

# 基于增强的2维主成分分析的特征提取方法及其在人脸识别中的应用

杨万扣<sup>1)</sup> 吉善兵<sup>2)</sup> 任明武<sup>1)</sup> 杨静宇<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(南京理工大学计算机学院,南京 210094) <sup>2)</sup>(盐城市无线电管理处,盐城 224001)

**摘要** 为了对图像进行最优压缩,提出了两步2维主成分分析方法进行特征提取,称为增强的2维主成分分析。增强的2维主成分分析首先对图像进行行方向的2维主成分分析,再进行列方向的2维主成分分析。增强的2维主成分分析对图像进行了行方向和列方向的压缩,因此增强的2维主成分分析比2维主成分分析需要更少的系数来表示图像,需要更少的存储空间和分类时间。在ORL和FERET人脸库上的实验证明了该方法的有效性。

**关键词** 主成分分析 2维主成分分析 特征提取 人脸识别

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)02-0227-06

## Face Extraction Based on Enhanced 2DPCA and Its Application to Face Recognition

YANG Wan-kou<sup>1)</sup>, JI Shan-bing<sup>2)</sup>, REN Ming-wu<sup>1)</sup>, YANG Jing-yu<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(Computer Science Department, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

<sup>2)</sup>(Yancheng Radio Management Bureau, Yancheng 224001)

**Abstract** In this paper, a two-stage method of image feature extraction, called Enhanced two-dimensional principal component analysis (2DPCA), is proposed in this paper, which uses 2DPCA operated in the row direction and alternative 2DPCA operated in column direction. Enhanced 2DPCA can compress image in row and column direction. Enhanced 2DPCA needs fewer coefficients for image representation than 2DPCA does. The experimental results on the ORL and FERET database show that the Enhanced 2DPCA can work well and surpass two-directional two-dimensional principal component analysis((2D)<sup>2</sup>PCA).

**Keywords** principal component analysis (PCA), two-dimensional principal component analysis (2DPCA), feature extraction, face recognition

## 1 引言

人脸图像是一种复杂、多变、高维的模式。尽管人们识别熟悉的人脸是容易的,对机器来说如何准确地识别出人脸仍是一件困难的事情。然而,由于

人脸识别在身份验证、安全系统等方面具有广泛的用途,这一问题吸引了众多的研究者,使其成为计算机视觉和模式识别中一个重要的研究领域<sup>[1-2]</sup>。在基于主成分分析(PCA)<sup>[3-5]</sup>的人脸识别中,先将图像矩阵转化成图像向量。由于图像向量维数非常高,这给随后的特征提取造成很大的困难。在高维

基金项目:国家自然科学基金重点项目(60632050);国家自然科学基金项目(60503026,60473039);国家高技术研究发展计划(863)项目(2006AA01Z119);江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(CX07B\_118z)

收稿日期:2007-09-24;改回日期:2007-11-24

第一作者简介:杨万扣(1979~),男。南京理工大学模式识别与智能系统专业博士研究生。主要研究方向为模式识别、机器视觉等。

E-mail:youngwankou@yeah.net

的图像向量上进行线性鉴别分析不仅会耗费大量的时间,由于样本数小,在高维的向量空间里精确计算样本协方差矩阵是困难的;而且将矩阵转化为向量,往往丢失图像本身所蕴含的结构性信息。

针对这一问题,文献[6]~[8]提出了2维主成分分析(2DPCA),其基本思想是利用图像矩阵直接构造图像散布矩阵,并在此基础上进行鉴别分析。2DPCA相对于PCA有以下两个优点:(1)计算散布矩阵更容易更准确,(2)计算相应本征向量的速度更快<sup>[8]</sup>。

但是2DPCA比PCA需要更多的系数来表示图像,因而需要更多的时间进行分类。文献[9]证明了2DPCA等价于基于行的PCA。因此,2DPCA仅在行方向对原始图像进行了压缩,所以比PCA需要更多的系数来表示图像。提出了增强的2维主成分分析,不仅对图像进行了行方向的压缩,还进行了列方向的压缩。

## 2 相关知识

### 2.1 2DPCA

设 $\mathbf{u}$ 表示 $n$ 维单位化的列向量, $\mathbf{A}$ 为 $m \times n$ 的图像矩阵。 $\mathbf{A}$ 投影到 $\mathbf{u}$ 上

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{u} \quad (1)$$

于是得到一个 $m$ 维列投影向量 $\mathbf{y}$ ,称之为图像 $\mathbf{A}$ 的投影特征向量。

为了得到一个最优投影轴,可以使用投影向量的总的散布矩阵,即投影特征向量的散布矩阵的迹。所以标准函数就是

$$J(\mathbf{u}) = \text{tr}(\mathbf{S}_u) \quad (2)$$

$\mathbf{S}_u$ 是投影特征向量的散布矩阵,记为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_u &= E(\mathbf{y} - E\mathbf{y})(\mathbf{y} - E\mathbf{y})^T \\ &= E[\mathbf{A}\mathbf{u} - E(\mathbf{A}\mathbf{u})][\mathbf{A}\mathbf{u} - E(\mathbf{A}\mathbf{u})]^T \\ &= E[(\mathbf{A} - E\mathbf{A})\mathbf{u}][(\mathbf{A} - E\mathbf{A})\mathbf{u}]^T \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $E$ 表示计算期望,因此,

$$\begin{aligned} J(\mathbf{u}) &= \text{tr}(\mathbf{S}_u) \\ &= \mathbf{u}^T [E(\mathbf{A} - E\mathbf{A})^T(\mathbf{A} - E\mathbf{A})]\mathbf{u} \end{aligned} \quad (4)$$

定义

$$\mathbf{G} = E[(\mathbf{A} - E\mathbf{A})^T(\mathbf{A} - E\mathbf{A})] \quad (5)$$

$\mathbf{G}$ 称为图像散布矩阵。

设有 $M$ 个 $m \times n$ 训练图像 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_M$ ,所有图像的均值图像为 $\bar{\mathbf{A}}$ 。式(5)成为

$$\mathbf{G} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (\mathbf{A}_j - \bar{\mathbf{A}})^T (\mathbf{A}_j - \bar{\mathbf{A}}) \quad (6)$$

不失一般性,可以先将所有的图像中心化,即所有的图像具有零均值矩阵,即 $\bar{\mathbf{A}} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{A}_j = \mathbf{0}$ 。 $m \times n$ 。式(6)变为

$$\mathbf{G} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{A}_j^T \mathbf{A}_j \quad (7)$$

式(2)就变为

$$J(\mathbf{u}) = \mathbf{u}^T \mathbf{G} \mathbf{u} \quad (8)$$

最大化该准则函数的单位向量 $\mathbf{x}$ 称为最优投影向量,其物理意义是,图像矩阵在 $\mathbf{u}$ 上投影后得到的特征向量的分散程度最大。事实上,该最优投影向量为图像总体散布矩阵 $\mathbf{G}$ 的最大特征所对应的单位特征向量。

一般说来,在样本类别数较多的情况下,单一的最优投影方向是不够的,需要找一组满足标准正交条件且极大化准则函数(如式(2))的最优投影向量 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_p$ 。最优投影向量组 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_p$ 可取为 $\mathbf{G}$ 的 $p$ 个最大特征值所对应的标准正交的特征向量。令 $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_p]$ , $\mathbf{U}$ 称为最优投影矩阵。2DPCA特征提取过程为 $\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{U}$ , $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_p]$ 。

假设训练图像已经进行了中心化处理,即 $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{0}$ 。 $m \times n$ ,令 $\mathbf{A}_i = [(\mathbf{A}_i^1)^T, (\mathbf{A}_i^2)^T, \dots, (\mathbf{A}_i^m)^T]^T$ ,式(7)变为

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (\mathbf{A}_j - \bar{\mathbf{A}})(\mathbf{A}_j - \bar{\mathbf{A}})^T \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^m (\mathbf{A}_i^j)^T (\mathbf{A}_i^j) \end{aligned} \quad (9)$$

显然, $\mathbf{G}$ 是图像所有行向量 $\mathbf{A}_i^j$ ( $i=1, 2, \dots, M$ ;  $j=1, 2, \dots, m$ 表示第 $i$ 幅图像的第 $j$ 行)的总体散度矩阵。因此,如果把图像每一行当作一个训练图像向量, $\mathbf{G}$ 就是总体散度矩阵。因此2DPCA等价于基于行的PCA<sup>[9]</sup>。

### 2.2 双向PCA((2D)<sup>2</sup>PCA)

正如2.1所述,2DPCA等价于基于行的PCA,即2DPCA在对图像中心化后,等价于把图像的每一行看作一个样本,然后对所有样本进行PCA变换提取特征。同样地,在图像中心化之后,可以把图像的每一列看作一个样本,然后对有样本执行PCA变换

提取特征,这种方法称为可选的2DPCA。所以2DPCA仅对图像进行了图像行方向的压缩,可选的2DPCA仅对图像进行了列方向的压缩,所以2DPCA和可选的2DPCA比PCA需要更多系数来表示图像。为了对图像进行行方向和列方向的同时压缩,张等人提出了双向PCA((2D)<sup>2</sup>PCA)<sup>[10]</sup>,对图像同时执行2DPCA变换和可选的2DPCA变换。

可选的2DPCA的图像散布矩阵定义为

$$C = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (A_j - \bar{A})(A_j - \bar{A})^T \quad (10)$$

不失一般性,可以先将所有的图像中心化,即所有的图像具有零均值矩阵,即 $\bar{A} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M A_j = (\mathbf{0})_{m \times n}$ 。式(6)变为

$$C = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M A_j A_j^T \quad (11)$$

$C$ 的前 $q$ 个最大特征值对应的特征向量 $V = [v_1, v_2, \dots, v_q]$ 就是可选的2DPCA的最优投影矩阵。

假设已经得到2DPCA变换的最优投影矩阵 $U$ 和可选的2DPCA变换的最优投影矩阵 $V$ ,将图像同时向这两个投影矩阵投影就是(2D)<sup>2</sup>PCA变换,即

$$Z = V^T A U \quad (12)$$

$Z$ 为一个 $q \times p$ 的矩阵,称之为(2D)<sup>2</sup>PCA变换得到的图像表示系数矩阵。

### 3 增强的2维主成分分析

#### 3.1 原理

从2.1节,可知道2DPCA等价于基于行的PCA,2DPCA仅对原图像进行了行方向的压缩。因此,2DPCA比PCA需要更多的表示系数,导致2DPCA比PCA需要更多的时间进行分类。虽然(2D)<sup>2</sup>PCA能对原始图像进行行和列方向的压缩,但是两个投影矩阵之间关联没有理论基础,仅是强行叠加在一起进行投影变换。

本文提出了一个新的能克服2DPCA缺点的特征提取方法,称之为增强的2DPCA,并给出其理论基础。增强的2DPCA的基本思想是:采用2DPCA和可选的2DPCA相结合策略:第1次对图像执行2DPCA变换,第2次对2DPCA变换得到的特征矩阵执行可选的2DPCA变换得到最终的特征(可选的2DPCA变换,等价于将图像转置之后进行2DPCA

变换)。具体地,对1幅图像 $A$ ,进行2DPCA变换之后,等到它的特征矩阵 $Y$ ,然后对 $Y$ 进行可选的2DPCA变换得到投影矩阵 $V$ ,将 $Y^T$ 投影到 $V$ 得到第2次2DPCA的特征矩阵 $Z(Z^T = Y^T V \Rightarrow Z = V^T Y)$ 。

整个过程中,第1次2DPCA变换 $Y = AU$ 对原始图像进行了行方向的压缩,第2次2DPCA变换 $Z = V^T Y$ 对原始图像进行了列方向的压缩。

现在详细描述增强的2维主成分分析的理论过程。在进行第1次2DPCA变换之后,可得到图像 $A$ 的特征矩阵 $Y$ ,构造新的特征图像的总散度矩阵:

$$C = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (Y_j - \bar{Y})(Y_j - \bar{Y})^T \quad (13)$$

式中, $Y_j = A_j X$ ,  $\bar{Y} = \bar{A} X$ 。

容易证明 $C$ 是 $m \times m$ 矩阵。假设 $v_1, v_2, \dots, v_q$ 是 $C$ 相应的最大 $q$ 个特征值对应的特征向量。 $V = [v_1, v_2, \dots, v_q]$ ,得到可选的2DPCA变换的特征矩阵 $Z^T = Y^T V$ ,即

$$Z = V^T Y = V^T A U \quad (14)$$

最后得到特征矩阵 $Z$ 大小为 $q \times p$ ,维数要比2DPCA得到的特征矩阵小得多。最后 $Z$ 转化为 $pq$ 的向量进行识别。图1说明了增强的2DPCA特征提取流程。

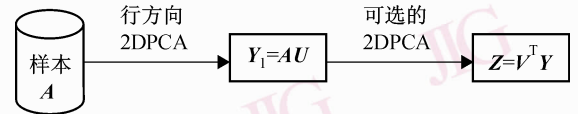


图1 增强的2DPCA特征提取过程

Fig. 1 Illustration of feature extraction procedure of enhanced 2DPCA

#### 3.2 增强的2DPCA同(2D)<sup>2</sup>PCA的区别

增强的2DPCA和(2D)<sup>2</sup>PCA有相同的特征提取形式,但是两者投影矩阵的理论基础不同。(2D)<sup>2</sup>PCA的投影矩阵 $U$ 是原始图像进行2DPCA变换得到的投影矩阵, $V$ 是原始图像进行可选的2DPCA变换得到的投影矩阵, $U$ 和 $V$ 之间没有理论关联,两者仅强行合在一起做特征提取。增强的2DPCA的投影矩阵 $U$ 是原始图像进行2DPCA变换得到的投影矩阵, $V$ 是对第1次2DPCA变换之后的特征矩阵做可选的2DPCA变换得到的投影矩阵,故 $U$ 和 $V$ 之间在理论上是相关的。所以增强的2DPCA变换能对图像进行最优压缩,在理论上优于(2D)<sup>2</sup>PCA。

### 3.3 图像重构

在增强的 2 维主成分分析方法中,能用提取到的特征矩阵和投影空间重构原始图像。

对于一幅给定的图像  $A$ ,其增强的 2DPCA 特征为矩阵  $Z$ ,投影空间分别为  $U = [u_1, u_2, \dots, u_p]$ ,  $V = [v_1, v_2, \dots, v_q]$ ,有  $Z = V^T Y = V^T A U$ 。

因为  $u_1, u_2, \dots, u_p$  和  $v_1, v_2, \dots, v_q$  分别构成正交空间,所以可以按下式重构  $A$ ,即

$$\tilde{A} = V Z U^T = \sum_{i=1, j=1}^{i=q, j=p} v_i z_{ij} u_j^T \quad (15)$$

### 3.4 图像识别

按照通过 3.1 节的特征抽取过程,每个图像矩阵  $A$  对应一个特征矩阵  $Z$ ,再把特征矩阵  $Z$  向量化得到特征向量  $ZZ$ 。对此特征向量  $ZZ$  可以利用最小距离分类器进行分类。假设有训练样本  $A_1$ ,

$A_2, \dots, A_M$  ( $M$  是训练样本总数),相应的特征向量分别为  $ZZ_1, ZZ_2, \dots, ZZ_M$ 。对一个测试样本  $A$ ,如果  $d(ZZ, ZZ_i) = \min_j d(ZZ, ZZ_j)$ ,并且  $A_j \in w_k$  ( $w_k$  表示第  $k$  类),那么  $A \in w_k$ 。

## 4 实验

### 4.1 实验 1

ORL 人脸数据库由 40 个人的脸部图像组成,每人由不同的 10 幅图像所构成,人脸图像原始维数为  $112 \times 92$ ,其中有些图像拍摄于不同的时期;人脸脸部表情与脸部细节均有变化,如笑或不笑、眼睛睁着或闭着、戴或不戴眼镜;人脸姿态有变化,深度旋转与平面旋转可达到 20 度,人脸尺度也有 10% 的变化。部分人脸图像如图 2 所示。



图 2 ORL 人脸库中一个人的 10 幅图像

Fig. 2 Ten images of one person in ORL

在实验中,所有图像维数降为  $56 \times 46$ 。所有的训练样本集和测试样本集均随机产生,循环 10 次测得实验结果。其中 4 个训练样本的具体比较结果如表 1 所示。实验中比较了 PCA<sup>[3]</sup>, 2DPCA<sup>[8]</sup>, Fisherfaces<sup>[5]</sup>, 线性鉴别分析(LDA), 独立成分分析(ICA)<sup>[11]</sup>,  $(2D)^2PCA$ <sup>[10]</sup> 和本文提出的方法。实验中 PCA 提取 94 个特征, 2DPCA 提取  $56 \times 4$  个特征,  $(2D)^2PCA$  和增强的 2DPCA 的  $p=4, q=10$ 。在相近压缩比例下,部分重构图像如图 3 所示。不同训练样本数目下,识别率如图 4 所示(实验环境是

CPU: P4 2.4 G, RAM: 2 G Matlab 7.1)。

从表 1 可以看出,增强的 2DPCA 有最好的识别率和最少的平均消耗时间。由于增强的 2DPCA 先对图像在行方向进行了压缩,接着又在列方向进行了压缩,故比 2DPCA 大大减少了提取到的特征的维数,同时也缩短了识别时消耗的时间。增强的 2DPCA 和  $(2D)^2PCA$  在计算投影矩阵  $U$  有相同的计算量;增强的 2DPCA 在计算投影矩阵  $V$  上的计算量则小于  $(2D)^2PCA$ 。增强的 2DPCA 的投影矩阵  $V$  是通过计算  $m \times p$  的特征图像集的散布矩阵的特征向量得到的,  $(2D)^2PCA$  的投影矩阵  $V$  是通过计算  $m \times n$  ( $p < n$ ) 的图像集的散布矩阵的特征向量得到的。所以在计算投影矩阵时,增强的 2DPCA 消耗时间要小于  $(2D)^2PCA$ 。从图 3 中的部分重构图像中可以发现,在相近压缩比下,增强的 2DPCA 和  $(2D)^2PCA$  的重构效果相似,都明显好于 2DPCA,说明增强的 2DPCA 用很少的系数对原始图像已经有好的重构能力了。图 4 中不同的训练样本数目下的识别率比较发现,增强的 2DPCA 有稳定的识别性能,并且明显优于其他方法。

表 1 识别性能比较 ( $s=4$ )

Tab. 1 Total recognition performance ( $s=4$ )

方法	平均识别率	识别率均方差	平均训练时间(s)	平均测试时间(s)	平均整体时间(s)
PCA	0.940 8	0.037 8	6.050 0	2.485 9	4.267 9
2DPCA	0.930 0	0.023 4	0.885 9	2.495 4	1.690 6
LDA	0.914 2	0.017 8	66.832 6	2.325 1	34.578 8
ICA	0.913 3	0.014 0	66.209 4	2.492 2	34.350 8
$(2D)^2PCA$	0.938 8	0.019 0	0.954 2	2.404 8	1.679 5
本文方法	0.951 3	0.020 8	0.926 6	2.395 3	1.660 9

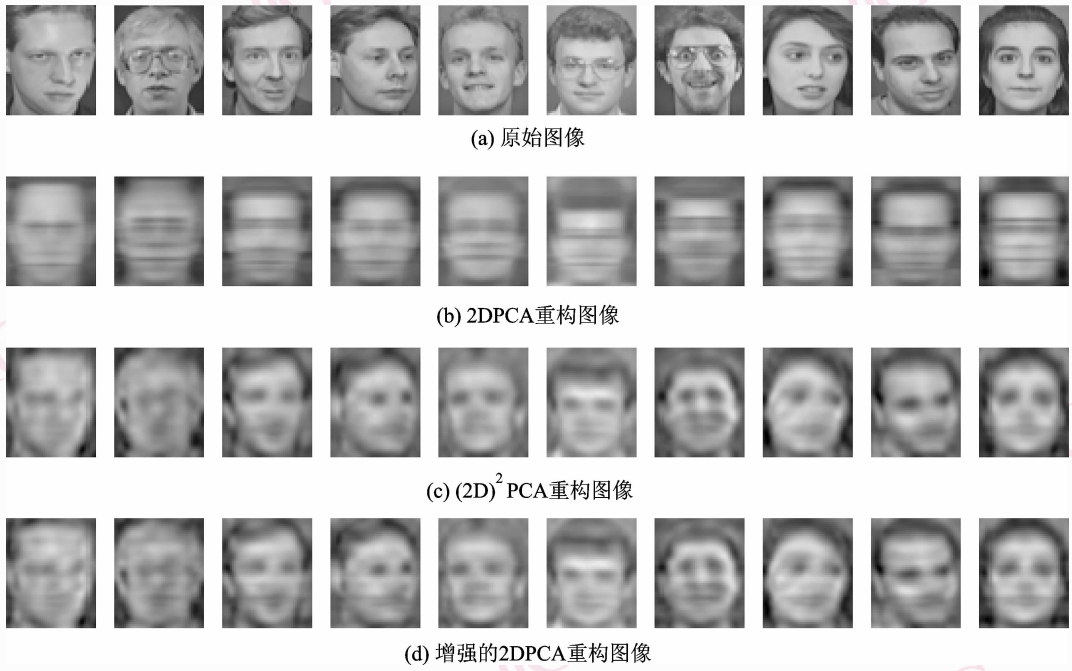


图 3 部分重构图像  
Fig. 3 Some reconstructed images

#### 4.2 实验 2

实验 2 在 FERET 人脸库上进行。本文采用了其中部分的人脸图像,共 200 人,每人由 7 幅图像构成,并且对原始 FERET 库的人脸图像做预处理,只保留相应图像中的人脸部分。处理后的人脸图像归一化为  $40 \times 40$  的形式,图 5 显示了该人脸库中的部分人脸图像。

实验中,用前 5 幅图像训练,后 2 幅图像测试,分类器采用最近邻(余弦距离)分类器,最终的识别结果和相应的维数如表 2 所示。由表 2 可以看出,本文提出的增强的 2DPCA 方法明显优于其他方法。

图 4 不同训练样本数目下的识别率比较

Fig. 4 Recognition rate comparison



图 5 FERET 人脸库中一个人的 7 幅图像  
Fig. 5 Seven images of one person in FERET

表 2 在 FERET 人脸库上识别效果

Tab. 2 Recognition rate on FERET database

方法	PCA	2DPCA	(2D) <sup>2</sup> PCA	本文方法
识别率	0.390 0	0.765 2	0.765 0	0.772 5
维数	86	40 × 8	16 × 12	16 × 12

## 5 结 论

2 维主成分分析仅对图像在行方向进行了压缩,因此 2 维主成分分析要比主成分分析需要更多的系数来表示图像,在分类时需要多的时间。本文提出了增强的 2 维主成分分析,对图像在行方向和列方向进行了压缩,因此表示图像时需要更少的系数。在 ORL 和 FERET 人脸库上的实验证明了增强的 2DPCA 方法是有效的。

### 参考文献 (References)

- 1 Zhao W, Chellappa R, Rosenfel A, *et al.*, Face recognition: A literature survey [J]. ACM Computing, 2003, **35**(4): 399-458.
- 2 Li Wu-jun, Wang Chong-jun, Zhang Wei, *et al.* A survey of face recognition [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2006, **19**(1): 58-66. [李武军, 王崇俊, 张炜等. 人脸识别综述 [J]. 模式识别与人工智能, 2006, **19**(1): 58-66.]
- 3 Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition [J]. Journal of Cognitive Neuroscience, 1991, **3**(1): 71-86.

- 4 Swets D L, Weng J. Using discriminant eigenfeatures for image retrieval [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, **18**(8): 831-836.
- 5 Belhumeur V, Hespanha J, Kriegman D. Eigenfaces vs Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, **19**(7): 711-720.
- 6 Liu Ke, Cheng Yong-qing, Yang Jing-yu. An efficient algorithm for Foley-Sammon optimal set of discriminant vectors by algebraic method [J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1992, **6**(5): 817-829.
- 7 Yang Jian, Yang Jing-Yu. Uncorrelated image projection discriminant analysis and face recognition [J]. Journal of Computer Research and Development, 2003, **40**(3): 447-452. [杨健, 杨静宇. 统计不相关性的图像投影鉴别分析及人脸识别 [J]. 计算机研究与发展, 2003, **40**(3): 447-452.]
- 8 Yang Jian, Zhang David, Yang Jing-yu. Two-dimensional PCA: A new approach to appearance-based face representation and recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, **26**(1): 131-137.
- 9 Wang Li-wei, Wang Xiao, Zhang Xue-rong, *et al.* The equivalence of two-dimensional PCA to line-based PCA [J]. Pattern Recognition Letters, 2005, **26**(1): 57-60.
- 10 Zhang Dao-qiang, Zhou Zhi-hua. (2D)<sup>2</sup>PCA: 2-Directional 2-Dimensional PCA for Efficient Face [J]. Representation and Recognition. Neurocomputing, 2005, **69**(1-3): 224-231.
- 11 Yuen P C, Lai J H. Face representation using independent component analysis [J]. Pattern Recognition, 2002, **35**(6): 1247-1257.