

# 双目视觉测量系统的标定及 3 维测量

夏 艳 苏 中 吴细宝

(北京信息工程学院信息与通信工程系, 北京 100101)

**摘 要** 针对结构光形位公差视觉测量系统, 提出了一阶径向畸变的摄像机成像模型和标定方法, 并对传统的直接线性变换 (DLT 变换) 标定算法做了些改进。即先针对没有畸变的线性模型, 利用传统的标定算法, 解线性超定方程组求解摄像机的全部参数, 再针对引入一阶径向畸变的成像模型, 以线性模型的参数为初值, 通过非线性迭代优化摄像机的图像中心, 等效焦距, 倾斜因子, 畸变系数等内部参数。实验结果表明, 该方法无需预标定, 精度适中, 是相对简单实用的标定方法。

**关键词** 计算机视觉 3 维测量 摄像机标定

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2008)07-1298-05

## Calibration of Binocular Vision System and Its Application in 3D Measurement

XIA Yan, SU Zhong, WU Xi-bao

(Department of Information and Communication Engineering, Beijing Information Technology Institute, Beijing 100101)

**Abstract** A camera imaging model with radial distortion, used for a structured-light vision system to measure geometric tolerance, is introduced in this paper, together with an improved calibration of Direct Linear Transformation (DLT). First, with traditional calibration technique used on linear model, all the parameters can be worked out through solving super-linear equations; second, with the results of first step as initial value, the inner parameters, such as Center Of Image, Equivalent Foci, Slope Factor, Coefficient Of Distortion, can be worked out through non-linear iteration. Pre-calibration is not necessary in calibration with this method. The method performs with suitable accuracy, and is proved to be simple and practical.

**Keywords** computer vision, 3D measurement, camera calibration

## 1 引 言

摄像机的标定是指建立摄像机图像像素位置与实际场景点位置之间的关系, 其途径是根据摄像机模型, 由已知特征点的图像坐标和对应的实际 3 维坐标求解摄像机的模型参数。摄像机需要标定的参数分为内部参数和外部参数<sup>[1]</sup>。其中内部参数只与摄像机内部结构有关, 反映了成像模型中的透视投影关系<sup>[2]</sup>; 外部参数则反映摄像机坐标系和标定

参照物坐标系的相对位置。

Tsai 等人给出了一种基于径向约束 (RAC) 的两步法<sup>[1,3,4]</sup>, 该方法对于畸变模型可以保证很高的精度, 然而需要对图像中心等参数进行预标定, 过程复杂。直接线性变换法由于没有引入畸变, 精度有所欠缺, 但速度很快。本文借鉴 Tsai 等人的两步法等人设计思想对传统线性标定法作了些改进, 即先通过线性方法求解摄像机全部参数, 再用非线性方法优化内部参数。

项目基金: 北京市教委科技发展计划项目 (KM200510772012)

收稿日期: 2006-12-06; 改回日期: 2007-03-21

第一作者简介: 夏 艳 (1983 ~ ), 女。2005 年毕业于北京信息工程学院, 现为北京信息工程学院智能科学研究所读硕士研究生。主要研究方向为计算机视觉测量。E-mail: xiadaisy@mail.bti.edu.cn

## 2 摄像机成像模型

### 2.1 针孔成像模型

摄像机通过成像透镜将 3 维场景投影到摄像机的 2 维像平面上,这个投影可用成像变换描述,即成像模型。在不考虑畸变的情况下,一般采用针孔成像模型,也称为线性模型。

在针孔模型中,某空间点  $P$  在摄像机坐标系中的坐标  $(X_c, Y_c, Z_c)$  与其在 CCD 靶面上的图像点  $p$  的像素坐标  $(u, v)$  的关系如图 1<sup>[2]</sup> 所示:

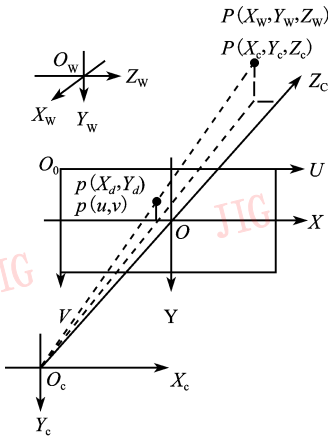


图 1 针孔模型

Fig. 1 Pin-hole Model

其中,  $O_0UV$  是以像素为单位的图像坐标系;  $O_cX_cY_cZ_c$  是以摄像机透镜光心为原点,以光轴为  $Z_c$  轴,  $X_c, Y_c$  轴分别平行于  $U, V$  轴的摄像机坐标系;  $XOY$  是 CCD 靶面的物理坐标系(以实际尺寸为单位的),它的原点是光轴与成像平面的交点,也称图像主点,  $X, Y$  轴分别平行与  $U, V$  轴;  $O_wX_wY_wZ_w$  是标定参照物所确定的坐标系,又称世界坐标系。

像点  $p$  在图像物理坐标系和像素坐标系下的坐标分别为  $(X_d, Y_d)$  和  $(u, v)$ 。设实际感光单元的边长分别为  $D_x, D_y$ , 两边夹角为  $\theta$ , 图像主点的像素坐标为  $(u_0, v_0)$ , 则存在以下关系:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/D_x & -\text{ctg } \theta/D_x & u_0 \\ 0 & \text{csc } \theta/D_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \\ 1 \end{bmatrix}$$

设物点  $P$  在摄像机坐标系下的坐标是  $(X_c, Y_c, Z_c)$ , 根据相似三角形原理有:

$$\frac{X_c}{x_d} = \frac{Y_c}{y_d} = \frac{Z_c}{f}$$

联立可得

$$\begin{aligned} Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1/D_x & -\text{ctg } \theta/D_x & u_0 \\ 0 & \text{csc } \theta/D_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} f_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中,  $f_x, f_y$  分别定义为  $X, Y$  轴向的等效焦距;  $s$  定义为成像平面倾斜因子,  $(u_0, v_0)$  是图像主点。

设物点  $P$  在世界坐标系下坐标  $(X_w, Y_w, Z_w)$ , 由坐标变换得

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中,  $\mathbf{R}, \mathbf{t}$  分别为从世界坐标系转换到摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量。  $\mathbf{0} = [0, 0, 0]$ 。

至此得出针孔模型表达式:

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

### 2.2 径向畸变

摄像机的光学系统由透镜组成, 一般会存在畸变。在畸变中又以径向畸变为主。畸变分为桶状畸变和枕状畸变。无论是哪种畸变, 畸变后的像点总是在主点和理想图像点的连线上。如图 2 所示:

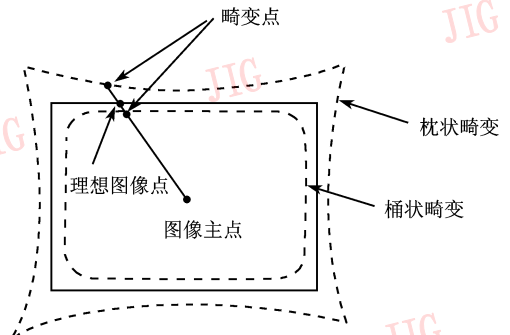


图 2 径向畸变

Fig. 2 Radial distortion

设  $(x, y)$  为不存在畸变时空间点的理想投影点,  $(\hat{x}, \hat{y})$  为存在畸变时的实际投影点

$$\delta = \sqrt{(\hat{x} - u_0)^2 + (\hat{y} - v_0)^2}$$

$$\begin{aligned} x &= \hat{x}(1 + k_1\delta^2 + k_3\delta^4 \dots) \\ y &= \hat{y}(1 + k_2\delta^2 + k_4\delta^4 \dots) \end{aligned}$$

$k_1, k_2, k_3, k_4$  为畸变系数,  $\delta$  的高次项可以忽略。

综上所述,摄像机的成像模型可表示为

$$\begin{aligned} Z_c \begin{bmatrix} u(1 + k_1\delta^2) \\ v(1 + k_2\delta^2) \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} f_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ m_5 & m_6 & m_7 & m_8 \\ m_9 & m_{10} & m_{11} & m_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\mathbf{M}$  定义为摄像机的投影矩阵。摄像机标定就是求出摄像机的内部参数  $f_x, f_y, u_0, v_0, s, k_1, k_2$ ; 外部参数  $\mathbf{R}, \mathbf{t}$ 。其中

$$\begin{bmatrix} x_{wi} & y_{wi} & z_{wi} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i x_{wi} & -u_i y_{wi} & -u_i z_{wi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_{wi} & y_{wi} & z_{wi} & 1 & -v_i x_{wi} & -v_i y_{wi} & -v_i z_{wi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & m_6 & m_7 & m_8 & m_9 & m_{10} & m_{11} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} u_i m_{12} \\ v_i m_{12} \end{bmatrix}$$

令  $m_{12} = 1$ 。方程组中有 11 个未知数,只要  $n \geq 6$  即可解出  $m_1 \sim m_{11}$ 。一般取方程数目远大于未知数数目,这时需要使用伪逆法求该超定方程得最小二乘解。

伪逆法思路如下:

方程  $\mathbf{Ab} = \mathbf{C}$ ,  $\mathbf{A}$  为  $m \times n$  矩阵 ( $m \gg n$ ),  $\mathbf{b}$  为待求  $n$  维向量,  $\mathbf{C}$  为  $n$  维列向量,有  $\mathbf{b} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}$ 。

解得  $m_1 \sim m_{11}$  后,有

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} f_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t_x \\ r_4 & r_5 & r_6 & t_y \\ r_7 & r_8 & r_9 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} f_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1^T & t_x \\ \gamma_2^T & t_y \\ \gamma_3^T & t_z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \lambda \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1^T & m_4 \\ \mathbf{I}_2^T & m_8 \\ \mathbf{I}_3^T & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

$\mathbf{R}$  为正交旋转矩阵,  $\mathbf{t}$  为平移向量,  $(t_x, t_y, t_z)$  的值为世界坐标系的原点在摄像机坐标系下的坐标。

### 2.3 标定算法

成像模型的求解步骤为:先求解线性方程组得出投影矩阵  $\mathbf{M}$ ,再由投影矩阵元素之间的约束关系分解出内外参数,最后求出畸变系数,优化内参数。

在求解外部参数时,不考虑畸变,即在  $k_1 = 0, k_2 = 0$  的情况下求解线性方程。

当已知  $n$  个点的世界坐标和像素坐标,则可以联立  $2n$  个方程:

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{m_1 x_{wi} + m_2 y_{wi} + m_3 z_{wi} + m_4}{m_9 x_{wi} + m_{10} y_{wi} + m_{11} z_{wi} + m_{12}} \\ v_i &= \frac{m_5 x_{wi} + m_6 y_{wi} + m_7 z_{wi} + m_8}{m_9 x_{wi} + m_{10} y_{wi} + m_{11} z_{wi} + m_{12}} \end{aligned}$$

即

因为求解时设  $m_{12} = 1$ ,所以上式中存在比例因子  $\lambda$ 。

由上式可解出摄像相机的外参数和不带畸变的内参数。由于  $\gamma_1^T, \gamma_2^T, \gamma_3^T$  是相互正交的单位向量,有

$$\begin{aligned} \gamma_3^T &= \frac{\mathbf{I}_3^T}{|\mathbf{I}_3^T|} & t_z &= \frac{1}{|\mathbf{I}_3^T|} \\ v_0 &= \frac{\mathbf{I}_2^T \cdot \gamma_3}{|\mathbf{I}_3^T|} & u_0 &= \frac{\mathbf{I}_1^T \cdot \gamma_3}{|\mathbf{I}_3^T|} \\ f_y &= \frac{\mathbf{I}_3^T \times \gamma_3}{|\mathbf{I}_3^T|} & \gamma_2^T &= \left( \frac{\mathbf{I}_2^T}{|\mathbf{I}_3^T|} - v_0 \gamma_3^T \right) / f_y \\ s &= \frac{\mathbf{I}_1^T \cdot \gamma_2}{|\mathbf{I}_3^T|} & f_x &= \left| \frac{\mathbf{I}_1^T}{|\mathbf{I}_3^T|} - u_0 \gamma_3^T - s \gamma_2^T \right| \\ \gamma_1^T &= \left( \frac{\mathbf{I}_1^T}{|\mathbf{I}_3^T|} - u_0 \gamma_3^T - s \gamma_2^T \right) / f_x \\ t_y &= t_z (m_8 - v_0) / f_y \\ t_x &= (t_z m_4 - u_0 t_z - s t_y) / f_x \end{aligned}$$

这样,全部参数求解完成。带畸变的内部参数可用牛顿迭代法求解优化,迭代初值就用线性计算的结果,  $k_1, k_2$  初值为 0。

### 3 空间点 3 维测量

双目视觉系统是基于视差,由三角原理进行 3 维信息的获取,已知两个摄像机之间的位置关系,便可以获取公共视场内物体的 3 维尺寸及空间特征点 3 维坐标。设空间点  $P$  的世界坐标为  $(X_w, Y_w, Z_w)$ , 在左摄像机的图像坐标为  $(u, v)$ , 在右摄像机的图像坐标为  $(\hat{u}, \hat{v})$ , 则有:

$$Z_c \begin{bmatrix} u(1+k_1\delta^2) \\ v(1+k_2\delta^2) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ m_5 & m_6 & m_7 & m_8 \\ m_9 & m_{10} & m_{11} & m_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{Z}_c \begin{bmatrix} \hat{u}(1+\hat{k}_1\hat{\delta}^2) \\ \hat{v}(1+\hat{k}_2\hat{\delta}^2) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{m}_1 & \hat{m}_2 & \hat{m}_3 & \hat{m}_4 \\ \hat{m}_5 & \hat{m}_6 & \hat{m}_7 & \hat{m}_8 \\ \hat{m}_9 & \hat{m}_{10} & \hat{m}_{11} & \hat{m}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

即

$$\begin{bmatrix} m_1 - u(1+k_1\delta^2)m_9 & m_2 - u(1+k_1\delta^2)m_{10} & m_3 - u(1+k_1\delta^2)m_{11} \\ m_5 - v(1+k_2\delta^2)m_9 & m_6 - v(1+k_2\delta^2)m_{10} & m_7 - v(1+k_2\delta^2)m_{11} \\ \hat{m}_1 - \hat{u}(1+\hat{k}_1\hat{\delta}^2)\hat{m}_9 & \hat{m}_2 - \hat{u}(1+\hat{k}_1\hat{\delta}^2)\hat{m}_{10} & \hat{m}_3 - \hat{u}(1+\hat{k}_1\hat{\delta}^2)\hat{m}_{11} \\ \hat{m}_5 - \hat{v}(1+\hat{k}_2\hat{\delta}^2)\hat{m}_9 & \hat{m}_6 - \hat{v}(1+\hat{k}_2\hat{\delta}^2)\hat{m}_{10} & \hat{m}_7 - \hat{v}(1+\hat{k}_2\hat{\delta}^2)\hat{m}_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(1+k_1\delta^2)m_{12} - m_4 \\ v(1+k_2\delta^2)m_{12} - m_8 \\ \hat{u}(1+\hat{k}_1\hat{\delta}^2)\hat{m}_{12} - \hat{m}_4 \\ \hat{v}(1+\hat{k}_2\hat{\delta}^2)\hat{m}_{12} - \hat{m}_8 \end{bmatrix}$$

4 个方程,3 个未知数,同样可以用伪逆法求解。

### 4 实验

#### 4.1 标定实验

本文使用的标定板是位于两个垂直面的正方形列。选取顶点心作为标定点。所有顶点可以通过 Harris 法提取,精度达亚像素级。一共 120 个点。如图 3 所示。

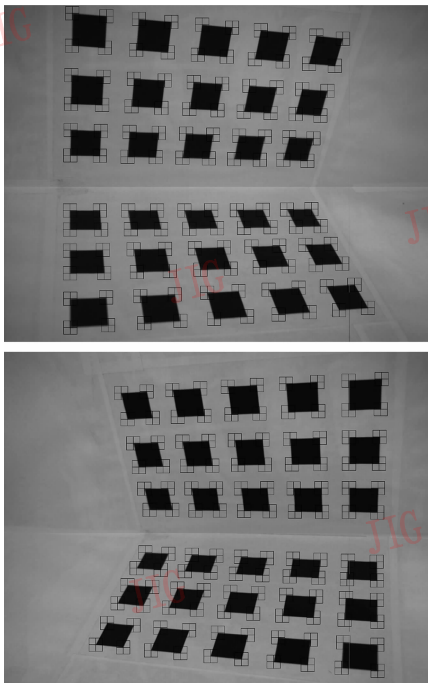


图 3 角点提取示意图

Fig. 3 Collection of corners

实验使用的摄像机为 1 280 × 1 024 像素,镜头焦距 8mm,标定结果如下:

左摄像机参数:

加入畸变前

$$f_x = 1\ 670.923\ 7, f_y = 1\ 675.157\ 5$$

$$s = -2.365\ 9, u_0 = 645.960\ 5, v_0 = 504.071\ 7$$

$$k_1 = 0, k_2 = 0$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.135\ 7 & 0.986\ 6 & 0.090\ 8 \\ 0.563\ 3 & -0.001\ 4 & -0.826\ 3 \\ -0.815\ 0 & 0.163\ 3 & -0.555\ 9 \end{bmatrix}$$

$$t = \begin{bmatrix} -137.528\ 3 \\ 14.800\ 7 \\ 589.804\ 5 \end{bmatrix}$$

加入畸变后:

$$f_x = 1\ 670.861\ 4, f_y = 1\ 675.585\ 3$$

$$s = -2.891\ 3, u_0 = 645.867\ 3, v_0 = 504.202\ 0$$

$$k_1 = -1.322\ 8 \times 10^{-9}, k_2 = 2.216\ 0 \times 10^{-9}$$

右摄像机参数:

加入畸变前

$$s = -1.481\ 9, u_0 = 576.599\ 6, v_0 = 542.517\ 6$$

$$k_1 = 0, k_2 = 0$$

$$R = \begin{bmatrix} -0.154\ 0 & 0.979\ 5 & -0.129\ 3 \\ 0.577\ 4 & -0.017\ 0 & 0.816\ 3 \\ -0.801\ 8 & -0.200\ 4 & -0.563\ 0 \end{bmatrix}$$

$$t = \begin{bmatrix} -127.053\ 8 \\ 11.965\ 8 \\ 622.411\ 2 \end{bmatrix}$$

加入畸变后:

$$f_x = 1\ 673.265\ 9, f_y = 1\ 678.268\ 9$$

$$s = -1.485\ 3, u_0 = 576.480\ 5, v_0 = 542.635\ 8$$

$$k_1 = -2.081\ 5 \times 10^{-9}, k_2 = 1.797\ 7 \times 10^{-9}$$

#### 4.2 实物测量

实验使用激光结构光测量柱体的直径来验证成像模型。如图 4 所示：

使用线型激光投射到圆筒上，激光线被调制成椭圆<sup>[1]</sup>。只要求出该空间椭圆的方程<sup>[2]</sup>，椭圆的短轴长即是圆筒在此处的直径。图中已经描绘了激光线所在的椭圆弧。测量结果如表 1 所示。

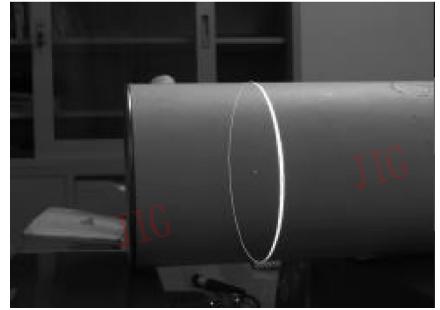


图 4 结构光直径测量示意图

Fig. 4 Diameter measurement with structured-light

表 1 直径测量结果

Tab. 1 The results of the diameter measurement

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
直径测量结果(mm)	101.448 5	101.447 5	101.416 2	101.414 4	101.413 1	101.410 0	101.407 1	101.402 8	101.393 8
均值	101.417								
方差	0.018 815								

## 5 结 论

本文改进传统标定技术，引入了径向畸变，推出了一种通用的摄像机标定的算法，并成功地进行标定实验。从实验条件和结果的整体来看，本方法的主要特点是：引入径向畸变，用非线性迭代优化内外参数，较传统线性模型精度有所提高；不需要进行预标定，过程简单；采用立体圆点阵标定板，克服了平面标定板需不同位置多次拍摄的缺点，用曲线拟合法提取出的特征点圆心，结果稳定准确，可靠性高，并且精度可达亚像素级。整个标定过程速度快，精度适中，可以为计算机视觉非接触 3 维测量打下良好基础。

## 参考文献 (References)

- 1 Zhang Guang-jun. Machine Vision [M]. Beijing: Science Press 2005: 14 ~ 143. [张广军, 机器视觉[M], 北京: 科学出版社, 2005:14 ~ 134.]
- 2 Ma Song-de, Zheng Zhang-you. Computer Vision Theory and Basic Arithmetic [M]. Beijing: Science Press 1998: 52 ~ 60. [马颂德, 张正友. 计算机视觉理论与算法基础 [M], 北京: 科学出版社, 1998:52 ~ 60.]
- 3 Tsai R Y. A versatile camera calibration techniaue for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, RA-3(4): 328 ~ 334.
- 4 Zheng Nan-ning. Computer Vision & Pattern Recognition [M]. Beijing: National Defence Industry Press. 1998: 14 ~ 27. [郑南宁. 计算机视觉与模式识别 [M], 北京: 国防工业出版社, 1998:14 ~ 27.]