

# 基于物理模型的近岸海浪建模与实时绘制

李永进<sup>1), 2), 3)</sup> 金一丞<sup>1)</sup> 任鸿翔<sup>1), 3)</sup> 华 炜<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> (大连海事大学航海学院, 大连 116026) <sup>2)</sup> (公安海警高等专科学校船艇指挥系, 宁波 315801)

<sup>3)</sup> (浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 杭州 310058)

**摘要** 提出一种可以逼真地模拟大面积近岸海浪的方法。首先利用 Boussinesq 类方程求得指定海域一段时间内的海面运动序列; 然后通过对此序列进行重建, 得到“无限”长的海面运动序列; 最后把相应的海面高度场作为顶点纹理进行绘制。在绘制时采用视点相关的海面网格, 达到实时绘制的效果。实验表明, 该方法模拟的大面积近岸海浪真实感强, 绘制速度快, 适合于实时仿真应用。

**关键词** 近岸海浪模拟 海浪建模 海浪绘制 海浪模拟

中图法分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)03-518-06

## Physically Based Modeling and Real-time Rendering of Near-shore Waves

LI Yongjin<sup>1), 2), 3)</sup>, JIN Yicheng<sup>1)</sup>, REN Hongxiang<sup>1), 3)</sup>, HUA Wei<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> (Navigation Department, Dalian Maritime University, Dalian 116026)

<sup>2)</sup> (Vessel Command Department, Public Security Marine Police Academy, Ningbo 315801)

<sup>3)</sup> (State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310058)

**Abstract** This paper presents a new method to simulate large areas of near-shore waves. Firstly, the correct wave surface movement at appointed area in a period of time is obtained by solving Boussinesq type equations, which can describe the composite phenomena of near-shore wave refraction, diffraction, reflection and wave-wave interaction. Secondly, the movement of wave in finite time can be changed to infinite time by reconstructing the sequence of the waves' height fields. Finally, in real-time rendering process the corresponding wave height fields are sampled by the view-dependent sea surface grid as vertex textures. The experimental results show that this method is realistic and effective. It is appropriate for real-time simulation applications.

**Keywords** near-shore wave simulation, wave modeling, wave rendering, ocean wave simulation

## 0 引言

逼真的海浪模拟一直是计算机图形学领域最具挑战性的研究方向之一。而近岸海浪的模拟则具有特别重要的意义, 因为它与人类实践活动密切相关。受海底地形和海工建筑的影响, 近岸海浪的演变规

律比外海海浪更复杂, 其模拟也更困难。

目前计算机图形学领域近岸海浪的模拟主要采用基于几何的方法和基于物理的方法, 也有一些采用部分基于物理的方法。

基于几何的方法通常是使用一些参数方程的线性组合来描述海面的几何形状, 通过改变参数控制海面的几何形状和海面的运动。如 Peachey 使用正

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973) 项目 (2002CB312103, 2009CB320805); 浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室开放课题 (A0401)

收稿日期: 2008-09-10 改回日期: 2009-01-07

第一作者简介: 李永进 (1977—), 男, 讲师。大连海事大学交通信息工程及控制专业博士研究生。主要研究方向为虚拟现实技术、航海仿真技术等。E-mail: liyj\_cn@gmail.com

弦函数和二次函数的线性组合模拟近岸海面<sup>[1]</sup>。Foumier和Reeves使用次摆线对海面进行建模<sup>[2]</sup>。T'so和Barsky使用Beta样条曲面来描述海面<sup>[3]</sup>。Jeschke等人用余弦函数、指数函数、旋转函数和比例函数的组合来模拟卷曲的海浪<sup>[4]</sup>。皮学贤等人用Perlin分形面和正弦函数的叠加表示近岸海面<sup>[5]</sup>。这些基于几何建模的近岸海浪计算简单,但真实感较低,在处理海底对海浪影响时,都是用基于射线理论的波向线法计算海浪的折射效果,只能处理一些地形变化简单的海区,都没有考虑海工建筑对海浪的影响,更不能表现波浪之间的相互作用等非线性效果,于是很多研究转向基于物理的方法。

基于物理的方法一般是通过求解描述流体运动的物理方程来计算海水的运动并得到海浪的几何形状。通过修改各种初值和边界条件控制海水的运动,间接地改变海浪的形状。如Kass和Miller通过求解简化的2维浅水方程得到高度场来模拟水面的波动<sup>[6]</sup>。Foster和Metaxas首先采用3维N-S(Navier-Stokes)方程来模拟流体运动<sup>[7]</sup>。Enright等人提出一种增厚的界面追踪技术来精确地表示水面,通过解3维的N-S方程得到波浪在坡面上的卷曲和破碎<sup>[8]</sup>。Takahashi等人用CIP(cubic interpolated propagation)方法解3维N-S方程得到流体的运动,用粒子系统模拟飞溅的浪花和漂浮的泡沫<sup>[9]</sup>。由于完全基于物理的方法计算量巨大,只能模拟很小一块水域,因此一些人采用部分物理的方法来模拟海浪。

Mhalef等人提出一种模拟海浪卷曲的方法:动画师用切片方法决定某一时刻的海浪形状,随后的波形的变化从库中选取或按3D N-S计算<sup>[10]</sup>。Wang等人使用2D MPS(moving particle semi-implicit)方法产生2D切片,再用分形布朗运动方法来合成3维的曲面<sup>[11]</sup>。Tessendorf通过对N-S方程的简化,将整个算法归结到2维卷积和掩码的操作,可以模拟运动物体产生波浪的折射,反射和衍射效果<sup>[12]</sup>。

现有的各种方法都不能实时地模拟大面积近岸海浪的所有效果。本文采用基于物理的建模方法得到较真实的近岸海浪的运动序列,然后利用这个结果进行实时的绘制,可以达到较为逼真的效果。

## 1 近岸海浪的建模

目前常用的近岸海浪模拟的物理模型有:折射模型、缓坡方程模型、Boussinesq类方程模型、N-S方程模型、能量平衡模型等<sup>[13]</sup>。这几类模型比较见表1。

表 1 几种常用近岸模型比较

Tab. 1 Comparison of several near-shore wave models

模型类别	建模原理	适合模拟现象	适用海域范围
折射模型	Snell定律	折射	数百公里的缓变地形海域
缓坡方程模型	质量和动量守恒	浅化、折射、绕射	数十公里的天然海域
Boussinesq类方程模型	质量和动量守恒	浅化、折射、绕射、反射	数公里的港口附近的浅水海域
N-S方程模型	质量和动量守恒	流体细节	数十米任意地形海域
能量平衡模型	能量守恒	风能摄入	数百公里的近海和大洋

基于Boussinesq方程的模型能够反映近岸海浪运动的各种变形,又能模拟较大的区域,因此用Boussinesq方程来求解近岸海浪的运动。

### 1.1 使用的 Boussinesq 方程

除特别规定外,文中采用如下符号: $x, y$ 为笛卡儿坐标; $t$ 为时间; $d$ 为静水深; $\xi$ 为静水面以上波面高程; $h$ 为总水深( $=d+\xi$ ); $P, Q$ 分别为 $x, y$ 方向流量密度; $F_x, F_y$ 分别为 $x, y$ 方向水平压力项; $B$ 为Boussinesq色散系数; $C$ 为谢才系数; $g$ 为重力加速度( $9.81 \text{ m/s}^2$ ); $n$ 为孔隙率; $\alpha$ 为多孔介质中层流摩擦系数; $\beta$ 为多孔介质中紊流摩擦系数。

使用的增强型 Boussinesq 方程为

$$n \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$n \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{P^2}{h} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{PQ}{h} \right] + n^2 gh \frac{\partial \xi}{\partial x} + F_x + n^2 P \left[ \alpha + \beta \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{h} \right] + \frac{gP \sqrt{P^2 + Q^2}}{h^2 C^2} + n \phi_x = 0 \quad (2)$$

$$n \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{Q^2}{h} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{PQ}{h} \right] + n^2 gh \frac{\partial \xi}{\partial y} + F_y + n^2 Q \left[ \alpha + \beta \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{h} \right] + \frac{gQ \sqrt{P^2 + Q^2}}{h^2 C^2} + n \phi_y = 0 \quad (3)$$

Boussinesq 色散项  $\Psi_x$  和  $\Psi_y$  定义为

$$\begin{aligned} \Psi_x = & - \left[ B + \frac{1}{3} \right] d^2 (P_{xxt} + Q_{xyt}) - nBgd^3 (\xi_{xx} + \xi_{yy}) - \\ & dd_x \left[ \frac{1}{3} P_{xt} + \frac{1}{6} Q_{yt} + nBgd \left( 2\xi_x + \xi_y \right) \right] - \\ & dd_y \left[ \frac{1}{6} Q_{xt} + nBgd \xi_y \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Psi_y = & - \left[ B + \frac{1}{3} \right] d^2 (Q_{yyt} + P_{xyt}) - nBgd^3 (\xi_{yy} + \xi_{xx}) - \\ & dd_y \left[ \frac{1}{3} Q_{yt} + \frac{1}{6} P_{xt} + nBgd \left( 2\xi_y + \xi_x \right) \right] - \\ & dd_x \left[ \frac{1}{6} P_{yt} + nBgd \xi_x \right] \end{aligned} \quad (5)$$

式中, 下标  $x, y$  和  $t$  表示相应的空间和时间的偏导。

水平压力项  $F_x, F_y$  使用压力的梯度表示:

$$F_x = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} v_i \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} v_i \left( \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right] \quad (6)$$

$$F_y = - \left[ \frac{\partial}{\partial y} v_i \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} v_i \left( \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \right) \right] \quad (7)$$

式中,  $v_i$  是水平涡粘性系数。

### 1.2 使用的数值方法

使用矩形交错网格有限差分法将上述方程离散求解。交错网格如图 1 所示。标量 (如波面高程  $\xi$ ) 定义在网格点上, 矢量 (如流量密度  $P, Q$ ) 定义在相应方向的两个网格点的中间。在差分采用非迭代交替方向隐式 (ADI) 法。形成的三对角方程采用二重扫描算法 (double sweep algorithm) 求解。

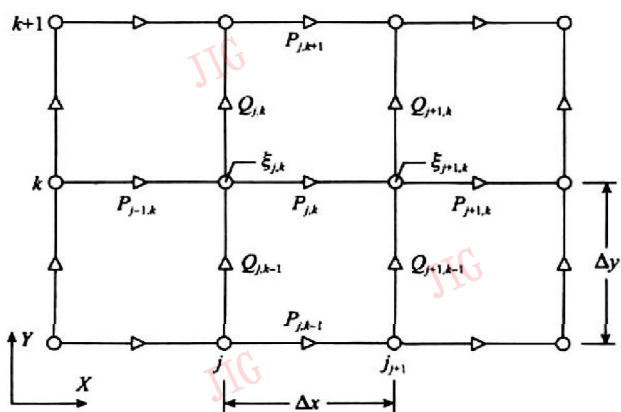


图 1 在  $x-y$  空间的交错网格  
Fig. 1 Staggered grid in  $x-y$ -space

通过求解 Boussinesq 方程, 可以得到模拟区域每个网格点的海面高程和每个网格在  $x, y$  方向的流量。

因为大面积海域的 Boussinesq 方程不能实时求解, 将每一步求得的海面高程作为一个高度场保存

起来, 将每一步  $x, y$  方向的流量作为两个流量场保存起来。

## 2 近岸海浪的绘制

当得到模拟区域一个时间段的高度场序列后, 可以用高度场构成 3D 网格进行绘制。但只计算了一段时间的高度场序列, 因此无法表现海浪运动的“无限性”。为了解决这个问题, 提出了和视频纹理<sup>[14]</sup>类似的方法, 把高度场序列当作一个马尔可夫过程, 通过对高度场序列重建合成无限长度的海浪序列。

### 2.1 海面高度场序列重建

从计算得到的高度场序列中重建绘制序列的第 1 步就是计算每两步高度场之间的相似程度。定义两步间高度场的相似度为

$$D_{ij}^h = \frac{\|h_i - h_j\|_2}{\max(\|h_i - h_j\|_2)} \quad (8)$$

仅用高度场来衡量两步间的相似程度是不够的, 因为两步的高度场可能相似, 但运动方向可能相反。

因此, 再定义两步间运动的相似度为

$$D_{ij}^m = \frac{\|P_i - P_j\|_2 + \|Q_i - Q_j\|_2}{\max(\|P_i - P_j\|_2 + \|Q_i - Q_j\|_2)} \quad (9)$$

两步间的总的相似度为

$$D_{ij} = D_{ij}^h + \delta D_{ij}^m \quad (10)$$

式中, 系数  $\delta$  可调节运动相似度在总的相似度中的比重, 运动越有规律, 则  $\delta$  应越大。

在重建序列的计算过程中, 主要思想就是根据  $D_{i+1,j}$  的值来寻找第  $i$  步可能的后继步  $j$ 。  $D_{i+1,j}$  越小, 可以认为第  $i+1$  步和第  $j$  步的相似程度越高, 那么第  $i$  步之后就有越大的可能跳转到第  $j$  步。

利用一个指数函数将计算出来的相似度矩阵  $D$  映射到一个跳转概率矩阵  $T$ :

$$T_{ij} \propto \exp(-D_{i+1,j}/\sigma), \quad (11)$$

式中, 参数  $\sigma$  用来控制两步间的距离到一个相关跳转的概率。如果  $\sigma$  值取较小的值, 表明更加强调跳转的质量, 只希望能够获得质量比较高的跳转结果。相反, 如果  $\sigma$  取大的值表明可以容忍质量较差的跳转, 这样可用的跳转结果会比较多。概率矩阵  $T$  的每一行元素都需要标准化从而使得  $\sum_j T_{ij} = 1$ 。

还可以对概率矩阵  $T$  进一步改进, 类似于 Schödl<sup>[14]</sup> 等人的方法。

在绘制时可以使用两种方法: 随机绘制和循环绘制。随机绘制就是根据概率矩阵  $T$  决定下一步的高度场, 循环绘制就是根据概率矩阵  $T$  找到指定长度的一个最优高度场序列后, 循环绘制这个序列。

### 2.2 海面的几何与光照

为了提高绘制速度, 不是直接绘制前面计算出的海面高度场, 而是把它作为顶点纹理。真正用来绘制的海面几何体采用了视点相关的海面网格。通过对顶点纹理采样得到网格点的海面高度值。可以使用两种视点相关的海面网格, 一种是投影网格, 一种是放射网格, 如图 2 所示。投影网格方法将视平面上的均匀网格投影到海平面上, 具有自适应 LOD (level of detail) 效果。放射网格是以视点的水平坐标为中心的同心圆网格, 离视点越近, 则网格越密, 离视点越远则网格越疏, 不需要额外的计算便可达到 LOD 效果。

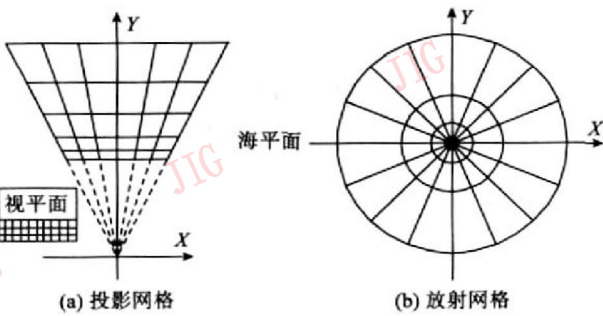


图 2 投影网格和放射网格  
Fig. 2 Projected grid and radial grid

海面的光照主要由反射光和折射光组成:

$$C_{\text{surface}} = F(\theta)C_{\text{reflect}} + (1 - F(\theta))C_{\text{refract}} \quad (12)$$

式中,  $C_{\text{surface}}$  是海面的颜色,  $C_{\text{reflect}}$  是来自海面以上光线反射的颜色,  $C_{\text{refract}}$  是来自海面以下光线折射的颜色,  $F(\theta)$  是 Fresnel 项,  $\theta$  是视线与海面的夹角。

反射颜色主要来自 3 个部分: 天空、太阳和局部反射:

$$C_{\text{reflect}} = C_{\text{sky}} + C_{\text{sun}} + C_{\text{localreflect}} \quad (13)$$

式中,  $C_{\text{sky}}$  是天空包围盒的反射颜色,  $C_{\text{sun}}$  是太阳高光的反射颜色,  $C_{\text{localreflect}}$  是离视点较近物体的反射颜色。

折射颜色由水体本身的颜色和水中物体的折射颜色组成:

$$C_{\text{refract}} = (e^{-atten * dist})C_{\text{object}} + (1 - e^{-atten * dist})C_{\text{water}} \quad (14)$$

式中,  $C_{\text{object}}$  是海面下物体的折射颜色,  $C_{\text{water}}$  是海水

本身的颜色,  $atten$  是衰减系数,  $dist$  是物体到水面的距离。

在波浪破碎的地方还融合了泡沫纹理:

$$C_{\text{final}} = S(h)C_{\text{surface}} + (1 - S(h))C_{\text{foam}} \quad (15)$$

$$S(h) = \text{saturnate} \left[ \frac{h - h_0}{h_{\text{max}} - h_0} \right] \quad (16)$$

式中,  $C_{\text{final}}$  是海面最终的颜色,  $C_{\text{foam}}$  是海面泡沫的颜色,  $S(h)$  是泡沫的浓度项,  $h$  是海面的高程, 海面越高泡沫越浓。

### 3 算法实现

整个算法的基本流程如图 3 所示。总体上可分为两大部分: 预计算和实时绘制。

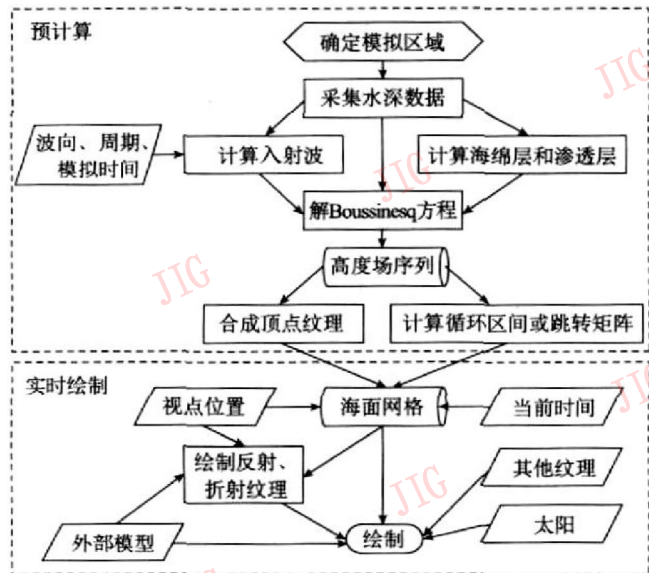


图 3 系统流程图

Fig. 3 System overview diagram

预计算时, 根据采集的水深计算模拟的入射波的范围, 再指定具体的入射波参数。在边界处设一定厚度的海绵层用来消波, 还可以在有孔隙的边界处设渗透层模拟波浪透过边界继续传播的效果。通过解 Boussinesq 方程得到高度场序列, 然后把高度场合成为浮点纹理并计算最优循环序列或跳转矩阵。

在绘制时, 根据视点的位置和运行时间在 GPU 的顶点程序中通过对高度场纹理采样得到当前海面顶点的高度值, 然后根据顶点坐标计算顶点的法向。为了保证海面的光滑, 在对顶点纹理采样时进行了三线性插值。为了模拟海面上的细小波纹, 在 GPU 的片段程序中通过凹凸纹理对海面的法向进行了扰

动。为了模拟波浪破碎后的泡沫,在波浪破碎的地方融合了泡沫纹理。

### 4 实验结果

在 Windows XP 平台上,使用大连海事大学的海神矢量化电子海图制作系统采集了大连湾 9 000 m × 8 100 m 的水深数据,网格间距 4.5 m,网格数为 2 000 × 1 800。图 4 为采集的结果。

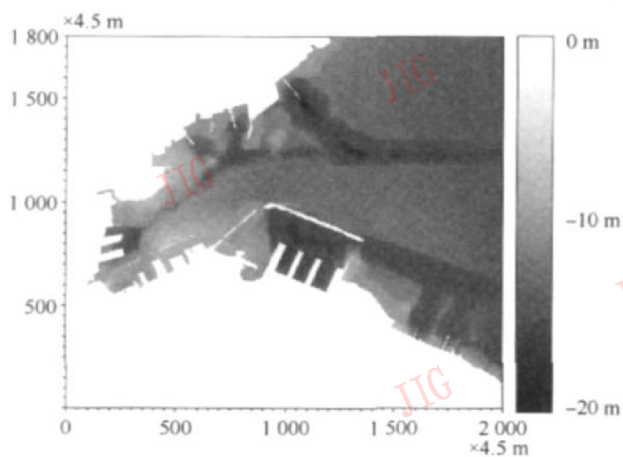


图 4 大连湾的水深  
Fig. 4 Water depth of Dalian bay

计算的入射波的波高为 4 m,波浪周期为 12 s,波浪从正东入射。通过求解 Boussinesq 方程得到海面高度场序列。计算结果的网格数为 1 000 × 900 网格间距 9 m。图 5 为规则入射波生成的一个海面高度场。图 6 为不规则入射波生成一个海面高度场。从图中可以明显地看到波的折射、衍射和反射效果。

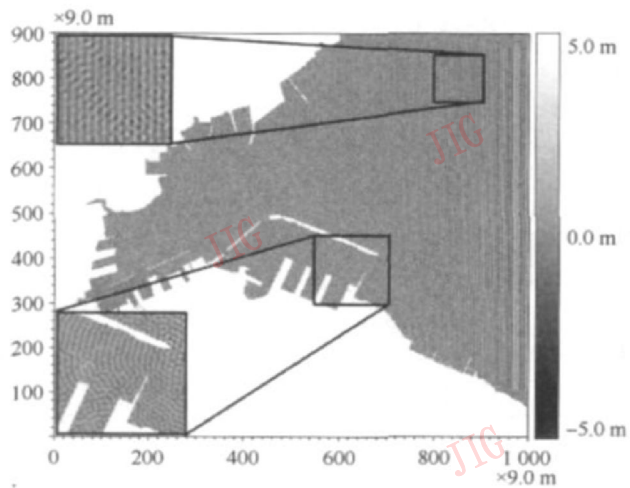


图 5 规则波生成的海面高度场  
Fig. 5 Height field of the sea generated by regular waves

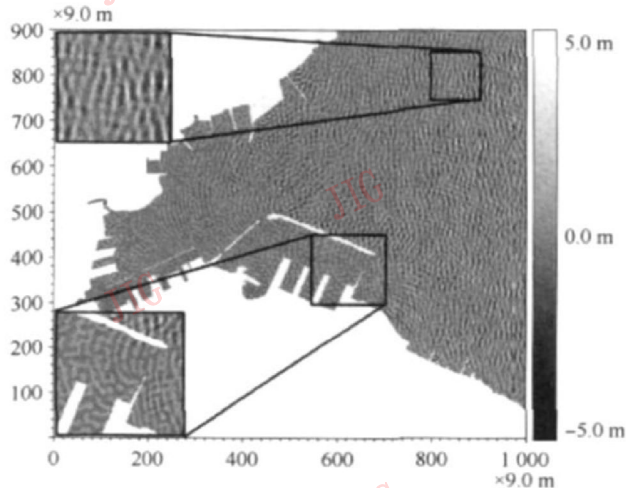


图 6 不规则波生成的海面高度场  
Fig. 6 Height field of the sea generated by irregular waves

从这个序列中计算出最优循环的 9 步,将其合成为 9 个高度场纹理,每个纹理的大小为 1 024 × 1 024 像素。在绘制海面时采用视点相关的放射状网格,网格的大小为 128 × 128。

采用 Visual C++ 2005 和 Open Scene Graph 2.6 编程进行绘制, GPU 编程采用 GLSL 语言。实验机器的配置为 Dual Core Intel Core 2 2.66 GHz CPU, 1 GB 内存, WinFast PX7900 GTX Extreme 显卡,显示器分辨率为 1 024 × 768 像素。

没有岸上的物体时,整个场景的平均绘制速率为 640 帧 /s,绘制效率非常高。加入岸上物体后,根据视锥体中物体的多少,绘制速率为 68~ 600 帧 /s。加入岸上物体后帧速率变化较大的原因是由于岸上的模型没有进行 LOD 处理(这不是本文的研究内容)。

图 7 为规则入射波绘制的结果,从上到下,视点依次为外海,港口和港内。从绘制的结果可以看出从外海到港内,海浪有明显的区别:外海为波高较高的长峰波,港口附近为波高中等的不规则波,而港内被防波堤挡住的部分只细小的微波。

### 5 结 论

通过求解 Boussinesq 方程,得到模拟海区有限时间内较准确的海浪运动,再对海面高度场序列重建,合成“无限长”的海浪运动序列,真实地模拟了该区域海面的运动。在绘制时采用视点相关的海面网格,并充分利用 GPU 的特性,从而达到实时绘制的效果。



(a) 外海



(b) 港口



(c) 港内

图 7 绘制结果

Fig.7 Rendering results

由于使用 2D Boussinesq 方程求得的高度场来表示海面, 未能表现真实的海浪卷曲效果。今后将研究如何将 3D 效果和 2D 效果结合起来, 以表现更加真实的海面。在绘制方面还可考虑增加浪花飞溅等效果。

## 参考文献 (References)

- [1] Peachey D R. Modeling waves and surf[ J]. Computer Graphics 1986 20(4): 65-74.
- [2] Fournier A, Reeves W T. A simple model of ocean waves[ J]. Computer Graphics 1986 20(4): 75-84.
- [3] Ts'o P Y, Barsky B A. Modeling and rendering waves Wave-tracing using beta-splines and reflective and refractive texture mapping[ J]. ACM Transactions on Graphics 1987, 6(3): 191-214.
- [4] Jeschke S, Birkholz H, Selmann H. A procedural model for interactive animation of breaking ocean waves[ EB/OL]. (2003-02-05) [2008-06-01]. [http://w.scg.zcu.cz/w.scg2003/Papers\\_2003/K11.pdf](http://w.scg.zcu.cz/w.scg2003/Papers_2003/K11.pdf)
- [5] Pi Xuexian, Yang Xudong, Li Sikun, et al. Simulation of wave and water surface near the seashore[ J]. Chinese Journal of Computers 2007, 30(2): 324-329. [皮学贤, 杨旭东, 李思昆, 等. 近岸水域的波浪与水面仿真[ J]. 计算机学报, 2007, 30(2): 324-329.]
- [6] Kass M, Miller G. Rapid stable fluid dynamics for computer graphics[ J]. Computer Graphics 1990 24(4): 49-57.
- [7] Foster N, Metaxas D. Realistic animation of liquids[ J]. Graphical Models and Image Processing 1996 58(5): 471-483.
- [8] Enright D, Marschner S, Fedkiw R. Animation and rendering of complex water surfaces[ J]. ACM Transactions on Graphics 2002 21(3): 736-744.
- [9] Takahashi T, Fujii H, Kunimatsu A, et al. Realistic animation of fluid with splash and foam[ J]. Computer Graphics Forum, 2003, 22(3): 391-400.
- [10] Mihalef V, Metaxas D, Sussan M. Animation and control of breaking waves [ C ] // Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. Grenoble, France Eurographics Association, 2004 315-324.
- [11] Wang Q, Zheng Y, Chen C, et al. Efficient rendering of breaking waves using MPS method[ J]. Journal of Zhejiang University-Science A, 2006 7(6): 1018-1025.
- [12] Tessendorf J. Interactive water surfaces [ M ] // Game Programming Gems. Rockland MA, USA: Charles River Media Inc. 2004 265-273.
- [13] Feng Mang, Sha Wenyu, Zhou Shouxian. Study on some numerical methods calculating waves in shore [ J ]. Marine Forecasts 2003 20(1): 52-59. [冯芒, 沙文钰, 朱首贤. 近岸海浪几种数值计算模型的比较[ J]. 海洋预报, 2003, 20(1): 52-59.]
- [14] Schödl A, Szaliski R, Salesin D H, et al. Video textures[ C ] // Proceedings of the 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques SIGGRAPH. New York, NY, USA: ACM Press 2000 489-498.