

# 数字图像中基于多尺度几何分析的圆检测算法

冯新岗 周 诠

(西安空间无线电技术研究所国家级重点实验室, 西安 710000)

**摘 要** 特征检测是图像处理 and 模式识别中非常重要的问题,其检测效果直接影响模式识别和分类。基于多尺度几何分析(MGA)的思想,提出了一种圆检测方法—圆特征域上奇异点算法。该算法首先将圆特征曲线变换到圆特征域上,然后在圆特征域上进行小波分析以找出奇异点,奇异点坐标即为待检圆的坐标。该方法克服了 Hough 变换对灰度图像圆检测需要考虑灰度阈值或梯度的限制,可直接对二值图像或灰度图像进行检测。最后分析、比较了该算法与 Hough 算法的不同。

**关键词** 图像 圆特征 多尺度几何分析 检测

中图法分类号: TP301.6 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)05-957-04

## Circle Detection Based on Multiscale Geometric Analysis in Digital Image

FENG Xin-gang, ZHOU Quan

(Xi'an Institute of Space Radio Technology, National Key Laboratory of Space Microwave Technology, Xi'an 710000)

**Abstract** Features detection is an important problem in image processing and pattern recognition, the detection result affects the pattern recognition and classification directly. Based on the idea of multi-scale geometric analysis, this paper introduces a new method to detect circles in digital images. Firstly, circles in images are transformed into circles feature domain. Then wavelet analysis is applied in the domain to detect point singularity. The coordinate of singular point is the coordinate of circle to be detected. Gray threshold or grads will be applied when Hough transform is used for gray image to detect circle. This disadvantage is overcome by the new method, and it is directly used for gray image or binary image to detect multi-circle. Finally, the difference between the new method and Hough transform is analyzed and compared.

**Keywords** image, circle feature, multi-scale geometric analysis, detection

## 1 引 言

特征检测是图像处理和模式识别中首要解决的问题。点、线、面是图像的构成元素这3个基本特征的有效检测,对于模式识别和模式匹配模型的简化具有非常重要的作用。对于点模型(即点奇异性),小波分析具有很强的优势,而对直线目标检测时,则不具有特别优势。直线模型的主要的检测方法有 Hough 变换<sup>[1]</sup>、Radon 变换<sup>[2]</sup>、和 Ridgelet 变换<sup>[3]</sup>,

对于 Radon 变换而言,其不能用于曲线检测;Ridgelet 变换是将直线奇异性转换成点奇异性来检测直线的,也不具备曲线检测的能力。在众多特征曲线中,圆是模式识别中一个重要且基本的检测内容。Hough 方法是目前应用较为广泛的圆检测方法,该方法最大特点是可靠性高,在噪声、变形、甚至部分区域丢失的状态下仍能取得理想的结果,Hough 方法的缺点就是计算量大。目前,Hough 变换已发展出几种改进方法<sup>[4-7]</sup>,但仍存在一些问题。

基金项目:国家重点实验室基金项目(9140C5303020601)

收稿日期:2007-02-13;改回日期:2007-07-23

第一作者简介:冯新岗(1977~),男,西安空间无线电技术研究所博士研究生。主要研究方向为卫星数据传输与处理技术。

E-mail:fxg338@tom.com

当前,由 Ridgelet 引发的多尺度几何分析是一种崭新的曲线奇异性分析工具,本文根据多尺度几何分析(multiscale geometric analysis, MGA)的思想,从特征曲线整体出发,寻找符合特征曲线的所有像素点,提出了一种可以将圆的曲线奇异性转化成点奇异性、再进行小波分析的圆检测算法。

## 2 算法的基本思想

多尺度几何分析是在小波分析、脊波分析基础上形成的一种分析方法,可用来表达图像边缘“稀疏”性。多尺度几何分析的目的是为了检测、表示和处理高维空间数据,这些高维空间的主要特点是其中数据的某些重要特征集中体现于其低维子集中。基于多尺度几何分析思想,本文提出了通过将数字图像中的圆曲线转换到点特征域上,实现低维点稀疏性表达高维曲线目的,在点特征域上通过小波来检测点奇异性以实现圆检测的算法。

设函数  $f(x, y)$  的 Radon 变换为

$$R_f(r, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(r - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \quad (1)$$

式中,  $f(x, y)$  是欧氏空间 2 维连续函数;  $\delta(\cdot)$  是狄拉克函数,  $r$  为半径。

$$r = x \cos \theta + y \sin \theta$$

则基于式(1)的脊波变换为

$$\text{CRT}_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbf{R}} \psi_{a,b}(t) \cdot R_f(r, \theta) dt \quad (2)$$

式中,  $\psi_{a,b}(t) = a^{-\frac{1}{2}} \psi(a(t-b))$ 。这样,由脊波系数  $\text{CRT}_f(a, b, \theta)$  提供的信息就是  $R_f(r, \theta)$  的 1 维小波系数,  $a$  是脊波尺度,  $b$  是脊波位置,  $\theta$  是脊波方向。因此,脊波变换就是 1 维小波变换在函数  $f(x, y)$  的 Radon 域上的变换。由于 Radon 变换可以将直线目标转化为点目标,而小波变换对点目标有着良好的检测能力,所以,脊波可以用来检测直线目标。但对于一般的目标函数,例如图像边缘是图像的不连续性所在,而通常边缘不是直线型的,因此脊波仍不能有效地表示。对一个具有曲线奇异性目标来说,经典的 Radon 变换后(不包括广义的 Radon),奇异性仍旧是一个曲线,而不是一个点,奇异性的小波系数将不是稀疏的,因此脊波系数也不是稀疏的。为了解决曲线奇异性问题, Candes 给出了多尺度脊波分析,而后 Candes 等人又构造了曲波<sup>[8]</sup>。曲波变换是

将曲线无限分割,在所有可能的尺度上进行脊波变换,如果应用曲波变换对圆进行特征检测,将是一件非常复杂的运算。

## 3 圆特征检测算法

图像边缘是方向性很强的奇异性所在,而圆则是各向同性的一种曲线。因此,脊波及其他多尺度几何分析方法不能有效地表示圆奇异性的特点。对于这一问题,本文给出的圆奇异性检测方法如下。

在数字图像中,定义直角坐标系,在此坐标系下圆心在任意坐标点处  $P(x_0, y_0)$  圆的数学表达形式如下:

$$C(x, y, x_0, y_0) = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

则定义圆特征域变换如下:

$$F(r, x_0, y_0) = \iint_{\mathbf{R}} f(x, y) \delta(r^2 - C(x, y, x_0, y_0)) dx dy \quad (3)$$

在圆特征域  $F(r, x_0, y_0)$  上进行小波分析,找出奇异点。

将本文提出的方法用于数字图像圆检测时,步骤如下:

(1)对数字图像进行相应的处理,获取图像边缘;

(2)使用公式(3)对待检测目标图像进行变换,得到圆特征域  $F(r, x_0, y_0)$ ;

(3)在圆特征奇异域上进行小波分析,检测出点奇异目标。

点奇异目标找出之后,也就找到了待检目标的位置及其半径大小。其中对点目标奇异性检测时,可以采用已有的小波处理方法,具体的方法已有很多文献述出,在此就不再赘述。

## 4 实验结果与讨论

根据上述分析,本文分别采用二值图像和灰度图像进行验证:

图 1~图 3 分别是线宽度为 1 个像素的二值图、加噪二值图、灰度图。图 4~图 6 分别是图 1~图 3 用本文提出的方法处理后的结果图,其中横、纵坐标表示图像像素位置,灰度值表示相关值。

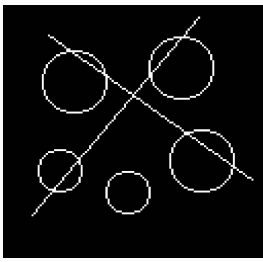


图 1 二值图像(不含噪声)  
Fig. 1 Binary image  
(with no noise)

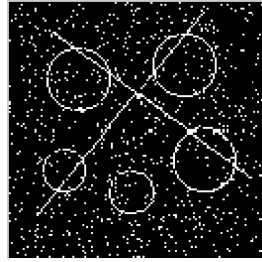


图 2 二值图像(含噪声)  
Fig. 2 Binary image  
(with noise)

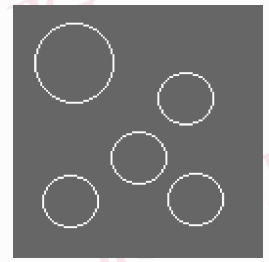


图 3 灰度图像  
Fig. 3 Gray image

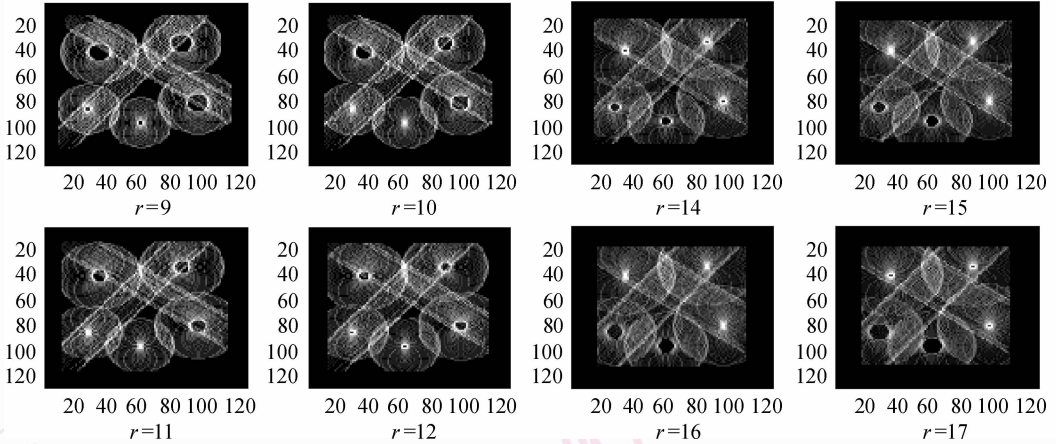


图 4 不含噪声二值图像圆检测结果

Fig. 4 Detected circles in binary image with no noise

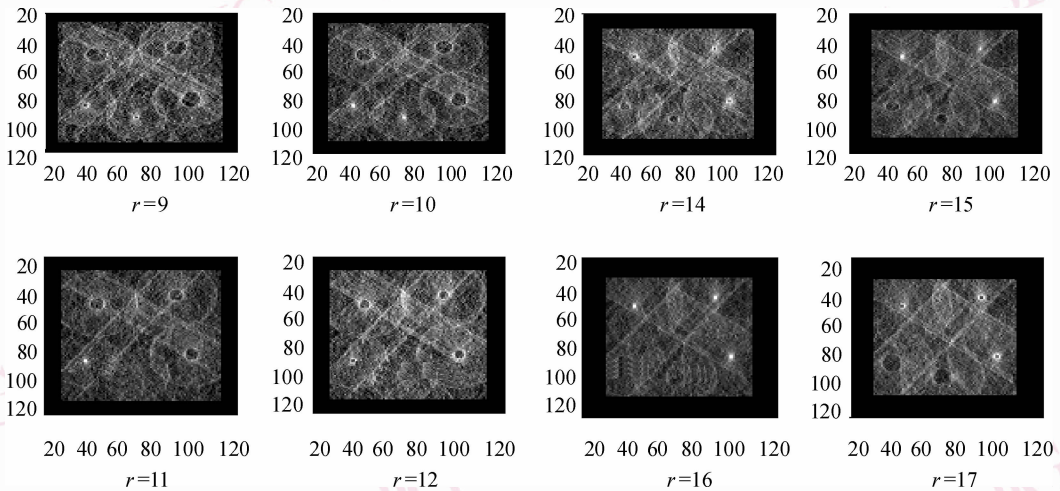


图 5 含噪声二值图像圆检测结果

Fig. 5 Detected circles in binary image added by noise

运用本文提出的算法对图 1 经过计算得到图 4 的结果。从图 4 中可以明显得出,本文提出的方法将圆曲线奇异性转化成了点奇异性,在半径  $r = 11$  时,右下角的两个圆收敛到一个点,虽然在半径  $r =$

10 时也呈现出点奇异性,但与半径  $r = 11$  时相比要暗一些,而在半径不等于 11 时,则没有点奇异性;其余 3 个圆在半径  $r = 16$  时比  $r = 15$  时点奇异性更明显。图 2 是“椒盐”噪声为 0.2 的二值图像,直接对

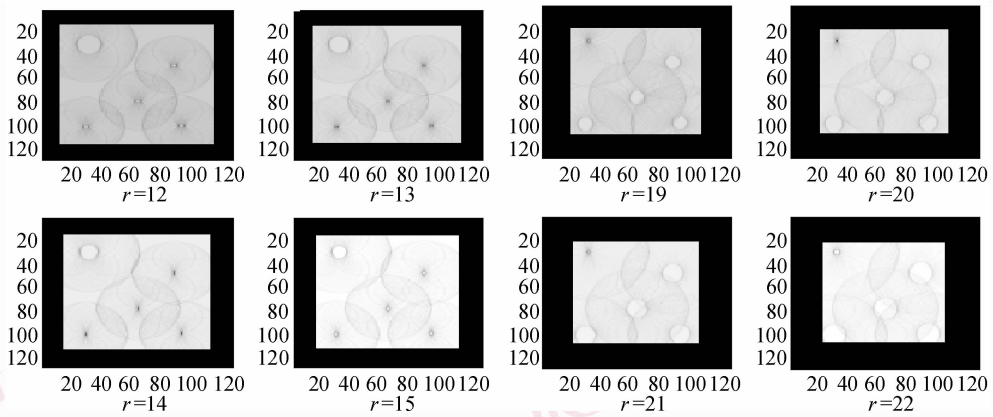


图 6 灰度图像圆仿真检测结果

Fig. 6 Detected circles in gray image

之用本文提出的方法处理,从图 5 的结果中可以看到,仍能很好地将圆奇异转化成点奇异。图 3 是灰度图像,不需要进行二值化处理,只需要得到图像边缘就可以运用本文提出的算法可以直接得到图 6 的结果,将具有灰度的圆曲线奇异性转化成点奇异性。

在进行计算时,可以根据需要定义待检测圆的半径范围,加快检测速度。综合二值图像、灰度图像的处理结果,该算法能有效地将数字图像中的圆转化成点奇异性。

尽管该算法与 Hough 变换都是从目标曲线整体出发,但与 Hough 变换的区别在于:

(1)本算法是采用积分的方法计算整个图像上每一处可能的圆,而 Hough 变换则是计算图像上每一点是否处于某个圆之上,以此累加;

(2)本算法可以应用于已获取图像边缘的灰度图像上,不需要设置阈值,而 Hough 变换用于灰度图像圆检测时,需要设置阈值。

## 5 结 论

本文在多尺度几何分析的基础上,提出了一种新的圆检测方法,通过将图像中的圆曲线奇异性转换为点奇异性来实现。实验验证了该方法不仅可以检测二值图像中的圆特征,而且也可检测灰度图像中的圆特征。圆特征检测可应用于军用或民用领域的图像及图形模式识别等领域,如用于对卫星遥感图像中油库、发射井、圆形建筑物等圆形目标的分类、

识别、检测等处理,也可作为其他图像处理中的预处理手段。

## 参考文献 (References)

- 1 Rafael C Gonzalez, Richard E Woods. Digital Image Processing[M]. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2003. [Rafael C. Gonzalez & Richard E. Woods. 数字图像处理[M]. 北京:电子工业出版社, 2003.]
- 2 Copeland A C, Ravichandran G, Trivedi M M. Localized radon transform based detection of ship wakes in SAR images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1995, **33**(1): 35-45.
- 3 Hou Biao, Liu Fang, Jiao Li-cheng. Line feature detection based on ridgelet transform[J]. Science In China (Series E), 2003, **33**(1): 65-73. [侯彪, 刘芳, 焦李成. 基于脊波变换的直线特征检测[J]. 中国科学 E, 2003, **33**(1): 65-73.]
- 4 Lin Jin-long, Shi Qin-yun. Circle recognition through a point hough transformation[J]. Computer Engineering, 2003, **29**(11): 17-18. [林金龙, 石青云. 用点 Hough 变换实现圆检测的方法[J]. 计算机工程, 2003, **29**(11): 17-18.]
- 5 Shu Zhi-lin, Qi Fei-hu. A novel algorithm for fast circle detection using randomized hough transform[J]. Computer Engineering, 2003, **29**(6): 87-88. [束志林, 戚飞虎. 一种新的随机 Hough 快速圆检测算法[J]. 计算机工程, 2003, **29**(6): 87-88.]
- 6 Chen Teh-chuan, Chung Kuo-liang. An efficient randomized algorithm for detecting circles[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2001, **83**(2): 172-191.
- 7 Davies E R. A modified hough scheme for general circle location[J]. Pattern Recognition Letters, 1988, **7**(1): 37-44.
- 8 Donoho D L, Duncan M R. Digital curvelet transform: strategy, implementation and experiments[A]. In: Proceedings of SPIE[C], San Jose, CA, USA, 2000: 12-30.