

多进制小波的遥感影像融合对比分析

刘芳^{1),2)} 王智勇²⁾ 季统凯^{3),4),5)}

¹⁾(中国科学院遥感应用研究所,北京 100101) ²⁾(21世纪空间技术应用股份有限公司,北京 100096)

³⁾(北京大学地球与空间科学学院,北京 100871) ⁴⁾(中国科学院计算机所,北京 100190)

⁵⁾(广东电子工业研究院,东莞 523808)

摘要 提出了利用多进制小波进行融合的方案,目标是为了深度挖掘小波在遥感影像像素级融合方面的应用。采用多进制小波进行融合的优势是在减少能量损失的前提下使高频分量的分解方向更加细化,重构时频段组合更加灵活。首先从理论方面阐述了多进制小波和二进小波(包)的异同,通过对比分析在像素级遥感影像融合实验结果,同时结合目视效果和多种评价指标,发现对于中分辨率——北京一号遥感影像,用多进制($M=4$ 时)db5小波对全色和多光谱遥感影像进行融合的效果不亚于采用二进小波(包)的融合效果。实验结果表明,小波融合的效果取决于小波基的选取、分解级数,也因处理对象而不同,但在采用相同的小波基的基础上,多进制小波比二进小波(包)融合效果在目视效果和融合指标两方面都略胜一筹。其为小卫星数据在中国水资源、灾害、考古等领域的重点应用推广的数据处理方面打下基础,同时可为其他不同分辨率遥感影像的类似处理起到示范作用。

关键词 北京一号影像 像素级融合 多进制小波 融合机制比较

中图法分类号: TP751 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)08-1480-08

Comparison and Analysis of Remote Sensing Image Fusion Using M-Band Wavelet

LIU Fang¹⁾, WANG Zhi-yong²⁾, JI Tong-kai^{3),4),5)}

¹⁾(Institute of Remote Sensing Applications, Chinese Academy of Science, Beijing 100101) ²⁾(Beijing Twenty First Century Co. Ltd., Beijing 100096) ³⁾(School of Earth and Space Sciences, Peking University, Beijing 100871)

⁴⁾(Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Science, Beijing 100190)

⁵⁾(Guangdong Electronics Industry Institute, Dongguan 523808)

Abstract To investigate the fusion application based on multi-band wavelet transformation for remote sensing imagery, this paper presents an introduction to m-band wavelet transformation theory and a typical case in image fusion. Meanwhile, results from dyadic wavelet, dyadic wavelet packet and m-band wavelet transformation are compared; and the experimental results from different image fusion schemes are compared, including substitutive, addictive, as well as weighted models. It has been found that, m-band wavelet-based schemes perform better than dyadic schemes. In a word, it is the only scheme, not the best scheme. That is to say, the results from wavelet-based fusion methods can be improved by choosing more appropriate wavelet bases and more sophisticated models for injecting detailed information; however, there is still a long way to go.

Keywords BJ-1 satellite image, image fusion in pixel level, multi-band wavelet transformation, comparison of fusion schemes

收稿日期:2009-05-20;改回日期:2009-05-27

第一作者简介:刘芳(1981~),女,中国科学院遥感应用研究所地图学与地理信息系统专业博士研究生。主要研究方向为数字图像处理。E-mail:liufang@bjstats.gov.cn

1 引言

遥感数据的融合是处理复合多源遥感影像的技术,综合利用多源影像的特征使结果同时具有较高的光谱和空间分辨率。通常使用的融合方法有 IHS (intensity-hue-saturation) 色彩变换主成分分析 (PCA)、HPF (high pass filter) 高通滤波等。在融合决策的选择方面,按照对图像的处理机制大致可分为像素级、特征级和决策级几类。融合方面的研究现状如下:基于 IHS 方法的融合,基于像素加权的 PCA 融合方法,基于邻域平均梯度的小波融合方法。然而,经典的 IHS 存在着一定缺陷,不同波段的数据具有不同的光谱特性曲线,IHS 融合方法扭曲了原始的光谱特性,产生了不同程度的光谱退化现象或彩色畸变,因而不利于影像的正确识别和分类^[1-2]。PCA 方法同样会导致光谱退化。HPF 方法对滤波器的依赖较大,很难较好地保持高分辨率遥感影像的纹理^[3]。而上述方法结合小波进行融合能很好地解决以上缺点,从理论上来说,小波重构之后信息的能量可以保持完整,因而在实际应用中可将能量损失尽可能降低,这一点可以从图像的熵值看到。近年来,小波在数字图像融合方面具有一定的优势。另外,本文的融合机制采用像素级融合,是因为该层次上的融合准确性最高,相对于其他两种方法能够保证图像的质量,能更有效地验证融合效果^[4]。

小波的发展分为3代。1代小波包括二进小波变换、多尺度分析、matlalt 算法、正交/双正交/半正交小波及其滤波器的构造、小波包等;2代小波包括多小波、多进制小波、实小波、提升法等;3代小波是指一类高级小波,内容包括:(1) Wedgelet;(2) Beamlet;(3) Ridgelet;(4) Curvelet;(5) Contourlet;(6) Bandelet;(7) Shearlet;(8) Platelet;(9) 方向性滤波器组与完美重构;(10) 多尺度几何分析;(11) 小波与 X-Let 等。

二进制小波进行影像融合有良好的时频局部化特征、尺度变化特征、方向变化特征的优势。二进制小波包是在二进制小波的基础上对高频分量逐级分解,从而对信号进行了频带的完整细化分解,在图像融合领域也已证明了小波包方法的有效性^[5]。作为第2代小波变换——多进制小波的出现是将信号分解为 $M \geq 2$ 多个子带信号,在融合方面的优势在

于:(1)待融合的原图像频段可以灵活组合;(2) M 进制可随着原始多光谱和全色影像的空间分辨率之比而定,例如, TM 和 SPOT 的影像融合,可以选择 $M=3$ 的小波进行分解;(3)实际待融合影像的分辨率之比大于2时,减少因多级分解带来的计算代价庞大与能量多余损失问题^[3]。

因此,基于像素级的融合机制,对多进制小波与小波包之间的进行理论和实验方面的对照,本文完成了以下工作:

(1)对多进制小波与二进制小波、小波包之间进行了融合实验比较。对于分辨率是 $1:2^n$ 的图像 ($n \in \mathbf{Z}$),由于后者需要多次进行卷积-下抽样,从实际操作中看,这样会不可避免地带来某些信息的损失。另外,对于分辨率不是 $1:2$ 的图像,多进制小波可以避免预处理中多次重采样带来的能量损失;

(2)在像素级融合的基础上,采用不同形式的融合机制,包括分量替换型、分量线性相加型、分量加权型对多进制小波融合模型;

(3)用主观效果和客观指标方差、能量、联合熵、互信息等作为对融合效果的评估方法;

(4)对多进制小波在融合方向的发展潜力作了前景说明。

2 算法

2.1 多进制小波

多进制小波是由二进制小波发展起来的,源于1993年,又称为 M 进制小波和多带小波(在信号处理领域中称多带小波)^[5]。多进制小波适用的数字信号处理领域有压缩、识别、分割、声学信号处理和融合等。

多进制小波的基本构造理论是多尺度分析。在1维信号的处理中,它对应于1个尺度函数和 $M-1$ 个小波函数 ($M \geq 2$),统称为双尺度函数,表达为

$$\varphi(t) = \sqrt{M} \sum_n h(n) \varphi(Mt - n) \quad (1)$$

$$\psi^{(i)}(t) = \sqrt{M} \sum_n g^{(i)}(n) \varphi(Mt - n) \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, M-1$$

式中, $\varphi(t)$, $\psi(t)$ 分别为低通滤波器和 $M-1$ 个高通滤波器。

利用多尺度分析可以得到空间平方可积函数空间 $L^2(\mathbf{R})$ 的正交分解。信号在频率域分解为低频部

分和高频部分,分解公式

$$A_j(n) = \sum_k h(Mn - k) \cdot A_{j-1}(k) \quad (3)$$

$$D_j^{(i)}(n) = \sum_k g^{(i)}(Mn - k) \cdot A_{j-1}(k) \quad (4)$$

$i = 1, 2, \dots, M - 1$

重构公式

$$A_{j-1}(n) = \sum_k h(n - Mk) \cdot A_j(k) + \sum_{i,k} g^{(i)}(n - Mk) \cdot D_j^{(i)}(k) \quad (5)$$

式中, $A_j(n)$ 是尺度 j 上低频分量, $D_j^{(i)}(n)$ 是尺度 j 上第 i 个高频分量。

M 带小波分解和重构流程图如图 1 所示。

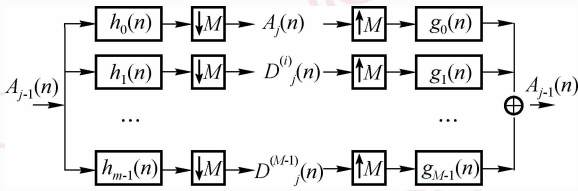


图 1 M 通道滤波器组示意图

Fig. 1 M -channel filter banks of wavelet analysis and synthesis structure

从图 2 可以看到,多进制小波的应用是通过多带滤波器组来实现的,推广到 2 维图像,它的分解和重构综合滤波器可以由两个低通原型滤波器经过余弦调制得到。虽然 M 进制小波有着诱人的前景,

但其滤波器组的构造比较复杂,Vaidyanathan 和他的同事发明了多相位分解技术^[6-7],Koillpullai 对于给定的 1 维信号,利用余弦调制 PR-QMF (perfect reconstruction-quadrature mirror filter) 方法构造 1 个低通滤波器及 $M - 1$ 个高通滤波器^[8],黄达人,毕宁,孙齐或将 M 进制多分辨率分析引入国内并出版了教材,定义了基于正交小波基的 M 进制正交小波和双正交小波,归纳了小波滤波器组的构造方法^[9]。由于余弦调制滤波器组具有结构简单和设计可行等优点,本实验引用国防科技大学成礼智,王红霞等人介绍的基于余弦调制的多进制小波构造滤波器组完成信号的分解和重构,见附录表 1。

2.2 小波包

图像处理领域的小波包分析和小波分析一样采用 Mallet 提出的快速迭代算法。小波包是由许多小波函数构成的集合。设有函数族 $\{\omega_n(x), n \in \mathbf{N}\}$, 它们满足如下关系:

$$\omega_{2n} = \sum_k h_k \omega_n(2x - k) \quad (6)$$

$$\omega_{2n+1} = \sum_k g_k \omega_n(2x - k) \quad (7)$$

基于小波包的分解和重构公式如下:

$$S_{2n,l}^{j-1} = \sum_m h_{m-2l} S_{n,m}^j \quad (8)$$

$$S_{2n+1,l}^{j-1} = \sum_m g_{m-2l} S_{n,m}^j \quad (9)$$

其重构公式如下:

$$S_{n,k}^j = \sum_l p_{k-2l} S_{2n,l}^{j-1} + \sum_l q_{k-2l} S_{2n+1,l}^{j-1} \quad (10)$$

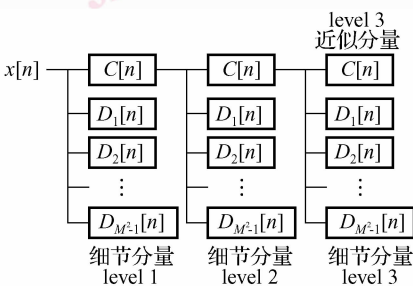
$A_n^{2^j}(f(x)) = \sum_k S_{n,k}^j \cdot \omega_n(2^j x - k)$ 是函数 $f(x)$ 在分辨率为 2^j 的小波包的近似表示。

2.3 对比分析

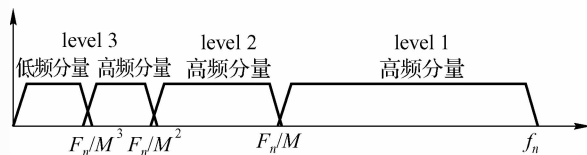
为了便于说明,将二进制小波、二进制小波包、多进制小波的在 2 维图像分解结果进行对比分析。用 $f(i,j)$ 表示 2 维空间, A 表示低频分量, D 表示高频分量,下标代表分解层数 ($L \geq 1$),上标代表方向(如 h,v,d 分别代表高频的水平、垂直、对角方向)。图 3(a) 为 $M=2$ 小波分析,图 3(b) 为 $M=2$ 小波包表示,图 3(c) 为 $M=4$ 进制小波表示。

$M=2$ 小波变换, $L=1$ 时分解生成一个低频分量 A_1 和 3 个方向的高频分量 D_1^h, D_1^v, D_1^d ; 只对低频分量进行逐级分解,如图 3(a) 所示。

$M=2$ 小波包变换,对低频分量和高频分量同时进行逐级分解,分解方向同上,如图 3(b) 所示。



(a) 滤波器组 3 级分解示意图



(b) 频域表示

图 2 制小波 3 级分解示意图

Fig. 2 Three-level one-dimensional discrete wavelet transform

$M=4$ 进制小波变换与前两者不同的是,一次变换可将图像信息分解到 $M \times M$ 个通道上,每一通道分别反映特定方向上的信息,其中包括一个低频分量和 $M^2 - 1$ 个高频分量。相比于二进制小波变换的 2×2 通道分析, M 进制小波变换的划分更为精细,具有更强的方向选择性,更有利于在变换域中进行图像的特征提取,如图 3(c) 所示。

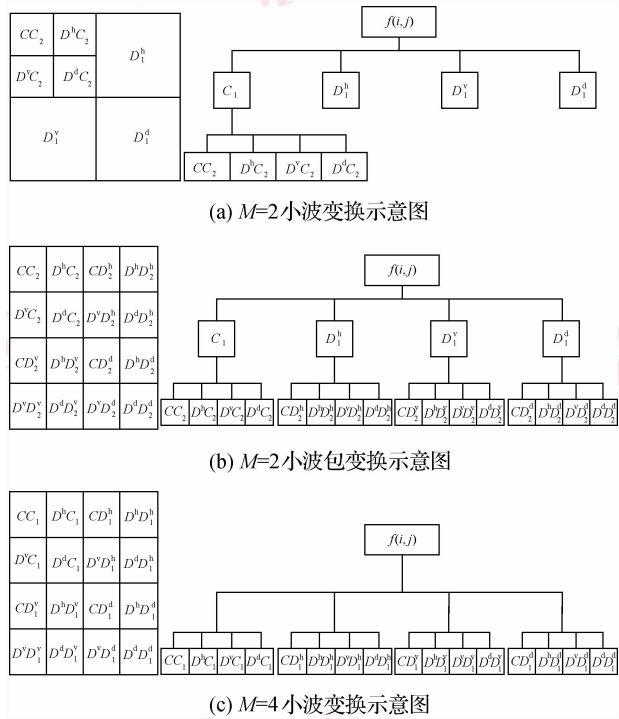


图 3 小波变换示意图

Fig. 3 Wavelet transform chart

在实际运用中, M 进制小波变换是将 1 幅图像分解成 $M \times M$ 个分量,其中一个为低频分量,其余 $M \times (M - 1)$ 个是高频分量,如图 3(c) 所示。当 $M = 4$ 时,它将一幅图像分解成 16 个分量,其中左上角是低频分量,其余 15 个是高频分量,所含信息各有不同。二进制小波包得经过两级分解得到同样数量的分量,重构时能量会不可避免的丢失,如图 3(b) 所示。

3 融合方法

3.1 融合的技术流程

将多光谱和全色影像进行小波分解后按 3 种机制进行融合:分量替换、分量线性求和、分量加权,得

到融合结果。为了更直接体现方法异同带来的效果影响对比,本方法采用像素级融合机制而非特征级或决策级,从而为融合之后的进一步处理提供更全面的信息量。

方法的主要流程如下。

- (1) 配准。采用的二次内插方法,达到亚像素级精度;
- (2) 色彩变换。采用 IHS 色彩变换;
- (3) 直方图匹配。使多光谱影像的 I 波段的灰度分布与全色影像的灰度分布相似;
- (4) 图像分解。对图像进行多进制小波分解;
- (5) 融合。采用分量替换、分量线性求和、分量加权 3 种机制作为融合策略。
- (6) 精度评价。流程图如图 4 所示。

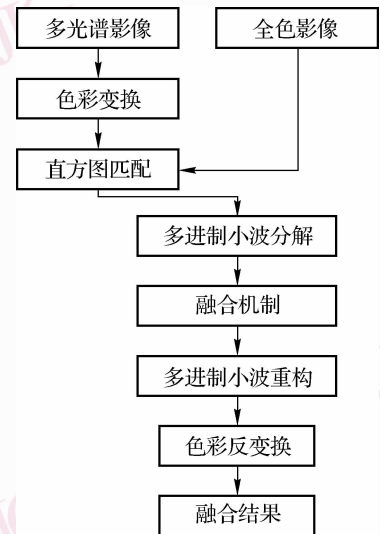


图 4 多进制小波(包)融合算法流程图

Fig. 4 M -band wavelet(packet)-based fusion diagram

3.2 基于 M 小波 ($M \geq 2$) 融合模型

3.2.1 分量替换型小波融合机制

方法的主要流程如下:

- (1) 对 MS 影像进行 IHS 变换,产生 I 分量;
 - (2) 对 PAN 进行基于 I 分量的直方图匹配;
 - (3) 对 I 分量和 PAN 影像进行四进制小波分解,分别生成 16 个分量;
 - (4) 用多光谱的低频分量替换掉全色的低频部分,即保留 I 的低频信息和 PAN 分量的高频信息,进行重构;
 - (5) IHS 逆变换。
- 方法主要流程如图 5 所示。

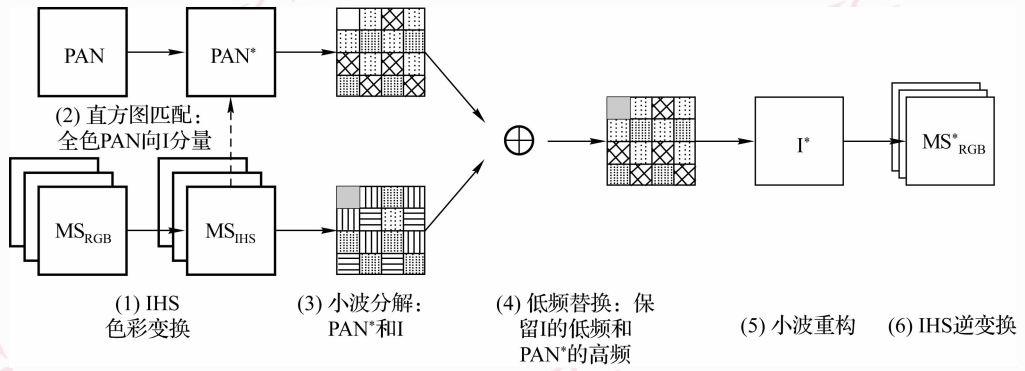


图 5 分量替换型小波融合算法流程图

Fig. 5 Substitutive wavelet fusion diagram

3.2.2 分量线性相加型小波融合机制

方法的主要流程如下:

- (1) 对 MS 影像进行 IHS 变换,产生 I 分量;
- (2) 对 PAN 进行基于 I 分量的直方图匹配;
- (3) 对 I 分量和 PAN 影像进行四进制小波分解,分别生成 16 个分量;
- (4) 在影像融合时,采用 I 和 PAN 的低频分量均值作为融合之后的低频分量,I 的高频分量继续作为融合之后的高频分量,进行重构;
- (5) 进行 IHS 逆变换。

3.2.3 分量加权融合模型

影像融合的目标是产生一张分辨率不低于原始多光谱影像,并且尽可能是接近理想状态的融合影像图。当以上两种模型不能完全取得这种效果,这时须建立模型实现以上目标。

$$P_{NEW}^L = aP_{PAN}^L + bP_{MS}^L, L = C, Di \quad i = 2, 3, \dots, M^2$$

其中, P_{NEW}^L 是融合结果, P_{PAN}^L 是全色 PAN 的子频信息, P_{MS}^L 是多光谱 MS 的子频信息, L 取 A, Di 分别代表低频、高频各方向的分量。分解级数 $level = 1$ 时, 低频分量为 1, 高频分量方向为 $M^2 - 1$ 。系数的选择规则有很多, 可以用 a, b 表示加权因子, 有直接选取系数的, 如基于系数选大, 基于系数绝对值选大, 基于窗口的系数加权, 有基于窗口选取系数的, 如基

表 1 多进制小波分量数量

Tab. 1 N level M-band wavelet: the number of decomposition bands

分解级数	低频分量数量	高频分量数量
1	1	$M^2 - 1$
2	1	$2M^2 - 2$
N	1	$NM^2 - N$

于区域相似度等。

分解级数 $L = k$ 时 ($k = 1, \dots, N$), 将小波分解得到的分量数量用表 1 来说明。

3.3 实验结果及精度评价

3.3.1 实验结果

实验数据采用北京一号 (BJ-1) 携带的传感器获取的中分辨率卫星图像。在实验中, 选择 BJ-1 的 PAN 影像和 MS 影像各一幅, 其中, 全色波段的分辨率为 4 m, 多光谱的分辨率为 32 m, 两者的分辨率之比为 1 : 8。图 6(a) 和图 6(b) 分别为原始图像——分辨率为 32 m 的多光谱影像和分辨率为 4 m 的全色图像。图像显示为北京首都机场航站楼, 获取时间为 2007 年, 像素大小为 $2\ 048 \times 2\ 048, 256 \times 256$ 像素。图 6(c) ~ (e) 为基于不同小波进行分量替换型的融合实验结果。其中, 图 6(c) 采用了基于本文的 $M = 4$ 多进制小波分解后采用分量线性求和融合机制, 图 6(d) 采用的是基于二进制小波“db5”的融合结果, 采用分量线性求和融合机制, 融合机制同上面一样, 图 6(e) 采用的是基于二进制小波包“db5”的融合结果, 也采用分量线性求和融合机制。

3.3.2 主观评价

从视觉效果观察, 图 6(b) 中经 $M = 4$ 小波算法的处理结果空间分辨率较高, 光谱畸变较少, 给人的直观视觉上较好。

3.3.3 客观评价

对于图像质量评估通常采用的指标是方差、偏态、峰值、熵、联合熵, 此外, 引入专用的融合指标像素互信息。这里引用以上 6 种评价指标, 以客观地确定融合结果的优劣。

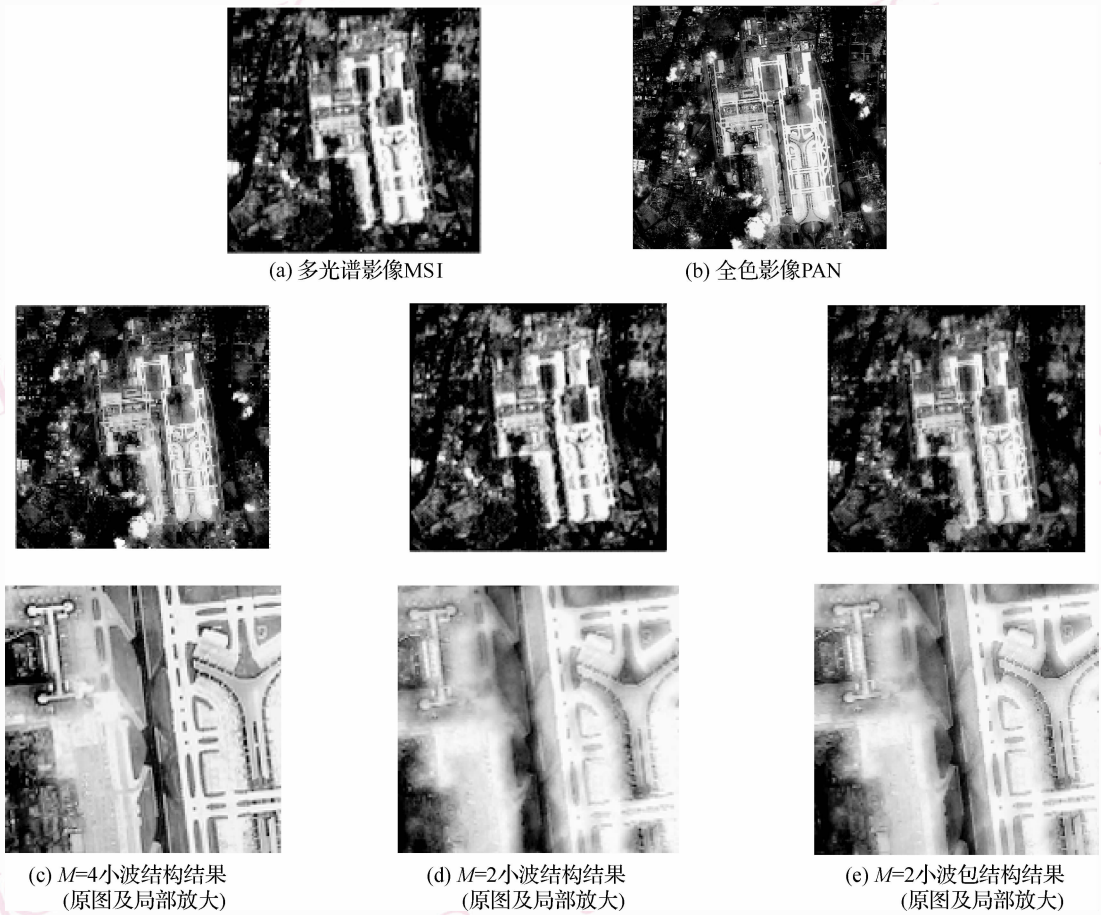


图 6 融合影像对比

Fig. 6 Fusion imagery comparison

(1)均方根误差

$$RSME = \sqrt{\frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\hat{F}(i,j) - F(i,j))^2}$$

式中, M, N 为图像的行数和列数, $\hat{F}(i, j)$ 为融合结果在 (i, j) 处的像素灰度值; $F(i, j)$ 为原始图像在 (i, j) 处的像素灰度值。

(2)熵

$$E(s) = - \sum_{i=0}^{255} P_i \log_2 P_i$$

信息熵是图像平均信息量的评价标准,值越大,表示图像所含的频谱信息越丰富,图像质量越好。

(3)联合熵

联合熵作为评价指标用来度量两幅图像间的差异,联合熵越大,表示图像间的差异越小。

$$E_{I,F}(s) = - \sum_{i=0}^{255} P_i \log(P_{Fi}/P_{Ii})$$

(4)像素互信息

像素互信息作为评价指标描述原始图像和融合后图像间的相似程度,表示得到的融合图像继承原始图像的信息量。MI (mutualinfo information) 值越大,说明融合后图像所含原始图像的信息越多。

$$MI_{FI} = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L h_{F,I}(i,j) \ln \frac{h_{F,I}(i,j)}{h_F(i)h_I(j)}$$

$$MI_{FB} = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L h_{F,B}(i,j) \ln \frac{h_{F,B}(i,j)}{h_F(i)h_B(j)}$$

式中, $h_{F,I}(i, j)$ 为两图像 F, I 中同名像素的灰度值 i, j 的联合概率。

对融合结果的评价指标可定义为:

$$MI_F^{IB} = MI_{FI} + MI_{FB}$$

选取信息熵和相关系数等作为定量评价指标的比较结果如表 2 所示。

表 2 遥感影像融合评价指标

Tab. 2 Evaluation indices of imagery fusion

影像及算法	方差	偏态	峰度	能量	熵	互信息(I, F)	联合熵(I, B)
多光谱影像	4.62	0.90	3.04	0.16	1.99	—	—
全色影像	4.96	0.82	2.84	0.15	2.02	—	—
$M=4$ 小波	3.98	0.84	3.26	0.36	1.93	1.68	15.42
融合影像 $M=2$ 小波	0.65	0.97	2.10	0.17	1.17	0.95	13.43
$M=2$ 小波包	1.12	0.11	3.23	0.33	1.36	1.30	13.78

从表 2 可以看出,方差是反映光谱变化大小的统计特征值。方差越大,表示融合结果所含光谱信息越丰富。表中多进制小波较另外两种方法的方差较大,光谱信息更丰富。

偏态(skewness)和峰值(kurtosis)是反映一组数据集集中趋势和离散程度的两个重要的分布特征,skewness 反映数据分布的形状是否对称,kurtosis 反映分配高耸或宽阔的情况。skewness 越大,那么数值越不对称;kurtosis 值越小,峰值越陡峭,意味着方差越大。从表 2 可以看到,多进制小波融合结果的偏态较小,峰度较大。

能量是反映频率域中影像的能量大小。熵是能

量的对数表示。从表 2 可以看出,原始影像的能量最大,多进制小波的能量与原始影像的能量最为接近。

互信息是反映融合结果继承原始影像信息量的统计值。本文中,用光谱互信息反映像素灰度值间的相关系数。从表 2 可以看出,多进制小波融合结果的互信息值较另外两种方法大。

联合熵是反映融合结果和原始图像相关性的度量。联合熵越大,相关性越好。从表 2 可以看出多进制小波的相关性较另外两个方法的联合熵大。

表 3 为基于 M 小波 3 种融合机制评价指标。

表 3 3 种融合机制的精度指标

Tab. 3 Evaluation indices for three wavelet fusion schemes

融合机制	参数配置	均值	方差	偏态	峰度	能量	熵	互信息	联合熵
分量替换	appro-detail; MS-PAN	4.42	0.54	0.96	3.21	0.32	1.03	0.95	15.81
	appro-detail; PAN-MS	3.71	0.85	0.82	3.30	0.44	1.36	0.59	15.65
取最大值	max	4.49	0.56	0.77	3.48	0.43	1.25	0.70	16.06
分量线性求和 $F = 0.5 \times (I + B)$	mean	4.38	1.12	0.84	3.26	0.36	1.21	0.95	15.42
分量加权 $F = t \times I + (1-t) \times B$	$t = 0.3$	4.29	0.84	0.97	3.24	0.36	1.06	0.60	14.80
	$t = 0.7$	4.93	1.36	0.72	3.42	0.49	1.44	1.53	15.87

注: A, B 为待融合两景影像

4 结 论

本文探究了多进制小波融合方法的应用效果,将 M 进制小波单次分解结果与二进制小波包多次分解结果进行了对照,同样为 16 个分量。重构之后结果显示,在减少能量损失的前提下,多进制小波的融合效果优于小波包融合的效果。其次,本文比较了多进制小波的 3 种像素级融合机制,对低频和高频部分进行替换、线性添加、线性加权三种形式的融合^[10]。为了更直接体现方法异同带来的效果影响对比,本方

法属于像素级,一般情况下,遥感图像非常大,加之是像素级运算,因此计算量会很大。

多进制小波融合不仅可以适应不同分辨率比的遥感影像之间的融合,而且更多地保留了影像的频谱信息,这对于影像的目视判读和自动分类都具有重要的意义。因此,当小波基选择适当,不失为一种有效的融合方法。

致 谢 衷心感谢国防科技大学理学院数学与系统科学系王红霞教授给予的指导和帮助。

感谢 21 世纪空间技术应用股份有限公司——

北京宇视蓝图信息技术有限公司提供的北京一号遥感影像。

感谢 <http://www.mathworks.com/matlabcentral/>。

参考文献 (References)

1 Kong Ling. Researches and Applications of Image Fusion Methods-taking SPOT and TM Imagery as An Example[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2002. [孔玲. 遥感图像融合方法的研究和应用——以 SPOT 图像与 TM 图像融合为例[D]. 南京:南京理工大学硕士毕业论文, 2002.]

2 Li Jiang, Liu Fu-bing. Remote sensing image merging based on the wavelet packet algorithm [J]. Geomatics & Spatial Information Technology, 2007, 30(5):94-96. [李江,刘辅兵. 基于小波包的遥感图像融合方法[J]. 测绘与空间地理信息, 2007, 30(5): 94-96.]

3 Yang Yun-lan, Zhang Bao-ming, Hu Hai-yan. The fusion of remote sense images by the multi-band wavelet packet transform [J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2007, 27(4): 20-27. [杨韞澜,张保明,胡海彦. 利用多进制小波包变换进行遥感影像融合[J]. 海洋测绘, 2007, 27(4): 20-27.]

4 Jing Zhong-liang, Xiao Gang, Li Zhen-hua. Image Fusion: Theory and Applications[M]. Beijing: Higher Education Press, 2007: 194-

215. [敬忠良,肖刚,李振华. 图像融合——理论与应用[M]. 北京:高等教育出版社, 2007: 194-215.]

5 Yocky D A. Image merging and data fusion by means of the discrete two dimensional wavelet transform[J]. Journal of the Optical Society of America, 1995, 12(9): 1834-1841.

6 Vaidyanathan P P, Ngyen T Q, Doganata I, et al. Improved technique for design of perfect reconstruction FIR QMF banks with loss-less poly-phase matrices [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1989, 37(7): 1057-1071.

7 Vmdyanathan P P. Multi-rate Systems and Filter Banks[M]. Englewood Clifs, NJ, USA: Prentice Hall, 1993.

8 Koilpullai R D, Vaidyanathan P P. Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(4):770-783.

9 Cheng Li-zhi, Wang Hong-xia, Luo Yong. Theory and Application of Wavelets[M]. Beijing: Science Press, 2004: 133-178. [成礼智,王红霞,罗永. 小波的理论及应用[M]. 北京:科学出版社, 2004: 133-178.]

10 Krista Amolins, Yun Zhang, Peter Dare. Wavelet based image fusion techniques-an introduction, review and comparison [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, 2007, 62(4): 249-263.

附录:

表 1 M=4 多进制小波滤波器系数

Tab. 1 Multi-band wavelet filter banks coefficients table

H_0	F_0	H_1	F_1	H_2	F_2	H_3	F_3
0.068 75	0.068 75	0.11	0.11	0.11	-0.11	0.068 75	-0.068 75
0.131 25	0.131 25	-0.461 7	-0.461 7	0.461 7	-0.461 7	-0.131 25	0.131 25
0.187 5	0.187 5	0.3	0.3	0.3	-0.3	0.187 5	-0.187 5
0.312 5	0.312 5	-0.179 25	-0.179 25	0.179 25	-0.179 25	-0.312 5	0.312 5
0.3	0.3	0.230 94	0.230 94	0.230 94	-0.230 94	0.3	-0.3
0.3	0.3	0.230 94	0.230 94	-0.230 94	0.230 94	-0.3	0.3
0.312 5	0.312 5	-0.179 25	-0.179 25	-0.179 25	0.179 25	0.312 5	-0.312 5
0.187 5	0.187 5	0.3	0.3	-0.3	0.3	-0.187 5	0.187 5
0.131 25	0.131 25	-0.461 7	-0.461 7	-0.461 7	0.461 7	0.131 25	-0.131 25
0.068 75	0.068 75	0.11	0.11	-0.11	0.11	-0.068 75	0.068 75

注:设 $M=4$ 多进制小波的分解与重构滤波器系数为 $F_D = \{H_0; H_1; H_2; H_3\}$; $F_R = \{F_0; F_1; F_2; F_3\}$; 其中分解与重构滤波器的关系是 $F_0 = \text{fliplr}(H_0)$ 。