

自适应加权镜像阈值层叠滤波器

崔颖 赵春晖 汤春明 张健沛

(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要 与传统的阈值层叠滤波器相比, 镜像阈值层叠滤波器不仅具有低通滤波的特性, 还具有带通和高通的特性。但由于镜像阈值层叠滤波器比传统的阈值层叠滤波器的正布尔函数长度有显著增加, 从而使计算量增加, 为解决这一问题, 提出了一种镜像自适应加权(MAW)算法。该方法充分考虑了镜像阈值分解的特点, 并通过引入自适应领域加权误差准则建立了代价向量, 在迭代过程中, 对代价向量的层叠性进行快速约束, 并判断其收敛性, 最终获得了基于最优正布尔函数的自适应加权镜像阈值层叠滤波器(AWMSF)。为了验证该滤波器的滤噪性能, 对最优AWMSF进行了性能分析, 结果表明, AWMSF在滤除噪声的同时, 能更好地保持图像的细节信息, 并可减少迭代次数, 从而使计算复杂度大大降低。

关键词 镜像阈值分解 层叠滤波器 正布尔函数 自适应加权 图像处理

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2009)07-1279-05

Adaptive Weight Mirrored Threshold Stack Filters

CUI Ying, ZHAO Chun-hui, TANG Chun-ming, ZHANG Jian-pei

(College of Information and Communication, Harbin Engineering University, Harbin 150001)

Abstract Compared to the traditional threshold stack filters, mirrored threshold stack filters have been empowered not only with lowpass filtering characteristics but with bandpass and highpass characteristics as well, but their positive Boolean functions length leads to an increasing restriction during calculation. In order to solve the above problems, this paper proposes a mirrored adaptive weight (MAW) algorithm, which calculates cost vector based on adaptive neighbor weight error criterion (ANWMAE). After cost vector stacking is restricted and its astringency is estimated, the optimal positive Boolean function of stack filters is confirmed to construct adaptive weight mirrored threshold stack filters (AWMSF). In order to testify the filtering capability, AWMSF was simulated, the results show that it can suppress noise and protect the details of image effectively, the number of iterations is reduced and the computing complication is decreased rapidly too.

Keywords mirrored threshold decomposition, stack filters, positive Boolean function, adaptive weight, image processing

1 引言

层叠滤波器(stack filters)是一类基于正布尔函数(positive Boolean function)的非线性数字滤波器, 它具有阈值分解性和层叠特性^[1]。层叠滤波器的优化设计是层叠滤波器理论研究中最为关键的问题, 其可归结为最优正布尔函数的选取。

题, 其可归结为最优正布尔函数的选取。

Coyle 和 Lin 提出了一种基于最小平均绝对误差(MAE)准则优化层叠滤波器, 其可以用最小平均值线性规划的方法阐述^[2]。在这一理论基础上, 学者们提出了许多确定层叠滤波器的其他方法, 如自适应方法^[3]、图搜索算法^[4]等。Yoo 等人基于 MAE 准则, 提出了一种快速算法^[5], 这种算法在滤波窗

基金项目:国家自然科学基金项目(60672034);黑龙江省博士后基金项目(3236301162)

收稿日期:2007-12-01; **改回日期:**2008-04-08

第一作者简介:崔颖(1979~), 女。2006年于哈尔滨工程大学获信号与信息处理专业博士学位, 现在哈尔滨工程大学计算机科学与技术博士后流动站学习。主要研究方向为信号与信息处理。E-mail: cuiying@hrbeu.edu.cn

尺寸较大时,滤除椒盐噪声的效果比较好。现有的仿生学优化算法,如遗传算法、粒子群算法和禁忌搜索算法^[6]等都可以应用到层叠滤波器的优化设计中,但是所需优化时间较长。

镜像阈值层叠滤波器是近年来兴起的一种新型层叠滤波器^[7],其不但具有低通滤波特性,还具有带通和高通的滤波性质,它虽可以有效地处理频率选择方面的问题,但是由于确定镜像阈值层叠滤波器的正布尔函数长度显著增加,导致层叠约束计算量大大增加,因此,通过寻求高效快速的算法来优化设计镜像阈值层叠滤波器就成为一个热门课题。

参考文献[8]介绍了一种镜像阈值层叠滤波器的设计方法,算法的关键是寻找阈值分解后与每一个可能的二进制序列对应的最优期望值,这样就需要大量的时间进行迭代优化,不适合 2 维图像处理。文献[9]针对传统的阈值层叠滤波器,提出了一种快速自适应算法,从而大大降低了迭代次数。文献[10]针对镜像阈值层叠滤波的特点,对该种算法进行改进,提出了一种自适应镜像阈值层叠滤波器,但改进的算法没有考虑领域像素点的影响。本文在镜像阈值分解的基础上,结合自适应邻域加权判决准则,根据判决向量来确定正布尔函数,提出了一种镜像自适应加权(MAW)算法,设计出了一种自适应加权镜像阈值层叠滤波器(AWMSF),该滤波器具有更好的细节保持能力和去除噪声能力,滤波性能得到改善。此外,相对于仿生优化算法,MAW 由于减少了迭代次数,从而提高了算法效率。

2 镜像阈值层叠滤波器特性

镜像阈值分解理论是分析层叠滤波器体系的一种重要的理论工具。假设有这样一个向量 $\mathbf{X} = [X(1), \dots, X(N)]$, 这里 $X(i) \in \{-M, \dots, 0, \dots, M\}$, 向量 \mathbf{X} 的镜像阈值分解是由两部分组成的,其中第 1 部分与传统的阈值分解的定义相关,即

$$\mathbf{x}^{(-M+1)}, \dots, \mathbf{x}^{(0)}, \dots, \mathbf{x}^{(M)}$$

这里 $\mathbf{x}^{(m)}$ 中的第 i 个元素的定义如下:

$$x_i^{(m)} = T^{(m)}(X(i)) = \begin{cases} 1 & X(i) \geq m \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $T^{(m)}(\cdot)$ 表示对信号进行阈值分解, 阈值门限为 m 。第 2 部分为镜像向量的阈值分解, \mathbf{X} 的镜像向量 \mathbf{S} 为

$$\mathbf{S} = [S(1), \dots, S(N)] = [-X(1), \dots, -X(N)]$$

\mathbf{S} 的阈值分解产生了第 2 部分的分解信号 $s^{(-M+1)}, \dots, s^{(0)}, \dots, s^{(M)}$, 这里 $s^{(m)}$ 中的第 i 个元素的定义如下:

$$s_i^{(m)} = T^{(m)}(S(i)) = \begin{cases} 1 & -X(i) \geq m \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

镜像层叠滤波器的第 2 个重要的特性就是层叠特性,即如果经镜像阈值分解后的两个二进制向量 $[\mathbf{x}^{(i)}; \mathbf{s}^{(i)}], [\mathbf{x}^{(j)}; \mathbf{s}^{(j)}] \in \{0, 1\}^{2N}$ 满足下列条件,那么二进制向量就满足镜像局部层叠特性。

$$[\mathbf{x}^{(i)}; \mathbf{s}^{(i)}] \leq [\mathbf{x}^{(j)}; \mathbf{s}^{(j)}] \quad (i \geq j) \text{ 且 } d_{\text{hamming}}([\mathbf{x}^{(i)}; \mathbf{s}^{(i)}], [\mathbf{x}^{(j)}; \mathbf{s}^{(j)}]) = 1$$

3 自适应加权镜像阈值层叠滤波器

最小平均绝对误差准则(MMAE)是信号和图像处理中常用的误差准则,在该准则的基础上提出的邻域加权误差准则(NWMAE),其表达式如下:

$$\begin{aligned} M(S_f) &= E\{NWMAE(\mathbf{D}(t), S_f(\mathbf{X}(t)))\} \\ &= E\left\{NWMAE\left(\sum_{m=-M+1}^M \mathbf{d}^{(m)}(t), \sum_{m=-M+1}^M f(\mathbf{x}^{(m)}(t))\right)\right\} \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{D}(t)$ 为 t 时刻期望信号, $\mathbf{X}(t)$ 为 t 时刻输入信号向量, $S_f(\mathbf{X}(t))$ 为滤波器(S 下角 f 代表 filters,下同)输出信号。

根据信号估计理论和贝叶斯判决理论,式(3)可进一步推导为以下形式:

$$\begin{aligned} M(S_f) &= \sum_{k \in \mathbf{K}(t)} W(k) \sum_{j=1}^{N^*} C(-1, \boldsymbol{\alpha}_j, k) P_f(1/\boldsymbol{\alpha}_j) + \\ &\quad C(1, \boldsymbol{\alpha}_j, k) P_f(-1/\boldsymbol{\alpha}_j) \\ &= \sum_{k \in \mathbf{K}(t)} W(k) \sum_{j=1}^{N^*} C(-1, \boldsymbol{\alpha}_j, k) + [C(1, \boldsymbol{\alpha}_j, k) - \\ &\quad C(-1, \boldsymbol{\alpha}_j, k)] P_f(-1/\boldsymbol{\alpha}_j) \\ &= \sum_{j=1}^{N^*} P_f(-1/\boldsymbol{\alpha}_j) \sum_{k \in \mathbf{K}(t)} W(k) C(\boldsymbol{\alpha}_j, k) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $N^* = 2(3^N) - 2^N$, N 为观测窗尺寸; $C(\boldsymbol{\alpha}_j, k) = C(1, \boldsymbol{\alpha}_j, k) - C(-1, \boldsymbol{\alpha}_j, k)$, $\boldsymbol{\alpha}_j$ 为输入信号的阈值分解信号, $C(-1, \boldsymbol{\alpha}_j, k)$ 为对应位置 k , 当输入信号为 $\boldsymbol{\alpha}_j$ 时, 实际信号为 1 而判决为 -1 的误判代价; $C(1, \boldsymbol{\alpha}_j, k)$ 为对应位置 k , 当输入信号为 $\boldsymbol{\alpha}_j$ 时的实际信号为 -1 而判决为 1 的误判代价。 $P_f(1/\boldsymbol{\alpha}_j)$ 为输入为 $\boldsymbol{\alpha}_j$ 时, 输出为 1 的概率; $P_f(-1/\boldsymbol{\alpha}_j)$ 为输入为 $\boldsymbol{\alpha}_j$ 时, 输出为 -1 的概率。 $\mathbf{K}(t)$ 表示滤波窗截取矩阵位置的下标集合。

滤波窗口内各点的权值是根据该点与滤波窗口

中心点的灰度值之差以及该点与滤波窗内图像灰度平均值之差确定的,这样每滑动一次滤波窗,该窗口中的信号点的权值就会根据此时窗口的信息自适应地变化,不需要预先设定,从而使邻域加权过程简化。对自适应加权算子设计时,在保证窗口内某点的灰度值越接近该区域中心点的灰度值,其权值越大^[11]的同时,又将各点与滤波图像的相关性考虑在内,这样就既能尽可能地保持中心像素的灰度值,同时又能将窗口内其他像素的灰度值变化考虑在内,以便较好地抑制噪声。具体算法如下:

(1) 首先将滤波窗内各像素的灰度值与窗口中心像素的灰度值以及图像灰度的平均值之差取绝对值,记为

$$r_1(i, j) = |X(i, j) - X((m + 1)/2, (n + 1)/2)|$$

$$r_2(i, j) = |X(i, j) - \text{mean2}(X)|$$

(2) 计算各权值的大小,根据公式

$$w(i, j) = \frac{1}{(1 + r_1^2(i, j))(1 + r_2^2(i, j))}$$

(3) 将权值进行归一化处理归一化权值

$$W(i, j) = \frac{w(i, j)}{\text{sum}(w)}$$

自适应加权镜像阈值层叠滤波器是以自适应加权准则为基础的,并根据判决向量的计算及收敛性的判断来得出最终的正布尔函数,这里的判决向量通过权值和代价向量共同计算,记为 G 。

初始化 $G = 0$,并训练 G ,迭代的具体过程:在 t 时刻对输入图像取窗值,先通过滤波窗内各像素点间的关系计算归一化权值向量 W ,窗中心点的位置为 k ,然后通过镜像阈值分解计算代价向量 C ,最后根据代价向量和权值计算判决向量 G 。

设 $\alpha_j = [x_j; s_j]$ 为 t 时刻输入图像的二进制窗向量,若期望图像对应的二进制取值为 0,则 $C(\alpha_j, k) = C(\alpha_j, k) - 1$,否则 $C(\alpha_j, k) = C(\alpha_j, k) + 1$,代价向量 $G_t = \sum_{k \in K(t)} W(k)C(k)$ 。

由于判决向量 G 只有 N^* 位是起作用的,所以在约束层叠性时,首先应判断当前的二进制向量是否出现在镜像阈值分解的输出端。

层叠性约束准则具体为:如果 i, j 满足 $j - i = 2^{m-1} (m = 1, \dots, 2N)$,即汉明距离 $d_{\text{hanming}}(x_i, x_j) = 1$,并且向量 $x_l \wedge s_l$ 或其取反 $\bar{x}_l \wedge \bar{s}_l$ 中 $+1$ 的个数为 0,即汉明权值 $W_{\text{hanming}}(x_l \wedge s_l) = 0$ 或 $W_{\text{hanming}}(\bar{x}_l \wedge \bar{s}_l) = 0$,其中 $l \in \{i, j\}$,如果 $G_i^n > G_j^n$,说明层叠性被破坏,则

$$\begin{cases} G_i^{(n+1)} = [(G_i^{(n)} + G_j^{(n)})/2] \\ G_j^{(n+1)} = [(G_i^{(n)} + G_j^{(n)})/2] \end{cases} \quad (5)$$

否则

$$\begin{cases} G_i^{(n+1)} = G_i^{(n)} \\ G_j^{(n+1)} = G_j^{(n)} \end{cases} \quad (6)$$

式中, $n \in \{0, 1, \dots, 2N - 1\}$ 表示每代层叠性约束的次数, N 为滤波窗尺寸。先将约束后的判决向量 G 在 0 处通过阈值分解来得到正布尔函数;然后判断该正布尔函数是否收敛,即两代正布尔函数是否一样,如果不收敛,则 $G^{(L+1)} = G^{(L)} + G$,其中 L 为迭代次数;最后根据式(5)和式(6)进行层叠性约束,直到收敛为止,即得到由最终的正布尔函数确定的自适应加权镜像阈值层叠滤波器。

4 实验结果与分析

利用本文提出的算法设计了 3×3 大小的滤波窗的镜像阈值层叠滤波器(AWMSF),对不同噪声概率下的图像进行滤噪实验,并与传统的自适应阈值层叠滤波器(ATSF)、传统的自适应加权阈值层叠滤波器(AWTSF)和自适应镜像阈值层叠滤波器(AMSF)的滤波结果进行比较,用于训练的原始图像分别为 256×256 分辨率船图和 Lena 图、 150×150 分辨率海港图和 cameraman 图(如图 1 所示)。



图 1 原始训练图像

Fig. 1 Original training image

由于噪声的存在会影响图像的视觉效果,而滤除噪声主要是将图像的高频成分滤除,但图像的细节,如边缘等也分布在高频区域,因此需要在较好地保持图像细节的同时,尽可能多地去除噪声。表 1 给

出了 4 种滤波器恢复的图像与期望图像间的 MAE 值和 MSE 值,MAE 和 MSE 的计算公式为

$$MAE = E[|D - S_f(X)|]$$

$$MSE = E[(D - S_f(X))^2]$$

表 1 AWMSF、AMSF、AWTSF 和 ATSF 的比较

Tab. 1 Comparison of AWMSF AMSF AWTSE and ATSE

噪声概率	滤波器名	256 × 256 分辨率的船图		150 × 150 分辨率的海港图		256 × 256 分辨率的 Lena 图		150 × 150 分辨率的 cameraman 图	
		MAE 值	MSE 值	MAE 值	MSE 值	MAE 值	MSE 值	MAE 值	MSE 值
0.1	AWMSF	1.877 5	47.323	2.356 5	64.442	1.518 7	31.801	2.327	75.898
	AMSF	1.827 2	51.372	2.341 7	67.094	1.475 8	35.697	2.206 8	83.636
	AWTSF	2.485 5	69.649	2.876 4	100.6	2.344 8	65.202	2.579 4	109.28
	ATSF	2.423 5	100.93	2.817 6	114.01	2.259 2	95.912	2.550 8	122.33
0.15	AWMSF	2.547	78.293	3.171 6	92.838	2.086 2	50.024	3.219 6	118.68
	AMSF	2.495	81.619	3.158 8	98.708	2.067 5	54.472	3.065 7	135.22
	AWTSF	3.211 5	124.82	3.916 2	139.53	3.084 9	103.87	3.594 4	157.65
	ATSF	3.200 3	132.02	3.873 6	157.73	3.044 1	117.94	3.575 6	177.06

MAE 值反应了滤波器的细节保持能力;MSE 值反应了滤波器滤除噪声的能力,通过这两个数据就可以对滤波器的性能进行定性分析。通过表 1 数据分析可以得出以下结论:本文在自适应邻域加权准则下构造的 AWMSF 对噪声更为敏感,即具有最小的 MSE 数值。AWMSF 的细节保持能力仅次于 AMSF,体现在 MAE 数值略大于 AMSF,但是数值相差不大。总而言之,AWMSF 的滤波性能良好,即具有更好的细节保持能力和滤除噪声能力。

相对于传统的阈值分解,镜像阈值分解具有更好的频率选择能力,不但具有低通滤波的能力,还具有高通和带通的特性,为了更直观地说明 AWMSF 的滤波性能,图 2 分别列出了噪声概率为 15% 时,AWMSF 和 AMSF 的恢复图像(原始训练图像为 256 × 256 分辨率的船图)。由该图可以清楚地看到,虽然同是基于镜像阈值分解,但 AWMSF 在保护图像细节的同时,还具有更加良好的滤除噪声的能力,虽然细节信息略有损失,但对视觉影响不明显。



(a) 添加15%噪声的图像



(b) AMSF恢复图像



(c) AWMSF恢复图像

图 2 AMSF 与 AWMSF 的恢复图像

Fig. 2 Filtering image of AMSF and AWMSF

除了可根据 MAE 和 MSE 数值来判断滤波器的性能之外,也可以利用与原图像的相关系数 K 和峰

值信噪比 (PSNR) 来衡量分析,表 2 列出了 4 种滤波器的相关系数 K 和峰值信噪比的数值,此时的训练

图像为 256×256 分辨率的船图,噪声概率为 10%。相关系数 K 和峰值信噪比的具体表达式为

$$K = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (D(i,j) - \bar{D})(y(i,j) - \bar{y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (D(i,j) - \bar{D})^2)(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y(i,j) - \bar{y})^2)}}$$

$$PSNR = 10 \times \lg \frac{(f_{\max} - f_{\min})^2}{MSE}$$

其中, $\bar{D} = \text{mean2}(\mathbf{D})$, $\bar{y} = \text{mean2}(\mathbf{y})$, \mathbf{D} 为期望图像, \mathbf{y} 为输出图像, f_{\max} 、 f_{\min} 分别对应图像灰度的最大值和最小值(通常取 255 和 0)。

表 2 不同滤波器滤波后恢复图像的相关系数和峰值信噪比比较

Tab. 2 Comparison of K and $PSNR$

	AWMSF	AMSF	AWTSF	ATSF
K	0.994 94	0.994 77	0.991 81	0.991 56
$PSNR(\text{dB})$	31.38	31.02	29.70	28.09

相关系数越大,说明输出图像越接近于原始图像,从表 2 的数据可知,4 种滤波器的相关系数都比较接近,AWMSF 相关性最好;峰值信噪比越大,说明滤波器抑制噪声的能力越强,从表 2 的数据可知,4 种滤波器中,AWMSF 抑制噪声的能力是最好的。总而言之,AWMSF 具有良好的抑制噪声的能力,且滤波处理后的图像与原图像相关性较好。

此外,当滤波窗尺寸选取一致时,MAW 可克服仿生学算法(遗传算法、克隆选择算法等)迭代次数多和收敛速度慢的缺点,当滤波窗尺寸为 3×3 时,迭代 2 次便可得到由最优的正布尔函数构建的镜像阈值层叠滤波器,共进行 2 次层叠性的约束。由于滤波窗尺寸越小,判决向量中违反层叠性的元素越少,因此滤波窗取值不大时,自适应算法可更快收敛,从而可有效地节省优化时间。

5 结论

针对镜像阈值层叠滤波器的优化设计存在计算量大的问题,本文提出了一种镜像自适应加权算法,该算法利用迭代过程中约束代价向量的层叠性,并判断其收敛性,最终获得了正布尔函数,大大降低了迭代次数,从信息处理实效性的角度来看,具有很大

的现实意义。该算法若能进行并行运算,则可更大程度地提高算法效率。同时通过引入邻域加权准则,将滤波窗内各像素点的影响考虑在内。通过试验结果证明,AWMSF 具有更好的细节保持能力和滤除噪声的性能,且与原图像有良好的相关性,从而为镜像阈值层叠滤波器的设计研究提供了一种崭新的方法。

参考文献 (References)

- Wendt P D, Coyle E J. Stack filters [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing, 1986, **34**(1): 898-911.
- Coyle E J, Lin J H. Stack filters and the mean absolute error criterion [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1988, **36**(8): 1244-1254.
- Lin Jean-hsang, Sellke Thomas M, Coyle Edward J. Adaptive stack filtering under the mean absolute error criterion [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1990, **38**(6): 938-954.
- Chen Zhi-ming, Han Chin-chuan, Fan Kuo-chin. Finding of optimal stack filter by using graphic searching methods [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, **45**(7): 1857-1861.
- Yoo Ji-sang, Fong Kelvin L, Huang Jr-Jen, et al. A fast algorithm for designing stack filters [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, **8**(8): 1014-1028.
- Wang Ling. Intellectual Optimization Algorithm and Applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001: 62-78. [王凌. 智能优化算法及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001: 62-78.]
- Paredes Jose L, Arce Gonzalo R. Stack filters, stack smoothers, and mirrored threshold decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, **47**(10): 2757-2767.
- Paredes Jose L, Arce Gonzalo R. Optimization of stack filters based on mirrored threshold decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, **49**(6): 1179-1188.
- Zhang Wen-cheng. Research on Optimization Theory and Algorithms of Stack Filters [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2004: 26-33. [张文成. 层叠滤波器优化理论论算法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2003: 26-33.]
- Cui Ying, Zhao Chun-hui. Optimization of stack filters based on mirrored threshold decomposition [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2006, **27**(6): 904-907. [崔颖, 赵春晖. 基于镜像阈值分解的层叠滤波器优化 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2006, **27**(6): 904-907.]
- Zhang Heng, Lei Zhi-hui, Ding Xiao-hua. An improved method of median filter [J]. Journal of Image and Graphics, 2004, **9**(4): 408-411. [张恒, 雷志辉, 丁晓华. 一种改进的中值滤波算法 [J]. 中国图象图形学报, 2004, **9**(4): 408-411.]