

一种基于第2代曲波变换的尺度相关 图像去噪方法

朱 为 李国辉 涂 丹

(国防科技大学信息系统与管理学院,长沙 410073)

摘要 从第2代曲波变换为基础,提出了一种利用尺度相关性进行自适应阈值收缩的图像去噪方法。通过实验比较小波与第2代曲波图像去噪,采用峰值信噪比对去噪结果进行了客观评价,实验结果表明,本文提出的图像去噪方法明显优于小波图像去噪方法,并且相对于单纯的阈值收缩去噪也有很大提高。

关键词 曲波变换 多尺度几何分析 尺度相关性

中图分类号:TP391 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)12-2281-05

A Scale Correlation Image Denoising Method Based on the Second Generation Curvelet Transform

ZHU Wei, LI Guo-hui, TU Dan

(Department of Information System & Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract In this paper, an adaptive thresholding image denoising method with scale correlation based on the second generation Curvelet transform is proposed. Experiments compare image denoising based on Wavelet and the second generation Curvelet transform. PSNR is used to evaluate the results, and the results show that the method based on the second generation Curvelet transform achieves better denoising than wavelet and simple thresholding methods.

Keywords curvelet transform, multiscale geometric analysis, scale correlation

1 引言

在过去十几年中,小波变换由于具有良好的空域和频域的局域性,在图像去噪领域得到了广泛的应用。但是,小波分析的优势在于反映信号的点奇异性,即反映奇异点的位置和特征,而对2维图像中的边缘如各种曲线或直线状特征等更高维的奇异性,小波则难以表达其特征。因此,需要有比小波更优的或者说“更稀疏”的函数表示方法,以充分利用图像的几何特性。Candes和Donoho于1999年提出曲波(Curvelet)变换理论^[1],也就是第1代曲波,该理论由脊波(Ridgelet)理论^[2]衍生而来,在图像的

去噪、增强等领域得到了广泛的应用^[3,4]。曲波变换对图像进行子带分解,对不同尺度的子带图像采用不同大小的分块,使每个分块中的线条都近似直线,再对每一个小块进行脊波分析,因此是一种多级多尺度的脊波变换。但是,第1代曲波的数字实现比较复杂,需要子带分解、平滑分块、正规化和脊波分析等一系列步骤,而且曲波金字塔的分解也带来了巨大的数据冗余量,因此Candes等人又提出了实现更简单、更便于理解的快速离散曲波变换算法FDCT(fast discrete curvelet transforms),即第2代曲波^[5]。

以FDCT变换算法为基础,提出一种利用变换系数尺度相关性的自适应阈值收缩图像去噪方

法。首先对图像进行 FDCT 变换,然后根据不同尺度变换系数间具有的位置相关性在当前尺度上根据父系数信息有选择地进行自适应阈值收缩去噪,最后利用局部中值滤波方法去除由曲波变换系数阈值收缩引起的“划痕”,改善最终图像视觉效果。

2 第 2 代曲波变换理论

第 2 代曲波与第 1 代曲波在构造上已经完全不同,第 1 代曲波的构造思想是通过足够小的分块将曲线近似地当作每个分块中的直线来看待,然后利用局部的脊波分析其特性。而第 2 代曲波和脊波理论并没有关系,实现过程也无需用到脊波。

在连续曲波变换中频率窗 U_j 将频域光滑地分成角度不同的环形,如图 1 所示,阴影部分表示一个标准楔形窗,为连续曲波变换的支撑区间。这种分割并不适合图像的 2 维笛卡儿坐标系,因此,在离散曲波变换中采用同中心的方块区域 \tilde{U}_j 来代替,如图 2 所示,阴影部分表示尺度为 j 且方向为 l 的楔形窗 $\tilde{U}_{j,l}$,为离散曲波变换的支撑区间。笛卡儿坐标系下尺度窗(图 2 中各尺度方形环)定义为

$$\tilde{W}_j(\omega) = \sqrt{\Phi_{j+1}^2(\omega) - \Phi_j^2(\omega)} \quad j \geq 0 \quad (1)$$

式中, ω 为傅里叶变换后频率域参量, Φ 定义为 1 维低通窗口的内积,各尺度低通窗口对应于图 2 中大小不同的笛卡儿方形窗。

$$\Phi_j(\omega_1, \omega_2) = \phi(2^{-j}\omega_1)\phi(2^{-j}\omega_2) \quad (2)$$

其中,低通函数 ϕ 满足 $0 \leq \phi \leq 1$,在 $[-1/2, 1/2]$ 范围内为 1,在 $[-2, 2]$ 范围之外为 0。

相应的角度窗定义为

$$V_j(\omega) = V(2^{l/2^j}\omega_2/\omega_1) \quad (3)$$

将各个尺度下的方形窗按照一定角度分割,尺度 j 越大角度分割越细,角度窗越多。利用 \tilde{W}_j 和 V_j 定义笛卡儿坐标系下的局部窗为

$$\tilde{U}_{j,l} = \tilde{W}_j(\omega) V_j(\omega) \quad (4)$$

引入相同间隔的斜率

$$\tan\theta_l = l \cdot 2^{-(l/2^j+1)}$$

$$l = -2^{\lfloor j/2 \rfloor+1}, \dots, 2^{\lfloor j/2 \rfloor+1} - 1; j > 0 \quad (5)$$

则笛卡儿坐标系下的局部窗被分割为一系列楔

形窗,定义为

$$\tilde{U}_{j,l}(\omega) = \tilde{W}_j(\omega) V_j(S_{\theta_l}\omega) \quad (6)$$

式中,剪切矩阵 $S_{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\tan\theta & 1 \end{bmatrix}$ 。

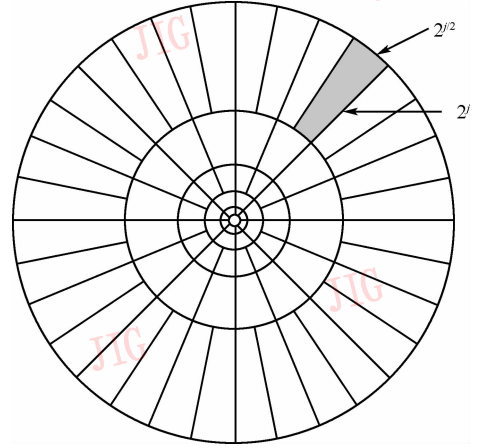


图 1 连续曲波变换频率空间分块图

Fig. 1 Curvelet tiling of the frequency plane

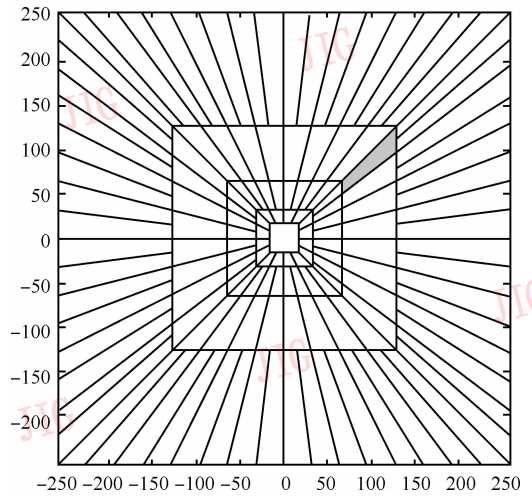


图 2 离散曲波变换频率空间分块图

Fig. 2 The digital curvelet tiling

由于楔形窗不是标准的矩形,因此不能运用快速傅里叶算法,对楔形窗进行重叠规整成为标准矩形窗就可以利用快速傅里叶计算得到变换系数^[5]。

3 尺度相关性自适应去噪方法

曲波相对于小波的优势在于更加适合描述图像的几何特征,它能将图像的边缘,如曲线、直线特征用较少的大的曲波变换系数表示,因此利用曲波进行图像去噪,能够更好地恢复噪声图像中的边缘细

节信息,提高图像去噪质量。

本文以第 2 代曲波变换为基础,提出一种利用曲波变换系数尺度相关性的自适应阈值收缩去噪方法。在曲波变换图像去噪中使用硬阈值去噪的方法很容易“过扼杀”变换系数,使去噪重建图像损失较多图像细节信息,使用各种改进的软阈值方法能够在一定程度上改善去噪的效果,纵观各种阈值收缩去噪方法都是把图像的变换系数当作确定性信号,对每一个系数独立进行阈值处理。受到高斯白噪声干扰的图像其噪声主要表现在图像的高频区域,同样图像细节信息也表现在高频区域,因此单纯阈值去噪很难将噪声和细节区分开,最终导致去噪图像损失细节。但是观察图像的曲波变换各尺度变换系数可以发现,各尺度系数幅值之间仍存有相关性:大幅值的系数其父系数也倾向于大幅值系数。

设尺度为 j 方向为 l 的楔形窗 $\tilde{U}_{j,l}$ 的变换系数为 $C_{j,l}(x,y)$, $x \in [0, M_j]$, $y \in [0, N_j]$, $M_j, N_j \in \mathbf{Z}$, 则尺度 $j-1$ 上与楔形窗 $\tilde{U}_{j,l}$ 具有相同方向的楔形窗 $\tilde{U}_{j-1,l}$ 的变换系数为 $C_{j-1,l}(x,y)$, $x \in [0, M_{j-1}]$, $y \in [0, N_{j-1}]$, $M_{j-1}, N_{j-1} \in \mathbf{Z}$ 。虽然系数矩阵 $C_{j,l}$ 与 $C_{j-1,l}$ 在大小上不同,但尺度 j 上的系数 $C_{j,l}(x_p, y_p)$ 可以通过下式计算找到尺度 $j-1$ 上的相应位置的父系数 $C_{j-1,l}(x_{\tilde{p}}, y_{\tilde{p}})$ 。

$$x_{\tilde{p}} = \lfloor x_p M_{j-1} / M_j \rfloor, y_{\tilde{p}} = \lfloor y_p N_{j-1} / N_j \rfloor \quad (7)$$

如果父系数 $C_{j-1,l}(x_{\tilde{p}}, y_{\tilde{p}})$ 幅值较大则系数 $C_{j,l}(x_p, y_p)$ 幅值也相应较大。根据这种相关性,对于图像高频区域的变换系数,可以根据其父系数的幅值判断到底是噪声还是图像细节,进而保留有效的图像细节信息。通过分析曲波变换的特点,发现高斯白噪声对于图像的影响主要表现在最大的 3 个尺度上(对应高频区域),在更低尺度上噪声的影响已经很小,采用普通阈值处理已经足够,因此本文对于曲波变换各尺度上的变换系数矩阵分别采取不同的方法进行去噪。

设图像进行曲波变换后最大尺度为 J_{\max} , 首先对于低尺度($j < J_{\max} - 2$)变换系数采用阈值收缩法直接处理。对于大尺度($J_{\max} - 2 \leq j \leq J_{\max}$)变换系数根据尺度间相关性确定系数是否保留再进行阈值处理。具体步骤如下:

(1)根据式(7)计算找到当前系数 $C_{j,l}(x_p, y_p)$ 的父系数 $C_{j-1,l}(x_{\tilde{p}}, y_{\tilde{p}})$ 。

(2)根据父系数所在尺度的阈值判断父系数是否为噪声。

(3)如果父系数为噪声则对当前系数按照当前所在尺度的阈值做进一步阈值收缩处理决定当前系数是否保留。

(4)如果父系数为信号则直接保留当前系数。

阈值收缩处理采用自适应软阈值方法,根据系数所处尺度的不同采取不同的阈值,且按比例收缩保留较小的变换系数,这样可以保留更多的图像细节信息。

设 σ 为噪声图像所含高斯白噪声的方差,计算曲波变换相应尺度 j 及方向 l 上的变换系数矩阵的归一化参数 $N_{j,l}$, 具体计算方法请参见文献[5]所提供的相应测试代码。对于曲波变换的各个尺度,采用相应的阈值 $k_j \sigma$, k_j 为实验确定的经验数值,一般来说粗尺度上 k_j 较小,精细尺度上 k_j 较大。定义符号函数

$$\Delta(X) = \begin{cases} 1 & X \leq 0 \\ 0 & X > 0 \end{cases} \quad (8)$$

对于将要处理的曲波系数 $C_{j,l}(x,y)$, 定义如下系数收缩公式

$$C_{j,l}(x,y) = C_{j,l}(x,y) \xi_{x,y} \quad (9)$$

式中, $\xi_{x,y}$ 表示萎缩因子

$$\xi_{x,y} = 1 - \eta \cdot \Delta(|C_{j,l}(x,y)| - k_j \sigma \cdot N_{j,l}) \quad (10)$$

η 为实验确定的经验数值,用于确定小系数的保留比例。利用系数收缩公式计算各系数收缩后结果,再对处理后系数矩阵进行 2 维曲波反变换得到去噪图像。

但是由于曲波变换“楔形基”的线性特点,使变换系数之间具有天生的相关性,一个系数的改变将引起空域中一条直线上所有值的改变。对系数的收缩处理同时也会产生比较多的“划痕”失真,这就是由于变换系数改变所造成的空域线状失真。针对这个问题,对去噪图像再利用局部中值滤波滤除图像平滑部分的“划痕”,这样得到的图像比单纯阈值去噪图像具有更多的细节信息,同时又减轻了“划痕”失真的影响,去噪图像视觉质量得到了明显提高。

4 实验结果及分析

实验采用大小为 512×512 像素的灰度 Lena 图

像作为测试图,对图像加均值为零的不同强度(噪声方差从 10 到 75)的白噪声(NOISE)。实验对比测试采用 4 种去噪方法: BayesShrink 阈值估计法小波去噪^[6](简称 WT),单纯阈值曲波去噪^[3](简称 SCT),本文提出的尺度相关自适应曲波去噪(简称 ACT),在 ACT 基础上加局部中值滤波去噪(简称 ACTMF)。实验采用 PSNR 作为客观评价指标, η 取值为 0.9, k_j 取值粗尺度为 3,最细尺度为 4。各种噪声强度下不同去噪方法去噪后图像的 PSNR 值如表 1 所示。

表 1 4 种去噪方法的恢复图像 PSNR 值

Tab.1 The reconstructed images' PSNR values of four denoise methods

单位: dB					
σ	NOISE	WT	SCT	ACT	ACTMF
10	28.13	33.65	34.75	35.14	35.09
15	24.63	31.49	32.90	33.23	33.33
20	22.13	29.89	31.50	31.89	32.05
25	20.23	28.91	30.35	30.75	30.96
30	18.72	28.48	29.51	29.99	30.20
35	17.42	27.72	28.69	29.21	29.46
40	16.37	27.28	28.00	28.59	28.83
45	15.40	26.38	27.29	27.90	28.14
50	14.60	25.92	26.69	27.31	27.56
55	13.92	25.61	26.18	26.86	27.09
60	13.28	25.07	25.59	26.25	26.46
65	12.71	22.47	25.07	25.74	25.94
70	12.22	22.39	24.58	25.25	25.46
75	11.81	21.21	24.12	24.78	24.96

通过实验可以看出:

(1)由表 1 数据可以看出,对于不同强度的白噪声,使用本文提出的方法进行去噪的图像都具有较高的 PSNR 值,这说明本文提出的方法对于噪声强度具有很强的适应性。

(2)如图 3 所示,与传统小波去噪相比,3 种曲波去噪方法在滤除噪声的同时,能较好地保留图像中的边缘细节信息(Lena 图像中帽子的褶皱),而小波去噪后图像在边缘处会产生比较明显的模糊失真。但是在细节信息的保留程度上 3 种曲波去噪方法也有不同。使用单纯阈值曲波去噪的图像在图像细节方面与使用本文提出的尺度相关自适应曲波去噪的图像相比还是显出不足。本文方法的较好表现得益于利用尺度相关性有选择地保留了正确的信息。

(3)如图 4 所示,对去噪图像整体视觉效果进

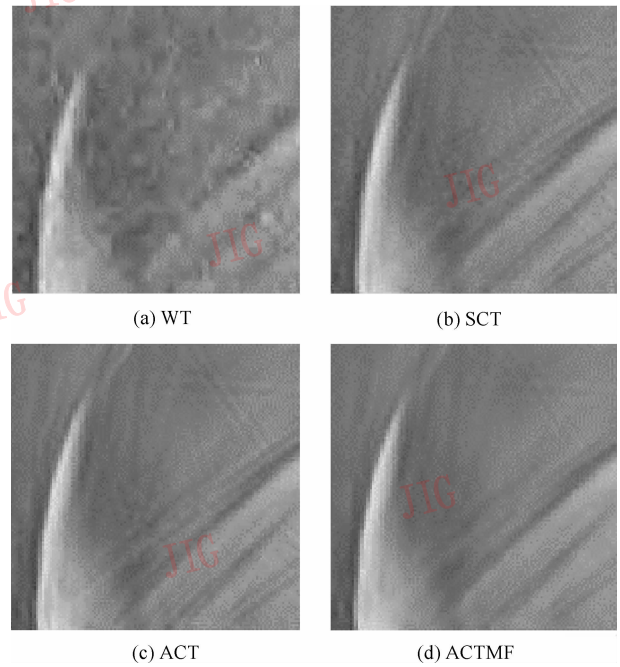


图 3 边缘细节恢复效果放大图

Fig.3 Zoom image of edge details



图 4 图像整体视觉效果比较

Fig.4 Image visual quality comparison

行评价,采用尺度相关自适应去噪的图像在未采用局部中值滤波前虽然图像细节更加丰富,但是图像中“划痕”比较多,经过局部中值滤波可以较大程度消除“划痕”的影响,显著改善整幅图像视觉质量,客观评价指标 PSNR 值也有较明显提高。

5 结 论

在第 2 代曲波变换的基础上,对于图像去噪,提出了一种尺度相关自适应阈值方法,结合局部中值滤波,能够更好地表现去噪图像的边缘细节信息,减少曲波去噪产生的“划痕”失真。对比传统小波去噪和单纯阈值曲波去噪方法,本文方法在多种噪声强度下都有更好的表现。而且第 2 代曲波变换比第 1 代曲波变换更简单、更便于理解,作为一种新的多尺度几何分析工具在图像处理领域有着广泛的应用前景。

参考文献 (References)

1 Candes E J, Donoho D L. Curvelets, multiresolution representation,

and scaling laws [A]. In: Proceedings of SPIE Wavelet Applications in Signal and Image Processing VIII [C], San Diego, USA, 2000: 4119.

2 Candes E J. Ridgelets: Theory and Applications [D]. Stanford, California, USA: Department of Statistics, Stanford University, 1998.

3 Starck J L, Candes E J, Donoho D L. The curvelet transform for Image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, **11**(6): 670 ~ 684.

4 Starck J L, Murtagh F, Candes E J, *et al.* Gray and color image contrast enhancement by the curvelet transform [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, **12**(6): 706 ~ 717.

5 Candes E J, Demanet L, Donoho D L, *et al.* Fast discrete curvelet transforms [J]. Multiscale Modeling and Simulation, 2006, **5**(3): 861 ~ 899.

6 Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, **9**(9): 1532 ~ 1546.