

量子衍生坍塌形态学滤波

谢可夫¹⁾ 周心一¹⁾ 许光平²⁾

¹⁾(湖南师范大学图像识别与计算机视觉研究所,长沙 410081) ²⁾(湖南师范大学物理与信息学院,长沙 410081)

摘要 为了更有效地滤除数字图像中的噪声,受量子信息处理理论启发,将传统的形态学运算结构元素扩展到叠加态结构元素以更有利于图像的去噪。由于叠加态结构元素只有尺度范围,没有固定的大小和形状,因此可表示为该尺度范围内的各种不同大小和形状的传统结构元素的线性叠加,并在受到测量时可坍塌到其中的某一传统结构元素。该文首先定义了一个基于叠加态结构元素的坍塌形态学算子,然后在此基础上构建了一种基于均方差的自适应形态滤波方法。计算机仿真实验表明,该滤波方法与中值滤波和传统的形态滤波方法相比较,有更强的噪声滤除能力,并且对噪声的强度不敏感。

关键词 自适应图像滤波 数学形态学 量子衍生算法

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2009)05-967-06

Morphology Filtering Inspired by Quantum Collapsing

XIE Ke-fu¹⁾, ZHOU Xin-yi¹⁾, XU Guang-ping²⁾

¹⁾(Institute of Image Recognition & Computer Vision, Hunan Normal University, Changsha 410081)

²⁾(College of Physics & Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410081)

Abstract The structure element (SE) used in morphology operation is extended to superposition of SE, short for SSE, inspired by the quantum information processing theory. The SSE's has no fixed sizes or form and its scale is described with the limits of size. SSE is linear superposition of all SE available in its limits of size. SSE can be collapsing and returns to a SE when a measurement on it is taken. The morphological operators, named by collapsing morphological operators, based on quantum measurement and collapsing are defined, and then a self-adapted filtering operation is created by applying these operators in this paper. The results obtained in the computer simulation on image filtering using this operation is shown that this self-adapted filtering has more powerful ability for denoising than median filter and corresponding traditional morphological filter and are independent of the intensity of noise.

Keywords self-adapted image filtering, mathematics morphology, quantum information, quantum inspired algorithm

1 引言

如今由数学形态学算子^[1]构成的形态滤波算法已被广泛地用于数字图像的预处理。从理论上讲,形态滤波算法要有效地消除一个噪声点,必须要求结构元素大小和形状能有效地覆盖噪声点的面积,但又不能太大,否则该噪声点的替代像素的灰度

值将与该点的真实灰度值有较大的差异,从而影响滤波的效果。可见,形态滤波的处理效果严重地依赖于结构元素的大小和形状^[2-3]。由于在数字图像中,噪声的分布密度和噪声像素的大小是随机的,故迄今为止仍然没有找到一种有效的规则可用来确定大小和形状合适的结构元素。

近20年来,针对此问题学术界做了大量的工作,这些研究主要集中在以下两个方面:(1)对传统

基金项目:湖南省自然科学基金项目(07JJ6131)

收稿日期:2007-07-02;改回日期:2008-01-16

第一作者简介:谢可夫(1956~),男,教授。2007年获中南大学控制理论与控制工程专业博士学位。主要研究方向为数字图像处理,已发表论文30余篇,并主持和参与多项科研项目。E-mail:kefuxie@126.com

的形态学基本算子的定义进行改进,如 Sinha 和 Dougherty 等人提出模糊形态学^[4]、Koskine 等人提出的柔性数学形态学^[5]和 Gasterator 等人结合上述两种改进方法提出的模糊柔性数学形态学^[6]。从理论上来说,这些改进算子所构成的滤波算法与传统的形态滤波算法相比较,应该有更好的噪声滤除能力,但在实际应用中,怎样确定合适的结构元素的问题仍然未能得到解决;(2)借助优化方法寻找合适的结构元素,如 Neal 等人提出的在形态滤波中,用遗传算法对结构元素进行优化^[6]和本文作者提出的学习优化形态滤波算法^[7]。但优化方法仅适合特定的噪声环境,当环境变化时,必须重新执行优化过程,而且当噪声强度较大时,用所得到的优化结构元素进行滤波也会导致对图像细节的严重破坏。

事实上,上述研究工作均没有摆脱传统的思想,即形态运算中结构元素的大小和形状是固定、一成不变的。显然,由于噪声分布和噪声大小的随机性,因此不可能找到一个具有普适性的固定结构元素。一个最好的解决方案就是在滤波过程中根据所处理像素的局部特征来自适应地调整结构元素的大小和形状。

量子信息处理的思想给传统的信号和信息处理方法带来了新的思路。尽管到目前为止量子计算机的实现依然存在很大的困难,但信号和信息处理领域的一些学者们已经在尝试如何借鉴量子信息处理的思想来设计可以在经典计算机上实现的信息处理方法,即量子衍生(或启发)方法。目前这方面的研究在文献中已有很多报道,如: Eldar 和 Oppenheim 等人提出的量子信号处理方法^[8]、Tseng 和 Hwang 等人提出的量子图像处理算法^[9]、Han 和 Kim 等人提出的量子衍生进化算法^[10]、Purushothaman 和 Karayiannis 等人提出的量子神经网络^[11]以及本文作者提出的量子启发数学形态学等^[12]。所有这些在经典的计算机上实现的“量子衍生”信息处理方法和技术,为解决所研究领域的具体问题提供了新的观念和有效的实现技术。

本文针对数学形态学所存在的结构元素的选择问题,借鉴量子信息处理的原理^[13]构造了一种类似量子叠加态的结构元素,并在此基础上建立了结构元素的大小和形状随移动位置变化的形态滤波方法。

2 量子信息处理的基本概念

2.1 量子比特 (qubit) 和量子系统

一个量子比特(一个量子位)是一个有两个基

态的双态量子系统,若将这两个基态分别记为 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$,则一个量子比特就是由一对特定的标准正交基 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 张成的 2 维 Hilbert 空间,记量子比特为

$$|\psi_q\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \quad (1)$$

$$|a|^2 + |b|^2 = 1 \quad (2)$$

式中, $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 分别对应经典比特的 0 和 1。因此一个量子比特 $|\psi_q\rangle$ 是经典比特的叠加态,当对其执行投影到基 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ (或者 $\{0,1\}$) 上的测量时,将以概率 $|a|^2$ 得到基态 $|0\rangle$,以概率 $|b|^2$ 得到基态 $|1\rangle$ 。测量的结果只能是基态 $|0\rangle$ 或基态 $|1\rangle$ 中的一个,这表明测量将扰动 $|\psi_q\rangle$,使其坍缩到基态 $|0\rangle$ 或基态 $|1\rangle$ 。

对于一个具有 n 位量子比特的量子系统,设其第 l 位为

$$|\psi^{(l)}\rangle = \omega_0^{(l)}|0\rangle + \omega_1^{(l)}|1\rangle \quad (3)$$

则其状态空间有 2^n 个基向量,它由每个量子位的基 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 的张量积构成,整个量子系统的状态就是这 n 个量子位状态的张量积:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= |\psi^{(1)}\rangle \otimes |\psi^{(2)}\rangle \otimes \cdots \otimes |\psi^{(n)}\rangle \\ &= (\omega_0^{(1)}|0\rangle + \omega_1^{(1)}|1\rangle) \otimes (\omega_0^{(2)}|0\rangle + \omega_1^{(2)}|1\rangle) \otimes \cdots \otimes (\omega_0^{(n)}|0\rangle + \omega_1^{(n)}|1\rangle) \\ &= (\omega_0^{(1)}\omega_0^{(2)}\cdots\omega_0^{(n)})|00\cdots0\rangle + (\omega_0^{(1)}\omega_0^{(2)}\cdots\omega_1^{(n)})|00\cdots1\rangle \\ &\quad + \cdots + (\omega_1^{(1)}\omega_1^{(2)}\cdots\omega_1^{(n)})|11\cdots1\rangle \end{aligned} \quad (4)$$

即

$$|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{2^n-1} \omega_i |i\rangle \quad (5)$$

式中, i 为与二进制串 $b_n b_{n-1} \cdots b_0$ 对应的十进制数, $|i\rangle$ 表示第 i 个基态, ω_i 为 $|i\rangle$ 的概率幅,它的绝对值的平方 $|\omega_i|^2$ 为基态 $|i\rangle$ 出现的概率,其满足以下归一化条件

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} |\omega_i|^2 = 1 \quad (6)$$

同样,对于一个 n 量子位的系统,在未对它进行测量时,它以不同的概率 $|\omega_i|^2$ 处于基态 $|i\rangle$,但若对其测量,则它的状态将会发生坍缩,变成 2^n 个基态中的某一个基态 $|i\rangle$ 。

2.2 多量子位系统的测量和坍缩

根据量子测量的原理,当用测量算子 $M = |i\rangle\langle i|$ 对式(4)的 $|\psi\rangle$ 进行测量时,它将坍缩(退化)到它的基态 $|i\rangle$ 。即

$$M|i\rangle = \omega_i|i\rangle \quad (7)$$

坍塌到基态 $|i\rangle$ 的概率为

$$P(|i\rangle) = \langle \psi | M^+ M | \psi \rangle = |\omega_i|^2 \quad (8)$$

其中, M^+ 为 M 的厄米共轭。当 ω_i 为正实数时, $\omega_i = |\omega_i|$, 测量后系统的状态为

$$\frac{M|\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | M^+ M | \psi \rangle}} = \frac{\omega_i|i\rangle}{\sqrt{|\omega_i|^2}} = |i\rangle \quad (9)$$

3 坍塌形态学运算

3.1 叠加态结构元素

考虑如下一个传统的结构元素(二值或扁平结构元素)

$$B(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1_* & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

这里“*”表示是结构元素的坐标原点,“1”表示该点属于结构元素,或者理解为该点属于结构元素的概率为1,而“0”则表示该点不属于结构元素,或者属于结构元素的概率为0。由上可见,在式(10)表示的结构元素中,元素点只有属于或不属于结构元素两种结果。下面将通过引入某点属于结构元素的概率来定义叠加态结构元素。

设 $x_l \in [0, 1], l = 1, 2, \dots, n, n = N \times N, x_l$ 表示坐标位置为 (i, j) 的第 l 个点的灰度值,由上可知, x_l 可视为该点属于结构元素的概率,则该点不属于结构元素的概率为 $1 - x_l$ 。令 $\omega'_1 = \sqrt{x_l}, \omega'_0 = \sqrt{1 - x_l}$, $|\psi_l\rangle = \omega'_0|0\rangle + \omega'_1|1\rangle$, 则二值形态学的叠加态结构元素 B_{qb} 和灰度形态学的叠加态扁平结构元素 B_{qg} 的定义为

$$B_{qg} \text{ (或 } B_{qb}) = \begin{bmatrix} x_n & \cdot & \cdots & \cdots \\ \cdot & \cdot & x_l & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdot & \cdot & x_2 & x_1 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} |\psi_n\rangle & \cdot & \cdots & \cdots \\ \cdot & \cdot & |\psi_l\rangle & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdot & \cdot & |\psi_2\rangle & |\psi_1\rangle \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中, $|\omega'_0|^2 + |\omega'_1|^2 = 1, |\omega'_0|^2, |\omega'_1|^2$ 分别表示 $|\psi_l\rangle$ 取 $|0\rangle$ 和取 $|1\rangle$ 的概率,即序号为 l 位置的结构元素为“0”和“1”的概率。

此外,至少存在一个 $\omega'_l = 1, l \in \{1, 2, \dots, n\}$ 。

此条件是为了保证 B_{qg} (or, B_{qb}) 的展开式中不含元素为全“0”的阵列,因为全“0”阵列不是形态学的结构元素。由式(4)可知,式(11)定义的叠加态结构元素 B_{qg} (or, B_{qb}) 可展开成如下形式

$$B_{qg} \text{ (or, } B_{qb}) = \sum_{i=0}^{2^n-1} \omega_i |i\rangle \quad (12)$$

其中,基态 $|i\rangle$ 对应传统的结构元素, ω_i 为基态 $|i\rangle$ 的概率幅, ω_i^2 为基态 $|i\rangle$ 出现的概率,其满足

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} \omega_i^2 = 1 \quad (13)$$

3.2 坍塌形态学基本算子

坍塌形态运算采用式(12)形式的叠加态结构元素,在运算中借鉴多量子位量子叠加态的测量坍塌原理,使叠加态结构元素在不同的移动位置坍塌到不同的基态结构元素 $|i\rangle$, 再在 $|i\rangle$ 中完成统计排序运算。显然如果坍塌后的基态结构元素能与图像在该位置邻域的局部特征相适应,那么便可获得很好的处理效果。所以一个关键的问题是如何根据图像的局部特征生成一个测量算子 $M = |i\rangle\langle i|$, 用来完成对叠加态结构元素进行测量,使其坍塌到一个适合该位置图像局部特征的基态 $|i\rangle$ 。下面以叠加态扁平结构元素为例,给出本文提出的灰度坍塌腐蚀和膨胀算子的定义。

设 $f(i, j) \in [0, 1], (i, j) \in Z^2$ 为灰度数字图像, B_{qg} 为式(11)所表示的叠加态扁平结构元素,它可展开成式(12)。 $M(i, j)$ 表示根据图像中位置 (i, j) 之邻域的图像局部特征生成的测量算子,即

$$M(i, j) = |i_M(i, j)\rangle\langle i_M(i, j)| \quad (14)$$

用 $M(i, j)$ 对式(12)进行测量,即可得到

$$\frac{M(i, j) |B_{qg}\rangle}{\sqrt{\langle B_{qg} | M^+(i, j) M(i, j) | B_{qg}\rangle}} = \frac{\omega_i |i_M(i, j)\rangle}{|\omega_i|^2} = |i_M(i, j)\rangle \quad (15)$$

由式(15)可见,用 $M(i, j)$ 对 $|B_{qg}\rangle$ 测量后, $|B_{qg}\rangle$ 坍塌到基态 $|i_M(i, j)\rangle \in \{|i\rangle, i = 0, 1, \dots, 2^n - 1\}$, 这是一个传统的结构元素。若用 $\{|i_M(i, j)\rangle\}$ 表示与基态 $|i_M(i, j)\rangle$ 对应的点集,则可定义以下基于上述量子态测量坍塌原理的坍塌形态学基本算子:

灰度坍塌腐蚀:

$$(f \circ B_{qg})_c(i, j) \triangleq \min_{(m, n) \in \{|i_M(i, j)\rangle\}} \{f(i - m, j - n)\} \quad (16)$$

灰度坍塌膨胀:

$$(f \oplus B_{qg})_c(i, j) \triangleq \max_{(m, n) \in \{i_M(i, j) >\}} \{f(i - m, j - n)\} \quad (17)$$

上两式中的下标“C”表示坍塌(collapsing)。

由灰度坍塌腐蚀和膨胀可进一步构成以下灰度坍塌开和闭算子：

灰度坍塌开：

$$(f \circ B_{qg})_c \triangleq [(f \ominus B_{qg})_c \oplus B_{qg}]_c \quad (18)$$

灰度坍塌闭：

$$(f \bullet B_{qg})_c \triangleq [(f \oplus B_{qg})_c \otimes B_{qg}]_c \quad (19)$$

由上述讨论可知,坍塌形态运算虽然采用了式(12)的叠加态结构元素,但其运算的结果与式(12)中 ω_i 的取值无关。因此,在给定 B_{qg} 的行数和列数后可任意给定 B_{qg} 中的参数 x_l ,只要 $x_l \neq 0$ 即可。 B_{qg} 的行数和列数称为其尺度范围。

形态滤波适合用于图像中椒盐噪声的滤除。形态滤波的结构元素的大小和形状在其能有效地覆盖噪声点的情况下,应尽可能地选择较小的尺度方可取得最佳的滤波效果。考虑到椒盐噪声点的大小一般不会超过 3×3 pixels,因此采用坍塌开-闭滤波时可将叠加态结构元素的尺度范围取为 3×3 。

3.3 测量算子的生成

下面给出一种如何根据图像的局部特征来生成测量算子 $M(i, j)$ 的例子。取 B_{qg} 为式(11)形式的叠加态结构元素,当其坐标原点在中心,尺度范围为 3×3 ,右下角 $l=1, n=9$,则原点处的 $l=5, x_l$ 为大于 0 小于 1 的任意正实数。设在坍塌形态运算中, B_{qg} 平移到图像中坐标为 (i, j) 的像素点处(如图 1(a)所示),图中的数值为坐标 (i, j) 附近的像素灰度值,方框表示叠加态结构元素的 3×3 尺度范围。如果计算得到了方框内所有像素灰度值的均方差、均值,和每一像素的灰度值与均值的平方误差,则显然方框内灰度值为 0 和 1 的两像素点其灰度值与均值的平方误差大于所求出的均方差,而其余像素点的平

分误差则小于该均方差。若将对应上述灰度值为 0 和 1 的点取值为 0,其余点取值为 1,则得到 $\{i_M(i, j) >\}$ (如图 1(b)所示),这是传统的扁平结构元素,其对应于 $\{i_M(i, j) > = \{110111011 >$ 。若用此 $\{i_M(i, j) >$ 构成测量算子 $M(i, j) = \{110111011 > < 110111011 |$ 来对 B_{qg} 进行测量,则 B_{qg} 将坍塌到基态 $\{i_M(i, j) >$ 。

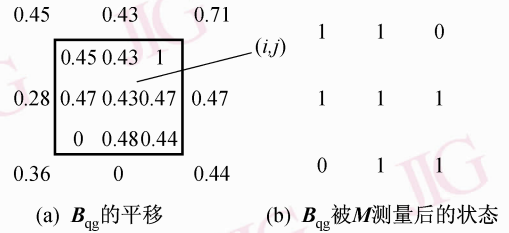


图 1 B_{qg} 在形态运算中的坍塌

Fig. 1 Collapsing of B_{qg} in morphological operation

显然对于方框内的点,只要是噪声点(灰度值较大或较小),则其灰度值与均值的平方误差必然大于所求出的均方差,由于与图 1(b)之对应的点的值均取为 0,因此在图像中不同移动位置得到的测量算子和测量后的坍塌态也不相同。对于灰度值相同的区域,其得到的测量结果将为 $\{i_M(i, j) > = \{111111111 >$ 。

以上只是测量算子的一种生成方法,在实际应用中可根据具体的处理任务来创建不同的测量算子生成方法。

4 坍塌形态滤波仿真

如下为一个基于上述均方差测量算子的坍塌形态开-闭滤波器的仿真实例。 B_{qg} 的尺度范围为 3×3 ,用此滤波器分别对含有不同椒盐噪声强度的 Lena 图像(见图 2,分辨率为 512×512 ,噪声强度



图 2 不同噪声强度的图像

Fig. 2 Images comprising noise with different intensity



图3 中值滤波器的滤波结果

Fig. 3 Result of filtering by using median filter

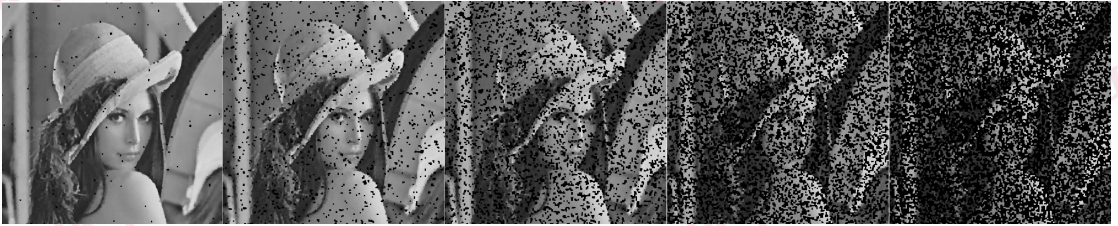


图4 传统的形态开-闭滤波器的滤波结果

Fig. 4 Result of filtering by using traditional morphological filter



图5 坍塌形态滤波的结果

Fig. 5 Result of filtering by using morphological filter inspired by quantum collapsing

从左至右分别为 0.1, 0.2, ..., 0.5) 进行滤波, 并将滤波结果与同尺度 (3×3) 的中值滤波器和传统的形态开-闭滤波器的滤波结果进行比较, 比较结果见图 3 ~ 图 5。

由上述仿真结果可见, 本文所提出的坍塌形态开-闭滤波器与同尺度的中值滤波器和传统的形态开-闭滤波器相比, 可在较好地保留图像细节的同时, 有更强的噪声滤除能力, 尤其在大噪声强度的情况下。另外, 由图 5 可见, 本文提出的坍塌形态开-闭滤波器对噪声强度不太敏感, 在噪声强度小于 0.5 时, 滤波效果几乎不受噪声强度的影响。

5 结 论

本文建立了一种自适应形态学滤波方法。与传统的形态滤波不同, 这种自适应形态滤波是采用叠

加态结构元素。在运算过程中, 叠加态结构元素可通过移动位置来改变其大小和形状, 以保证能有效地覆盖噪声面积。仿真结果表明, 与传统的形态滤波相比较, 本文提出的形态滤波方法能在较好地保留图像细节的同时, 还具有强大的噪声滤除能力, 并且在一定的噪声强度范围内, 其滤波的效果几乎与噪声强度的变化无关。此外, 本文提出的坍塌滤波的思想也可用于中值滤波和均值平滑滤波等其他基于模板的图像处理技术。

参考文献 (References)

- 1 Serra J. Introduction to Mathematical Morphology [M]. New York, USA: Academic Press, 1982.
- 2 Serra J. Image Analysis and Mathematical Morphology [M]. London UK: Academic Press, 1982.
- 3 Maragos P. Tutorial on advances in morphological image processing and analysis [J]. Optical Engineering, 1987, 26(7): 623-632.

- 4 Sinha D, Dougherty E R. Fuzzy mathematical morphology [J] . Communication and Image and Representation, 1992, **3**(3): 286-302.
- 5 Koskine L, Astola J, Neuvo Y. Soft morphology filter [A] . In: Proceedings of SPIE The International Society of Optical Engineering [C], San Diego, CA, USA, 1991, **1568**: 262-270.
- 6 Harvey Neal R, Marshall Stephen. The use of genetic algorithms in morphological filter design [J] . Signal Processing: Image Communication, 1996, **8**(1): 55-72
- 7 Xie Ke-fu. The self-adaptive median-opening-closing filter based on genetic algorithm [J] . Journal of Image and Graphics, 2004, **9**(8): 951-956. [谢可夫. 基于遗传算法的中值-开闭滤波器优化设计 [J] . 中国图象图形学报, 2004, **9**(8): 951-956.]
- 8 Eldar Y C, Oppenheim A V. quantum signal processing [J] . IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, **19**(6): 12-32.
- 9 Tseng Chien-cheng, Hwang Tsung-ming. Quantum digital image processing algorithms [A] . In: Proceedings of 16th IPPR Conference on Computer Vision, Graphics and Image Processing [C], Kinmen, Taiwan, China, 2003: 827-834.
- 10 Han Kuk-hyun, Kim Jong-hwan. Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization [J] . IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, **6**(6): 580-593.
- 11 Purushothaman G, Karayiannis N B. Quantum neural networks (QNNs): inherently fuzzy feedforward neural networks [J] . IEEE Transactions on Neural Networks, 1997, **8**(3): 679-693.
- 12 Xie Ke-fu, Luo An. Research on quantum-inspired mathematics morphology [J] . Acta Electronica Sinica, 2004, **33**(2): 284-287. [谢可夫, 罗安. 量子启发数学形态学的研究 [J] . 电子学报, 2005, **33**(2): 284-287.]
- 13 Nielsen Michael A, Chuang Jsaac L. Quantum Computation and Quantum Information [M] . London UK: Cambridge University Press, 2000. [Nielsen Michael A, Chuang Jsaac L. 量子计算和量子信息 (1) [M] . 赵千川, 译. 北京: 清华大学出版社, 2004.]