

# 基于 EMD 的四边域曲面光顺算法

张美玉<sup>1)</sup> 秦绪佳<sup>1)</sup> 刘世双<sup>1)</sup> 徐晓刚<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(浙江工业大学软件学院,杭州 310032) <sup>2)</sup>(大连舰艇学院装备系统与自动化系,大连 116018)

**摘要** 曲面光顺在计算机辅助几何设计(CAGD)中有重要应用,带噪声离散曲面可视为一种非平稳离散几何信号。经验模式分解(EMD)方法是分析非线性、非平稳信号的有效方法。提出了一种空间任意曲线 EMD 光顺方法和基于 2 维可分离的 EMD 曲面光顺方法。针对四边域离散曲面可视为 U 和 V 离散曲线构成的网格,且 U 和 V 曲线呈现空间任意形态。空间曲线光顺中,首先对数字曲线进行 1 维参数化,将曲线展开成 1 维信号;然后采用 EMD 对展开信号进行多分辨率分解,得到不同尺度下的内蕴模式函数(IMF),去除高频的 IMF,重构信号;最后将重构信号逆映射回 3 维,得到光顺后的曲线。四边域曲面沿每条 U,V 线进行 EMD 光顺处理,得到光顺后曲面。实验结果表明,该方法可有效剔除表面上的随机噪声,达到良好的曲面光顺效果。

**关键词** 曲面光顺 四边域曲面 经验模式分解(EMD) 内蕴模式函数(IMF)

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)05-984-06

## EMD Based Smoothing Algorithm for Four-side Region Surfaces

ZHANG Mei-yu<sup>1)</sup>, QIN Xu-jia<sup>1)</sup>, LIU Shi-shuang<sup>1)</sup>, XU Xiao-gang<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(College of Software, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032)

<sup>2)</sup>(Department of Equipment system and Automatization, Dalian Naval Academy, Dalian, 116018)

**Abstract** Surfaces smoothing has been widely used in computer aided geometry design(CAGD). Digital surface with noise can be looked as non-stationary discrete geometry signal. Empirical mode decomposition (EMD) is a new method for non-stationary signal analyzing. In this paper, novel methods for spatial curves smoothing by EMD and four-side region surfaces smoothing with 2D separable EMD are presented. Four-side region digital surface can be represented as a mesh formed by U and V discrete curves. In spatial curve smoothing, we parameterize the digital curve to 1D, and transform the curve to 1D signal firstly. Then decompose the 1D signal into a collection of intrinsic mode functions (IMF) by using EMD. Thirdly, remove the high frequency IMFs and reconstructing the signal. Finally, mapping the reconstructed signal to 3D, and the smoothing curve is obtained. During the four-side region surface smoothing, smooth each U curve of the surface first and then each V curve with the spatial curve smoothing method. Experiments show that noises in the surface can be removed efficiently, and good results are obtained by using the smoothing method.

**Keywords** surface smoothing, four-side region surface, EMD (empirical mode decomposition), IMF (intrinsic mode functions)

基金项目:国家自然科学基金项目(60673063);国家高技术研究发展计划(863)项目(2007AA12Z141);浙江省自然科学基金项目(Y1080436);浙江省科技计划项目(2006C33045)

收稿日期:2008-10-23;改回日期:2009-01-22

第一作者简介:张美玉(1965~),女。副教授。1997年于浙江大学获系统工程硕士学位。主要研究方向为智能控制和系统工程,真实感图形学及图像处理。E-mail:zmy@zjut.edu.cn

## 1 前言

在计算机辅助几何设计(CAGD)中,把用来改善几何实体中的不符合人意的特征方法定义为光顺,曲线曲面光顺是计算机辅助设计(CAD)和CAGD的关键技术之一。在逆向工程中,曲线曲面设计的原始数据往往来自实物测量数据,测量过程中不可避免地存在系统误差和随机误差,造成测量数据存在扰动。由于这些数据重构的曲线曲面是不光滑的,甚至出现波纹、皱折或锯齿,而几何光顺性不好的产品在加工过程中会加大难度,增大成本,并且直接影响产品的性能和美观,尤其是像汽车,飞机,轮船等对光顺精度有很高的要求,因此,需要对设计的曲线曲面进行光顺处理。

目前曲面光顺的研究主要集中在参数曲面上。曲面光顺方法根据选点情况不同可以分为两种类型:局部光顺方法和整体光顺方法。如果每次仅修改少数型值点,称为局部光顺法,各种选点修改法都属于这一类型。对于数据点密集型的曲面就不适合使用此方法,因为当点的密集程度太大,无法用肉眼选定需要修改的型值点,就没有办法光顺。如果每次修改全部型值点,称为整体光顺法,如最小二乘法、能量法、小波方法<sup>[1-2]</sup>等。目前,曲面光顺的算法大都通过调整曲面网格上的顶点来使曲面的能量下降或曲率平滑,从而达到光顺的目的。这类方法有基于拉普拉斯算子的光顺算法<sup>[3-4]</sup>、基于曲率的光顺算法<sup>[5]</sup>、局部能量优化法<sup>[6-7]</sup>等,这些方法一定程度上能较好地解决曲面光顺问题。但是当数据点较多时,能量法的存储量较大,计算速度较慢。

1998年,Norden Huang提出了一种新的非平稳信号分析方法,经验模式分解算法(EMD)<sup>[8]</sup>。EMD能将复杂的非平稳信号逐步分解成若干个具有不同特征尺度的平稳的数据层与趋势项的叠加。其中每一个平稳数据层被称为一个内蕴模式函数(IMF)<sup>[8]</sup>,它们代表了不同信号尺度特征<sup>[9-10]</sup>。另外,EMD能使时-频同时局部化,具有自适应性,可以把奇异信号对处理结果的污染控制在最小范围内。EMD作为一种新的非线性、非平稳信号分析方法,在1维信号和2维图像处理中得到成功应用<sup>[10-11]</sup>。本文将规则四边域数字曲面看做离散几何信号,显然,它是一种非平稳信号。由于四边域曲面与2维图像相存在自然的映射关系,可以采用2

维图像EMD方法来处理域数字曲面。剔除高频信号,实现曲面的光顺处理。

针对四边域数字曲面,本文提出了一种基于2维可分离EMD的光顺算法。并给出了1维信号的EMD分解,并将该方法扩展到2维情形,提出和实现了2维可分离的EMD分解方法。同时又提出了空间任意曲线的EMD光顺处理方法,对曲面U,V线进行曲线光顺处理,从而实现了曲面的光顺处理。

## 2 可分离的2维经验模式分解

### 2.1 1维经验模式分解方法

对于一个复杂的非平稳信号,任意时刻都可能包含多个振荡模式,即信号在某一时刻会有多个瞬时频率。而瞬时频率是时间的单值函数,在某一时刻只能有一个频率值存在,这样就对数据信号的分析造成了局限性。EMD方法可以对复杂信号分解成满足以下两个条件的内蕴模式分量<sup>[11]</sup>:(1)极值点的数量与过零点的必须相等,或者最多相差一个;(2)在任意时间点上,其局部均值应为零。这两点正是瞬时频率物理意义上的必要条件,故EMD实现了信号某时刻多个振荡模式的分离。

对原始信号 $X \in \mathbf{R}$ 的EMD分解过程如下:

- (1)初始化: $R_0 = X$ (剩余项),令 $j=1$ (内蕴模式分量的第 $j$ 个);
- (2)求取第 $j$ 个内蕴模式分量。
  - (a)初始化 $h_0 = R_{j-1}, i=1$ ;
  - (b)求取 $h_{i-1}$ 的局部最大值和最小值;
  - (c)通过内插 $h_{i-1}$ 相应的局部最大值和最小值,计算上包络函数 $x_{i-1}$ 和下包络函数 $y_{i-1}$ ;
  - (d)计算包络的均值 $m_{i-1} = (x_{i-1} + y_{i-1})/2$ ;
  - (e)更新, $h_i = h_{i-1} - m_{i-1}, i=i+1$ ;
  - (f)计算结束准则函数

$$SD_i = \sum_{k=0}^K \frac{|h_{i-1}(k) - h_i(k)|^2}{h_{i-1}(k)^2} \quad (1)$$

这里,对信号 $h_i, h_{i-1}$ 的离散采样点数均为 $K+1$ 个, $h_i(k)$ 和 $h_{i-1}(k)$ 分别是 $h_i, h_{i-1}$ 的第 $k$ 个采样点的信号值。

- (g)如果 $SD_i > \varepsilon$ ,跳转到(b);否则, $C_j = h_i, C_j$ 即为第 $j$ 个内蕴模式分量。这里 $\varepsilon$ 一般取 $0.2 < \varepsilon < 0.3$ ;

最终可把原始信号表示成式(2)形式:

$$X = \sum_{j=1}^N C_j + \hat{R} \quad (2)$$

式中,  $\hat{R}$  表示剩余分量, 它是信号分解结束的判断准则。当它的值小于预定值或为单调函数时, 信号分解即告结束。文献[10]证明了 EMD 分解方法的完备性和可行性, 这样原始信号中包含的信息通过各内蕴模式分量得以充分体现。从基函数的理论角度来看, 内蕴模式分量作为 EMD 的基函数是不固定的, 对不同信号有不同模式分量, 且是自适应的<sup>[11]</sup>; 它不同于由一系列恒定频率的正余弦波组成的傅里叶谱分析基函数, 因此, 这种方法较适合对非平稳信号的处理。

下面以一个仿真信号来描述 EMD 分析方法。

$$f(t) = a\sin(2\pi f_1 t) + b\sin(2\pi f_2 t) + c\sin(2\pi f_3 t) \quad (3)$$

考虑式(3)所示的仿真信号, 它由 3 个模拟信号叠加而成。一个为频率固定的正弦信号; 另两个为瞬时频率各异的线性调频信号。式中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别对应其幅值,  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$  分别表示其瞬时频率。  $t$  为时间。当  $a = 10 \text{ mm}$ ,  $b = 5 \text{ mm}$ ,  $c = 10 \text{ mm}$ ,  $f_1 = 5 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 10(t+1) \text{ Hz}$ ,  $f_3 = 25(t+1) \text{ Hz}$  时, 仿真信号及 EMD 分解各内蕴模式分量的时域波形如图 1 所示。为了显示清楚, 这里只给出部分数据(采样频率为 1 000 Hz)。图 1 中(a)为原始信号, 图 1(b)~图 1(d)分别表示组成原始信号的 3 个 IMF 分量, 图 1(e)是信号 EMD 的剩余分量。

## 2.2 2 维可分离经验模式分解方法

对 2 维图像进行 EMD 分析的思想如下: 首先把图像的每一行看成是一个非平稳非线性的 1 维信号, 用 1 维信号的 EMD 分析方法求出其极大值和极小值, 用 3 次样条曲线拟合成上下包络线, 求出代数平均值; 然后用求得的代数平均值代替原 2 维图像的灰度值。每一列的处理方法同每行的处理方法一样。这样就实现了图像的 2 维可分离经验模式分解。

假设图像信号为:

$f(x_1, x_2)$ ,  $x_1 = 1, 2, \dots, m$ ;  $x_2 = 1, 2, \dots, n$ 。图像 EMD 分解过程如下:

(1) 初始化:  $R_0(x_1, x_2) = f(x_1, x_2)$ ,  $j = 1$ ;

(2) 筛选出第  $j$  个 IMF:

(a) 初始化:  $h_0(x_1, x_2) = r_{j-1}(x_1, x_2)$ ,  $i = 1$ ;

(b) 提取  $h_{i-1}(x_1, x_2)$  的行上下包络线: 首先提取出每一行的局部极大值点集, 将这些点集用 3 次样条函数拟合得到一条光滑的上包络线, 并把包络

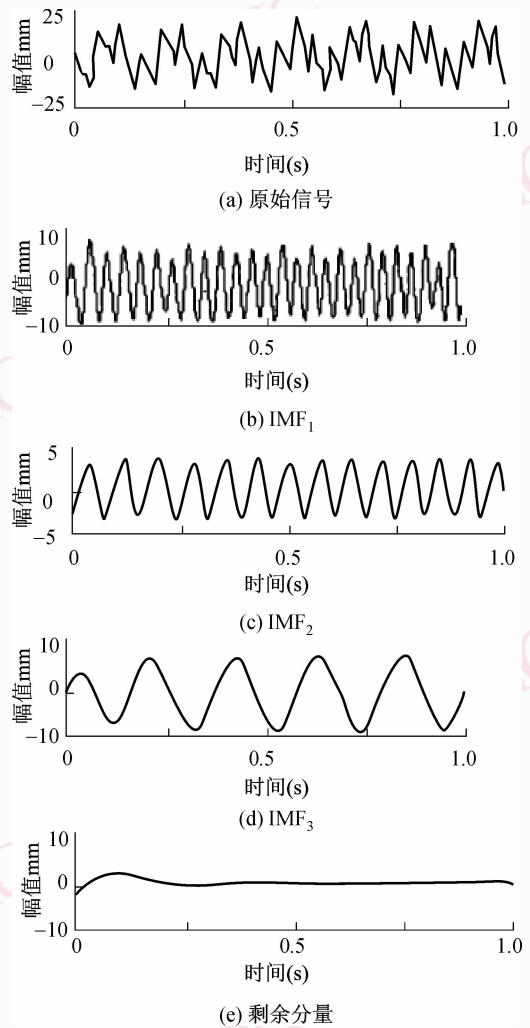


图 1 仿真信号及 EMD 分解分量时域波形

Fig. 1 Simulated signal and time-domain waveform of components decomposed by EMD

线上的点记为  $h_{upper}(x_1, x_2)$ , 然后同样的提取出局部极小值点集, 拟合得到下包络线, 记为  $h_{lower}(x_1, x_2)$ ;

(c) 求出  $h_{i-1}(x_1, x_2)$  的行代数平均数, 并且用这个行代数平均数替代原来的灰度矩阵信息, 为下一步的列 EMD 做准备;

$$m_{row}(x_1, x_2) = \frac{h_{upper}(x_1, x_2) + h_{lower}(x_1, x_2)}{2} \quad (4)$$

(d) 提取  $h_{i-1}(x_1, x_2)$  的列上下包络线: 首先提取出每一列的局部极大值点集, 将这些点集用 3 次样条函数拟合得到一条光滑的上包络线, 并把包络线上的点记为  $h_{upper}(x_1, x_2)$ , 然后同样的提取出局部极小值点集, 拟合得到下包络线, 记为  $h_{lower}(x_1, x_2)$ ;

(e) 求出  $h_{i-1}(x_1, x_2)$  的列代数平均数, 这个列

代数平均数是最后的计算结果;

$$m_{\text{column}}(x_1, x_2) = \frac{h_{\text{upper}}(x_1, x_2) + h_{\text{lower}}(x_1, x_2)}{2} \quad (5)$$

(3) 提取出高频部分:原灰度信息与列代数平均数之差

$$h_i(x_1, x_2) = h_{i-1}(x_1, x_2) - m_{\text{column}}(x_1, x_2) \quad (6)$$

(4) 计算终止条件 SD, 决定是否需要再次分解。

以自定义的多频率合成图像为例说明 2 维可分离的 EMD, 如图 2 所示。设图像信号为:

$$f(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y) + f_3(x, y) \quad (7)$$

其中,  $f_1(x, y)$ 、 $f_2(x, y)$  和  $f_3(x, y)$  的定义如下:

$$f_1(x, y) = 40\cos(60y\pi) + 30\cos(40x\pi) \quad (8)$$

$$f_2(x, y) = 50\cos(20y\pi) + 30\cos(18x\pi) \quad (9)$$

$$f_3(x, y) = 190\cos(0.8y\pi) + 190\cos(0.8x\pi) \quad (10)$$

式中,  $x = 1, 2, \dots, m; y = 1, 2, \dots, n$ 。

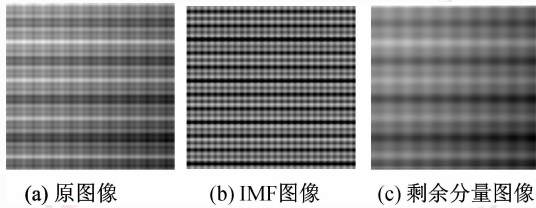


图 2 基于 EMD 的图像分解

Fig.2 Image decomposed by EMD

### 3 2 维 EMD 的四边域曲面光顺算法

上节针对 2 维图像提出的 2 维可分离 EMD 方法处理的行、列数据均可视为 1 维信号。对于四边域离散曲面可视为 U 和 V 离散曲线构成的网格, 且 U 和 V 曲线呈现空间任意形态, 空间任意曲线的均值曲线和包络曲线显然不能用上述 1 维信号方法来求解。因此四边域离散曲面的光顺不能直接采用上述 2 维可分离 EMD 方法来处理。下面提出平面任意曲线和空间任意曲线的 1 维参数化方法和 EMD 方法。

#### 3.1 平面任意曲线光顺方法

在实际应用中, 数字曲线的形状是任意的。提出一种构造一基准曲线, 沿基准曲线进行 1 维展开的方法。下面以图 3(a) 所示的曲线为例, 讨论平面任意曲线 EMD 光顺的步骤<sup>[12]</sup>。

(1) 计算图 3(a) 原始曲线上每一点的曲率, 求出曲线上曲率局部极点  $V_i$ 。计算每个相邻的曲率

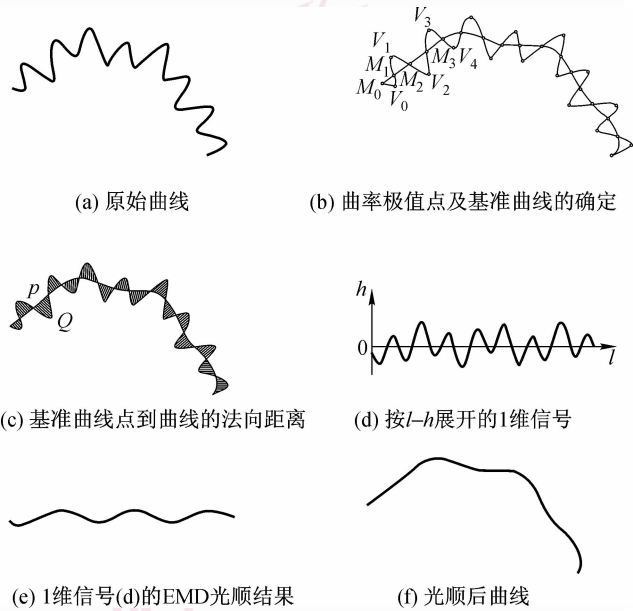


图 3 曲线 EMD 光顺过程

Fig.3 The process of curve smoothing by EMD

极值点的中点  $M_i$ , 得到由曲线起点  $M_0$ , 中间点  $M_i$ , 终点  $M_N$  构成的点序列。用 3 次 B 样条曲线拟合此点序列, 该拟合曲线为基准曲线, 如图 3(b) 所示。

(2) 对基准曲线进行等距采样, 采样点为  $P_i$ 。计算基准曲线上  $P_i$  点的法矢量, 并过  $P_i$  做基准曲线的法线与原始曲线交于  $Q_i$  点。 $P_i$  到  $Q_i$  的距离记为  $h_i$ , 如图 3(c) 所示。

(3) 令  $l_i$  为点  $P_i$  到起点  $P_0$  的弧长, 对原始曲线上点  $Q_i$  依基准曲线  $l-h$  展开, 得等距展开的 1 维信号, 如图 3(d) 所示。

(4) 对图 3(d) 1 维信号进行 EMD 分解。对于边界点(起点和终点)处的极大值和极小值都取边界点的值。

(5) 去除 1 次分解的 IMF, 重构信号。依采样间距  $l_i$  对重构信号采样, 得到  $h_i$  处理后对应的值  $\hat{h}_i$ 。图 3(e) 为 1 维信号图 3(d) 去除高频分量的结果。

(6) 对基准每点  $P_i$  法线上的距离值  $h_i$ , 用  $\hat{h}_i$  更新  $h_i$ , 得到新的点  $\hat{Q}_i$ 。由新点序列  $\hat{Q}_i$  构成的数字曲线即为光顺后的结果曲线, 如图 3(f) 所示。

在 EMD 中, 边界的有效处理是保证信号分解与重构精度的关键技术。由于边界点处的极大值和极小值是估计值, 造成均值曲线在边界处的不精确, 从而导致各 IMF 在边界处的不精确。随着 EMD 分解层次的增多, 边界误差有向内部扩散的趋势。对边界点的极值估计, 已有很多学者进行了深入研究, 提

出了一些有效的处理方法<sup>[13-14]</sup>。对于任意曲线,如果要求曲线在光顺前后起点和终点的位置不变,可采用边界处极大值和极小值均等于起点和终点。如果边界点可变,则可以采用文献[13]或文献[14]的边界点极值估计方法。

### 3.2 空间任意曲线光顺方法

在 CAGD 中,由于本文处理的四边域曲面在空间形态的任意性,其 U、V 线也呈现为空间任意曲线。空间曲线的 EMD 分解方法与平面曲线的 EMD 分解方法相似,只是在沿基准曲线等距采样得到  $P_i$  后,沿  $P_i$  点做基准曲线的法平面,法平面与原曲线交于  $Q_i$  点, $P_i$  到  $Q_i$  的距离记为  $h_i$ ,如图 4 所示。然后按  $l-h$  展开成 1 维信号,再对该展开信号进行 EMD 光顺处理,最后将处理后的  $\hat{h}_i$  沿法线  $P_iQ_i$  映射回 3 维空间,得到处理后的 3 维曲线。



图 4 空间曲线的 1 维参数化

Fig. 4 1D parameterization for spatial curves

### 3.3 四边域离散曲面的光顺方法

对于四边域规则离散曲面,以经纬线(即 U、V 线)网格呈现,可以将 2 维可分离 EMD 方法应用到四边域曲面的光顺处理上。可先对曲面每条 U 线进行曲线 EMD 一次光顺处理,然后再对每条 V 线进行 EMD 一次光顺处理,从而实现曲面一次 2 维 EMD 光顺处理。由于曲面在空间形状的任意性,其 U、V 线亦呈现出空间的任意性,采用上节的空间任意曲线的 EMD 光顺方法来处理每条 U、V 线。图 5 为采用本算法处理的四边域曲面。

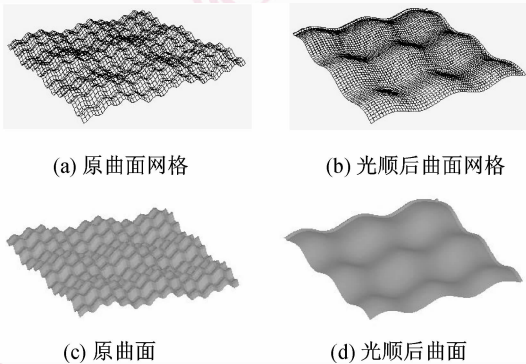


图 5 基于 2 维 EMD 的四边域曲面光顺

Fig. 5 4-side region surface smoothing with 2D EMD

## 4 实验结果与分析

图 6 为正弦波曲面加随机噪声,并用 EMD 光顺方法处理的结果。

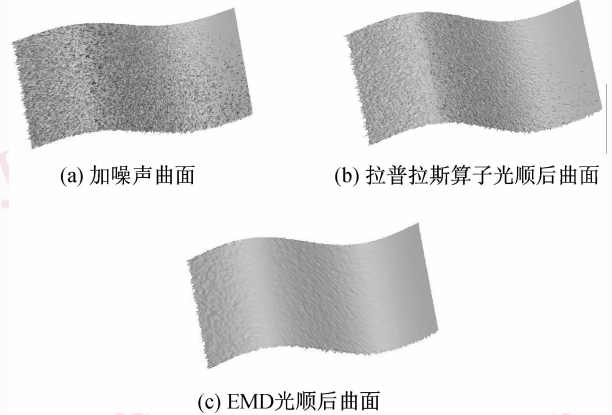


图 6 带噪声正弦曲面的光顺

Fig. 6 Noised sine surface smoothing

图 7 为带噪声球面的 EMD 光顺。球面采用经纬线网格剖分,先依经纬线展开到 2 维平面上,得到 2 维网格,2 维网格点的  $z$  坐标为对应 3 维网格点的半径值,对  $z$  值量化后即得带噪声球面对应的一幅 2 维图像。采用 2.2 节的可分离 EMD 方法对 2 维图像进行 EMD 处理,将处理后图像逆映射回 3 维,得到光顺处理后的球面,如图 7(b) 所示。

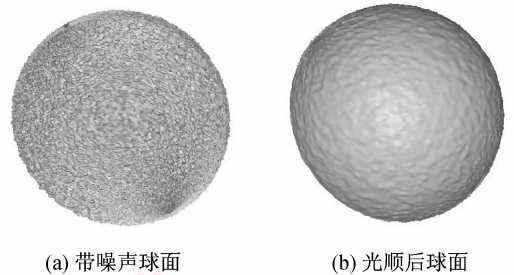


图 7 球面的 EMD 光顺

Fig. 7 Sphere surface smoothing with EMD

采用 EMD 方法进行曲面光顺处理时,如果一次光顺处理效果达不到用户要求,可采用多次光顺处理。图 8(a)是由点云重构的鞋楦曲面,重构时采用双 3 次 B 样条逼近,其离散表示为四边域网格曲面,可采用四边域曲面 EMD 光顺处理。图 8(b)为 1 次光顺后的效果,图 8(c)为 3 次光顺处理后的效果。

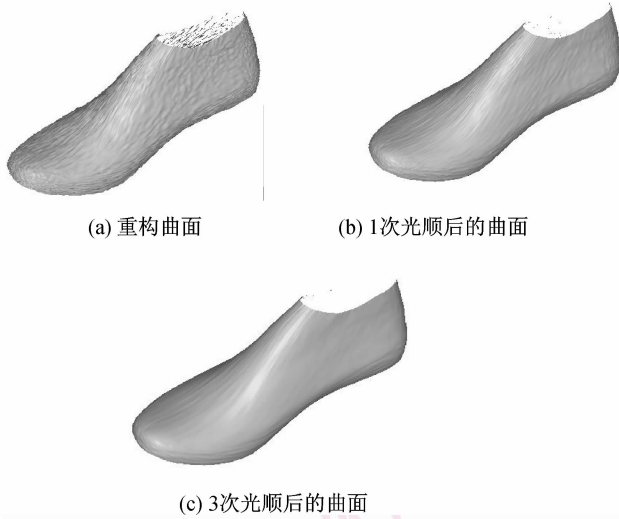


图8 重构鞋楦曲面的多次EMD光顺处理

Fig.8 Multi-times smoothing with EMD for reconstructed shoe last surface

## 5 结论

四边域曲面在工程中有着广泛的应用,在逆向工程中,曲面建模通常源于实物表面获取的离散点集,而这些点通常存在噪声,从而造成重构的曲面存在不光滑现象。将离散的曲面看成几何信号,显然,这种离散几何信号是非线性、非平稳的,高频分量即为曲面噪声。EMD是一种新的非线性、非平稳信号分析方法,在1维信号和2维图像处理中得到成功应用。本文将EMD应用于数字曲面的光顺处理中,提出了基于2维可分离的EMD四边域曲面光顺方法。本文的主要贡献在于:(1)将EMD方法扩展到高维情形,处理3维几何信号;(2)提出和实现了2维规则域信号的可分离EMD分解方法;(3)提出和实现了空间任意曲线的EMD光顺处理,设计和实现了空间曲线的1维参数化方法;(4)将2维可分离的EMD方法与空间曲线光顺方法应用于四边域曲面处理上,实现了曲面的EMD光顺。未来进一步研究将EMD方法应用于空间任意离散曲面处理上,实现任意拓扑曲面的光顺处理。

## 参考文献 (References)

- Li Qi-min, Ke Ying-lin, He Yu-lin. NURBS surface fairing based on non-uniform b-spline multi-resolution wavelet decomposition [J]. China Mechanical Engineering, 2007, **18**(5):576-581. [李奇敏,柯映林,何玉林.基于非均匀B样条小波的NURBS曲面光顺[J].中国机械工程,2007, **18**(5):576-581.]
- Peng Fang-yu, Zhou Yun-fei, Zhou Ji. Algorithm of surface smoothing

- based on extended energy minimization [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2002, **30**(2): 5-8. [彭芳瑜,周云飞,周济.基于广义能量法的曲面光顺[J].华中科技大学学报,2002, **30**(2): 5-8.]
- Nie Jun-hong, Zhou Lai-shui, Zhang Li-yan. Adaptive regularizing and smoothing algorithm for arbitrary topological meshes [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2003, **15**(5):610-615. [聂军洪,周来水,张丽艳.任意拓扑网格模型自适应调整和光顺算法[J].计算机辅助设计与图形学学报,2003, **15**(5): 610-615.]
- Desbrun M, Meyer M, Schroder P, et al. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow [A]. In: Proceedings of ACM SIGGRAPH '99 Conference [C], Los Angeles, CA, USA, 1999:317-324.
- Liu Sheng-lan, Zhou Ru-rong, Nie Jun-hong, et al. Mesh smoothing using principal curvature flow [J]. Chinese Journal of Computers, 2004, **27**(1):79-84. [刘胜兰,周儒荣,聂军洪等.主曲率均匀的网格光顺[J].计算机学报,2004, **27**(1):79-84.]
- Wang Xue-fu, Cheng Fu-hua, Brian A B. Energy and B-spline inter approximation [J]. Computer Aided Design. 1997, **29**(7): 485-496.
- Long Xiao-ping. Fairing of curves and surfaces by local energy optimization [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2002, **14**(12): 1109-1113. [龙小平.局部能量最优法与曲线曲面的光顺[J].计算机辅助设计与图形学学报,2002, **14**(12): 1109-1113.]
- Huang N E. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [A]. In: Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences [C], London, UK, 1998, **A454**:903-995.
- Huang N E, Wu M L, Long S R. A confidence limit for the empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis [A]. In: Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences [C], London, UK, 2003, **A459**:2317-2345.
- Gai Qiang. Research and Application on the Local Wave Time-frequency Analysis Method [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2001. [盖强.局域波时频分析方法的理论研究与与应用[D].大连:大连理工大学博士论文,2001.]
- Liu Zhong-xuan, Peng Si-long. Directional empirical mode decomposition and its application in texture segment [J]. Science in China, Series E, 2005, **35**(2): 113-123. [刘忠轩,彭思龙.方向EMD分解与其在纹理分割中的应用[J].中国科学E辑:信息科学,2005, **35**(2): 113-123.]
- Qin Xu-jia, Sheng Ke-fan, Xu Xiao-gang. EMD based Smoothing Algorithm for Digital Curves [J]. China Mechanical Engineering. 2007, **18**(6):715-718. [秦绪佳,盛柯芳,徐晓刚.基于经验模式分解的数字曲线光顺算法[J].中国机械工程,2007, **18**(6): 715-718.]
- Gai Qiang, Ma Xiao-jiang, Zhang Hai-yong. New method for processing end effect in local wave method [J]. Journal of Dalian University of Technology, 2002, **42**(1): 115-117. [盖强,马孝江,张海勇.一种处理局域波法中边界效应的新方法[J].大连理工大学学报,2002, **42**(1): 115-117.]
- Deng Yong-jun, Wang Wei, Qian Cheng-chun. boundary-processing technique in EMD method and Hilbert transform [J]. Chinese Science Bulletin, 2001, **46**(3):257-263. [邓拥军,王伟,钱成春.EMD方法及Hilbert变换中边界问题的处理[J].科学通报,2001, **46**(3):257-263.]