振应用研究的深入,其应用范围逐渐延伸到数字图像处理领域,如 Ye Qing-hua 等人利用双稳态系统实现了图像直流分量的增强<sup>[7]</sup>,另外在阈值系统中, Marks 等发现通过向图像添加适当强度的噪声可以使图像更加符合人的视觉特征<sup>[8]</sup>,这些结果都为图像的复原提供了新的思路。但是目前,双稳态随机共振在图像增强领域的应用只限于处理图像中的单一频率分量,然而在实际中,大量的图像是非周期信号,这些图像通常包含了丰富的频率成分,单频分量的恢复远远不能满足实际需求,而利用阈值系统随机共振技术所恢复的图像只是统计意义上的结果,需要将大量处理后的图像进行叠加以达到复原目的。

本文提出的复原算法以双稳态系统作为非线性信号预处理器,通过调节双稳态系统参数使系统处于非周期随机共振状态,对含有强噪声的二值图像进行预处理,最后利用判别器对预处理结果进行判别来获取原图像的估计结果。相比于传统图像滤波复原方法,本文方法鲁棒性好,抗强噪能力强,适合恢复被强噪声所污染的图像。

## 2 双稳态非周期随机共振

### 2.1 非线性双稳态系统

在随机共振研究中,非线性双稳态系统模型研究比较多,应用比较广泛<sup>[9,10]</sup>。该系统可以由朗之万(Langevin)方程来描述:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^3 + f(t) + \xi(t) \quad (1)$$

式中,  $a, b$  为正数,  $f(t)$  为输入信号,  $\xi(t)$  为噪声项。假设输入噪声  $\xi(t)$  为均值为 0 的高斯白噪声,其自相关函数满足  $\langle \xi(t)\xi(0) \rangle = 2D\delta(t)$ ,  $D$  表示噪声强度,  $\delta(t)$  表示冲激函数。

### 2.2 双稳态系统输出性能的调节

处于随机共振状态的双稳态系统意味着系统的输出性能被优化。一般而言,向系统输入信号添加噪声或者改变系统参数都可以促使双稳态系统产生随机共振现象。相比噪声调节方式,参数调节方式更加灵活方便,对系统输出性能的控制范围更为广泛<sup>[11]</sup>,因此,本文以参数调节方式控制双稳态系统非周期响应性能<sup>[12]</sup>。

假设双稳态系统的输入信号为非周期等幅双极性二值数字信号,考虑到双稳态系统的对称性以及系统输入输出的非线性关系,为便于分析,将系统简化为二值系统,并以 0 为阈值来判断系统输出信号,输出结果由式(2)给出

$$S_{out} = \begin{cases} 1 & S_{out} \geq 0 \\ -1 & S_{out} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

系统输出的稳定程度以及系统响应速度是衡量系统输出性能的主要标准,在上述简化的二值系统的基础上,可以从系统稳态输出误差以及系统响应速度的角度来研究系统参数变化对系统输出性能的影响。

系统参数的变化改变着系统输出的稳定程度以及响应速度,直接影响着系统最终的输出性能。系统输出稳定程度受参数的影响由稳态误差反映出来<sup>[5]</sup>,通过系统输出概率密度可以得到系统输出的稳态误差表达式,相应的稳态误差为

$$E_{stable} = \int_0^{+\infty} C \exp(g(y)) dy \quad (3)$$

式中,  $g(y) = \frac{1}{2}ay^2 - \frac{1}{4}\hat{b}y^4 - \hat{h}y$ ,  $y, \hat{b}$  和  $\hat{h}$  由  $y = \frac{x}{\sqrt{D}}, \hat{b} = bD, \hat{h} = \frac{f(t)}{\sqrt{D}}$  变换而来,  $C$  为相应的归一化

概率密度常数。由上式可见,系统参数  $\hat{b}$  的增加导致了系统输出稳态误差的增大,为了避免较大的稳态误差,往往要求参数  $a$  尽可能大,  $\hat{b}$  尽可能小。

Kramers 速率  $r_k$  表示双稳态系统输出在两个稳态值之间跃迁的速率<sup>[12]</sup>,反映了系统响应速度的快慢,因为  $\hat{b} = bD$ ,所以 Kramers 速率  $r_k$  的具体表达式如式(4)所示:

$$r_k \approx \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a^2}{4\hat{b}}\right) \quad (4)$$

由式(4)可以得出:输出跃迁的速率  $r_k$  随着参数  $\hat{b}$  的增加而呈现出单调增大的趋势,由于  $b$  与参数  $\hat{b}$  成正比关系,这表明,参数  $b$  的增大有利于系统响应速度的提高。综合考虑系统输出的稳定程度以及系统响应速度,通过选择合适的参数  $a, b$  可以在保证减小稳态输出误差的前提下,提高系统响应速度,使得双稳态系统产生随机共振效应,从而有效地将噪声能量转化为有用的信号能量,以此达到提高输出信号质量的目的。

### 2.3 双稳态非周期随机共振的检测

对于非周期随机共振的检测,传统随机共振技术根据某频率分量上的输出信噪比检测单频周期随机共振的方法不再适用。在信息理论中,互信息熵描述了信息传输的多少,能够准确地反映系统输出性能的优劣,而处于随机共振状态的双稳态系统通常意味着其具有最佳的输出性能,据此,本文采用互信息熵作为衡量标准来检测双稳态系统是否达到非周期随机共振状态,以此进行系统参数的调节。

在简化的二值系统的条件下,互信息熵  $H(S_{in}, S_{out})$  的计算具体如式(5)所示:

$$H(S_{in}, S_{out}) = - \sum_{i=-1,1} P_{in}(i) \log_2 P_{in}(i) + \sum_{i=-1,1} \sum_{j=-1,1} P_{out|in}(j|i) \log_2 P_{out|in}(j|i) \quad (5)$$

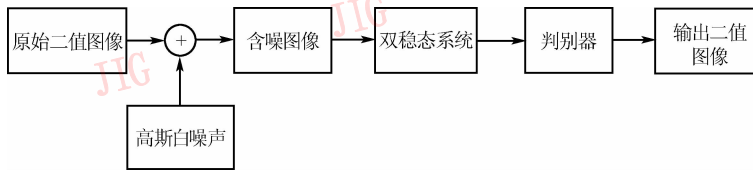


图 1 本文图像复原算法基本原理图

Fig. 1 Diagram about basic principle of the algorithm for image restoration

对于  $n$  级灰度图,实验对象采用灰度值压缩在  $0, n-1$  的二值图像。首先,对输入图像分别按行和列扫描得到 1 维序列  $S_{row}(m)$  和  $S_{col}(m)$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ )。因为双稳态系统要求输入信号为双极性信号,据此,将含噪二值图像的像素取值范围映射到  $[-\frac{n}{2}, \frac{n}{2}]$ 。相应的序列  $S_{row}(m)$ 、 $S_{col}(m)$  经过

映射后的取值范围就为  $[-\frac{n}{2}, \frac{n}{2}]$ 。然后,根据互信息熵大小调整系统参数,使得双稳态系统处于非周期随机共振状态,此时系统输出在保持一定的稳态误差前提下,获得了尽可能快的响应速度,系统的输出性能达到最佳。将  $S_{row}(m)$ 、 $S_{col}(m)$  分别作为双稳态系统的输入信号,而双稳态系统的输出信号作为相应的滤波处理信号  $\hat{S}_{row}(m)$ 、 $\hat{S}_{col}(m)$ ,经判别器综合判别处理后得到了最终复原的二值图像,图像是 2 维信号,因此需要综合考虑行和列方向上的输出值,为了减小判断误差,对图像相应位置上的双稳态系统预处理结果,取行和列两者的最大值作为初步处理结果,以此减小稳态误差,提高最终输出信号的质量,由此,判别器的具体判别规则如下所示:

式中,  $P_{in}(i)$  表示输入信号中  $-1$  和  $1$  出现概率,  $P_{out|in}(j|i)$  表示当双稳态系统输入信号为  $i$  模式的时候,系统输出信号为  $j$  模式的条件概率。通过计算双稳态系统对双极性二值信号响应的互信息熵,可以定量地衡量系统的输出性能,在此基础上判断双稳态系统是否处于非周期随机共振状态。

### 3 新算法的基本思想

双稳态系统具有对称的两个稳定状态,其适合于恢复受噪声污染的二值图像,本文选用被高斯白噪声污染的二值图像作为实验对象,以探讨新算法在图像复原领域应用的可行性。新算法的基本原理如图 1 所示。

$$\text{symbol}(m) = \begin{cases} \text{sgn}(\hat{S}_{row}(m)), & |\hat{S}_{row}(m)| \geq |\hat{S}_{col}(m)| \\ \text{sgn}(\hat{S}_{col}(m)), & |\hat{S}_{row}(m)| < |\hat{S}_{col}(m)| \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $\text{symbol}(m)$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) 表示输出信号的符号,  $\text{sgn}$  为符号函数,根据输出信号的符号再将输出信号映射到相应的灰度级上

$$S_{out}(m) = \begin{cases} n-1 & \text{symbol}(m) > 0 \\ 0 & \text{symbol}(m) \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $S_{out}(m)$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) 为最终的输出结果。

### 4 实验结果及相关分析

#### 4.1 实验对象的获取

为了验证新算法的可行性,具体的实验对象是由 256 级灰度图来获取的。为此,对 256 级灰度图按阈值 128 进行分割来获取原始未加噪的二值图,将小于阈值以及大于阈值的像素分别赋值为 0 及 255,经过这样的二值化处理后,图像的灰度信息被压缩到了 0 和 255 两个灰度级上,最后向二值图像添加一定量的高斯白噪声来模拟被白噪声污染的二值图像,那些包含了大量噪声的二值图像就成为了

双稳态系统的滤波复原对象。图 2(b)及图 2(d)所示为经上述步骤得到的实验对象。



图 2 原始二值图像及加噪后的图像

Fig. 2 Raw binary images and images with noises

### 4.2 本文算法的参数选取方法

为了判断双稳态系统输出性能在当前参数的选取下是否最优,本文以互信息熵度量双稳态系统的输出性能。由于同时改变两个系统参数使得参数的选择变得极为复杂,因此,出于降低参数选取复杂性考虑,将参数  $b$  固定,通过改变系统参数  $a$  来调节双稳态系统的输出性能。

对于由 256 级灰度图得到的含噪二值图像,其按行或列展开、连接并通过灰度值映射后就成为了含噪的 1 维双极性二进制信号序列,对于这样的信号序列,假设其正负波形出现的概率相等,图 3 所示为含有不同强度噪声的 1 维信号序列分别通过双稳态系统时的互信息熵与参数  $a$  的关系。其中在图3(a)中,系统参数  $b$  固定为 0.6,在图 3(b)中,系统参数  $b$  固定为 0.2。由图 3(a)可见,被噪声强度  $D$  为 200 的高斯白噪声所污染的双极性二进制信号序列通过双稳态系统后,互信息熵在参数  $a = 7$  的附近取到极大值 0.765。一般来说,通常的二值图像展开所成的二值序列未必满足正负波形概率相等的条件,考虑到这一情况,对参数  $a$  进行微调。如在图 2(b)所示的含有强度为 200 的高斯白噪声的 Lena 图中,发现将参数  $a$  选定为 6 时,受噪声污染的 Lena 图像有最好的复原

效果,故将双稳态系统的参数  $a$  选定为  $a = 6$ ;而对于图 2(d)所示 Camera 二值图像,其含有的噪声强度  $D$  为 300,根据互信息熵与参数  $a$  的关系曲线(图 3(b)所示),可以看到,互信息熵在参数  $a = 15$  附近取到极大值 0.67,同样考虑到输入信号未必满足正负波形出现概率相等的条件,故对参数  $a$  在 15 附近取值,多个参数选取结果表明,参数  $a = 11$  时所得到的复原结果最佳,因此,选定参数  $a = 11$ 。

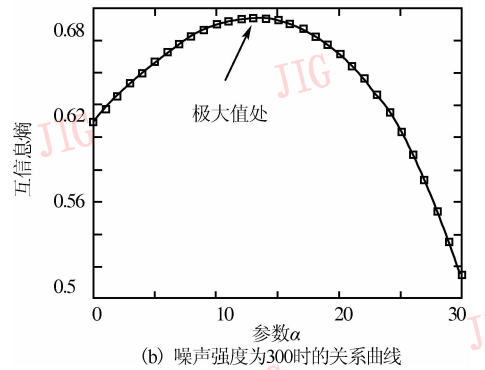
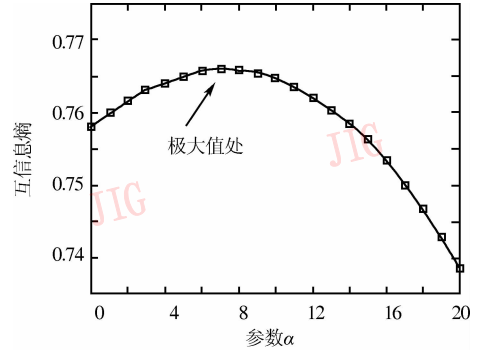


图 3 互信息熵与参数  $a$  的关系曲线

Fig. 3 Curves denoting the relationship between mutual entropy and  $a$

### 4.3 图像复原结果及分析

为了与传统滤波复原方法作比较,选择了一些常用的滤波复原算法如算术均值滤波复原方法、维纳滤波复原方法对上述图 2 所示含噪二值图像 Lena、Camera 进行处理,并且针对实验图像信息被压缩到 0 和 255 两个灰度级上的特点,相应地对上述算法滤波处理后的图像结果也取阈值为 128 进行二值化处理,并将最终处理结果与本文方法的处理结果进行了比较,具体复原结果如图 4 及图 5 所示。图 4(a)、图 5(a)为均值滤波器处理的结果,其中滤波模板的大小为  $5 \times 5$ ,由该结果可以看到,均值滤波器有效地去除了图像中的高斯白噪声,但是边缘细节也变得粗糙、模糊了起来。图 4(b)、图 5(b)

为维纳滤波的结果,复原后的图像结果很好地保留了图像的细节部分,但是有较多的斑点状噪声残留。本文算法的复原结果则由图 4(c)、图 5 (c)所示,可以看到,噪声被有效地抑制住了,由于双稳态系统具

有类似低通滤波器的特性,那些高频的细节不可避免地损失掉了,但是相对于均值滤波的结果,其边缘细节损失比较小,例如 Lena 图中的帽子边缘、Camera图中照相机的中间支架恢复得比较清晰。

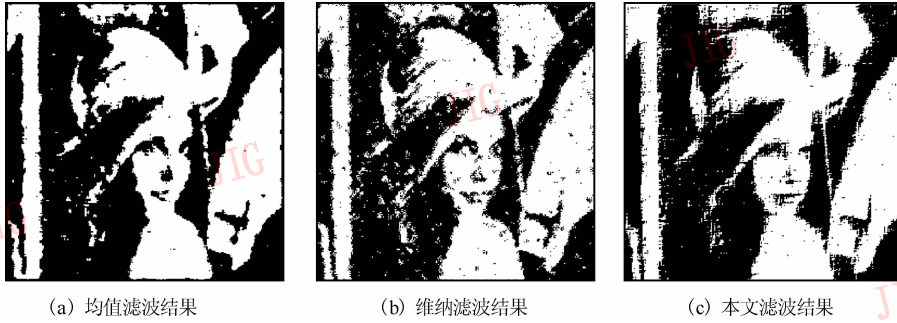


图 4 二值 Lena 图像滤波复原结果对比

Fig. 4 Comparison of binary images of Lena restored

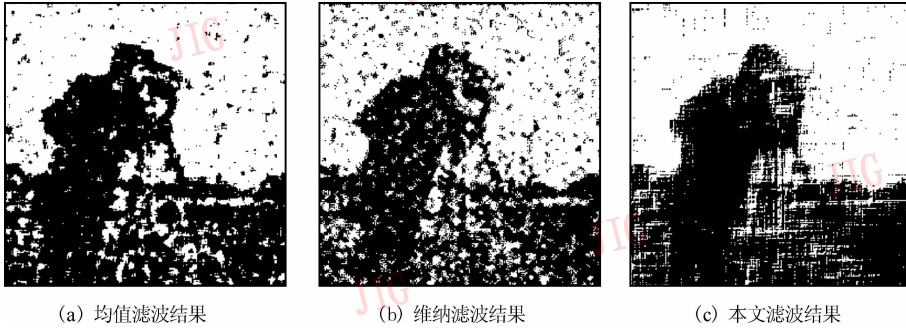


图 5 二值 Camera 图像滤波复原结果对比

Fig. 5 Comparison of binary images of Camera restored

由表 1 的结果可见,在噪声比较弱的环境下,相比于传统的滤波复原方法,本文方法没有显著的优越性,甚至劣于其他的滤波复原方法,但是随着噪声逐渐增强,在强噪声背景下,图像信号成为了弱信号,对这些图像进行恢复时,本文方法复原结果的峰值信噪比高于其他滤波复原方法的结果。在噪声由弱变强的过程中,传统复原方法输出图像的峰值信噪比变化比较大,而本文方法处理结果的峰值信噪比变化相对较小,与传统方法相比,本文方法对噪声

的变化有着更好的鲁棒性。因为传统的滤波复原方法是通过削弱噪声来间接地增强有用信号,而处于随机共振状态的双稳态系统是将噪声能量转化为有用信号的能量以此直接增强有用信号部分。由此可见,噪声的强弱对传统方法滤除噪声的能力影响较大,而对于双稳态系统方法的影响则相对比较小,这一差别使得在处理被强噪声污染的图像时,双稳态系统处理结果的峰值信噪比高于传统方法的处理结果。

表 1 峰值信噪比对比表

Tab. 1 Comparison of PSNR (dB)

图像名称	噪声强度 $D = 200$		噪声强度 $D = 300$		噪声强度 $D = 400$	
	Lena	Camera	Lena	Camera	Lena	Camera
均值滤波方法	11.98	10.67	9.63	9.12	7.88	7.73
Wiener 滤波方法	11.64	10.89	9.11	8.74	7.61	7.31
本文方法	10.45	10.39	9.69	9.29	7.92	8.17

维纳滤波复原是传统复原方法中一种典型的复原方法,其滤波效果在均方意义上是最优的,因此,本文选取维纳滤波复原方法作为本文新算法的参照对象,以进一步探讨本文方法的特点。

图 6、图 7 为含有不同强度噪声的字符二值图像分别被维纳滤波方法及本文算法处理后的结果,图 8 为上述两种方法复原处理结果的峰值信噪比变化对比图,其中每个峰值信噪比值为 50 次复原实验后取平均值的结果。结果表明,维纳复原方法能够比较准确地恢复出高信噪比图像,但是对于低信噪比的图像,复原后的图像中仍然残

留着大量的噪声,相比于维纳滤波的结果,高信噪比的图像经过本文算法复原处理后,例如字符图像中字符的边缘及一些点状区均被模糊化了,大量的图像细节损失了,所以,对于高信噪比的图像,本文整体复原效果比维纳复原结果差,但是随着图像中噪声强度的持续增大,本文算法处理后的图像峰值信噪比衰减幅度明显小于维纳复原方法,尤其对于字符图像这类含有较少细节的图像,则在噪声强度为 150 附近,相应处理结果就优于维纳复原方法。综合上述实验结果及分析,本文算法更加适合恢复被强噪声所污染的图像。

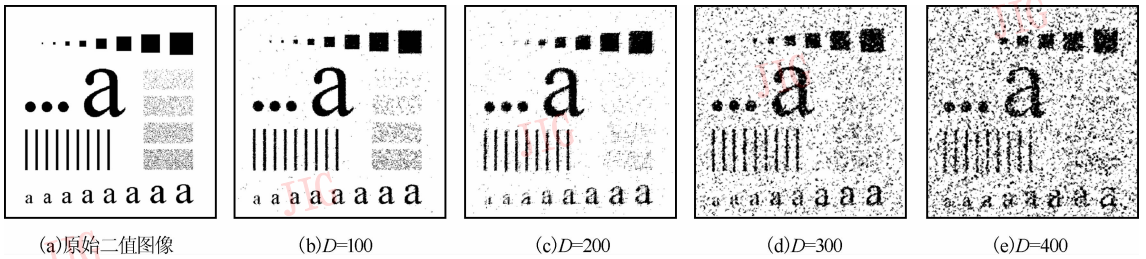


图 6 字符图像在不同噪声强度下的维纳复原结果

Fig. 6 Character images under noises of various intensities restored with Wiener filter

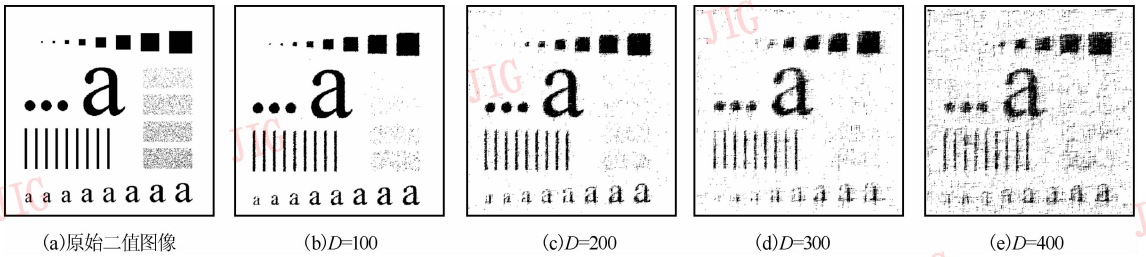


图 7 字符图像在不同噪声强度下的本文算法复原结果

Fig. 7 Character images under noises of various intensities restored with the method presented in the paper

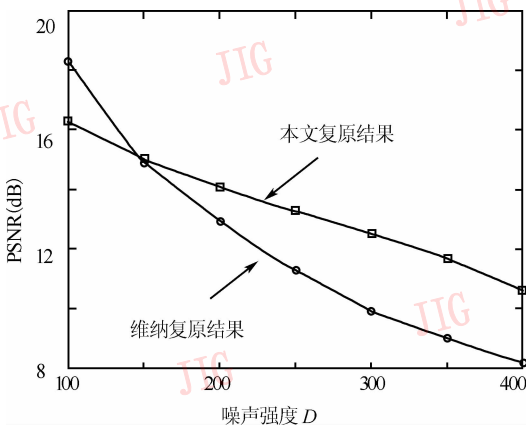


图 8 复原图像的峰值信噪比与图像噪声强度关系图

Fig. 8 Curves denoting the relationship between PSNR and noise intensity

### 5 结 论

根据随机共振能够借助噪声增强信号的特点,本文以双稳态系统作为非线性信号处理器进行图像复原处理,借助互信息熵选取系统参数使系统获得良好的输出性能,另外,针对图像是 2 维信号的特点,设计了相应的判别规则,在此基础上实现了二值图像的复原,并且取得了较为满意的结果,实验结果表明,随机共振复原技术对噪声强度变化鲁棒性好的特点,适合复原受强噪声污染的图像。下一步的工作将针对图像中边缘细节部分复原比较差这一问题,进行进一步的研究以改进复原结果。

## 参考文献 (References)

- 1 Angelopoulos G, Pitas I. Multichannel wiener filters in color image restoration[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 1994, **4**(1):83 ~ 87.
- 2 Belge Murat, Misha, Kilmer E, *et al.* Wavelet domain image restoration with adaptive edge-preserving regularization [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, **9**(4):597 ~ 608.
- 3 Figueiredo Mario A T, Leitao Jose M N. Unsupervised image restoration and edge location using compound gauss-markov random fields and the MDL principle [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, **6**(8):1089 ~ 1102.
- 4 Benzi R, Sutera A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance[J]. Journal of Physics A, 1981, **14**(11):453 ~ 457.
- 5 Liu Yong, Bao Rong-hao, Duan Fa-bing. Study of parameter-induced stochastic resonance and signal processing: Application in Based quaternary PAM signals transmission [J]. Journal of Zhejiang University(Engineering Science), 2005, **39**(8):1260 ~ 1264. [刘勇, 鲍荣浩, 段法兵. 参数调节随机共振与信号处理的研究——在四进制基带 PAM 信号传输中的应用[J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, **39**(8):1260 ~ 1264.]
- 6 Yang Xiang-long, Jiang Bo, Wu Wei-lin, *et al.* Application of adaptive stochastic resonance in actual engineering signal detection [J]. Journal of Circuits and Systems, 2003, **8**(2):104 ~ 107. [杨祥龙, 江波, 吴为麟等. 工程信号测量中的自适应随机共振应用[J]. 电路与系统学报. 2003, **8**(2):104 ~ 107.]
- 7 Ye Qing-hua, Huang Hai-ning, Zhang Chun-hua. Image enhancement using stochastic resonance [A]. In: Proceedings of International Conference on Image Processing[C], Singapore, 2004: 263 ~ 266.
- 8 MarksII Robert J, Thompson Benjamin, El-Sharkawi Mohamed A, *et al.* Stochastic resonance of a threshold detection: image visualization [A]. In: Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems[C], Scottsdale, Arizona, USA, 2002:521 ~ 523.
- 9 Ando B, Graziani S. Adding noise to improve measurement[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement Magazine, 2001, **4**(1):24 ~ 31.
- 10 Zhu Heng-Jiang, Li Rong, Wen Xiao-Dong. Extracting information signal under noise by stochastic resonance[J]. Acta Physica Sinica, 2003, **52**(10):2404 ~ 2408. [祝恒江, 李蓉, 温孝东. 利用随机共振在强噪声下提取信息信号[J]. 物理学报, 2003, **52**(10):2404 ~ 2408.]
- 11 Xu Bo-hou, Li Jian-long, Zheng Jin-yang. Parameter-induced aperiodic stochastic resonance in the presence of multiplicative noise and additive noise[J]. Physica A, 2004, **343**:156 ~ 166.
- 12 Collins J J, Chow Carson C, Capela Ann C, *et al.* Aperiodic stochastic resonance [J]. Physical Review E, 1996, **54**(5):5575 ~ 5584.