

三角网格分割综述

董洪伟

(江南大学信息工程学院, 无锡 214122)

摘要 三角网格分割是数字几何处理的重要问题之一, 从分割驱动信号、分割类型、分割策略、算法复杂度、适用范围等方面对典型的网格分割算法如迭代聚类法、区域生长算法、分水岭算法、层次分解或合并法、谱分析法、骨架方法等进行了详细的比较和论述。并结合实际工作, 对网格分割的研究趋势进行了展望。

关键词 网格分割 几何处理 三角网格 综述

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)02-0181-13

A Review of Mesh Segmentation

DONG Hongwei

(School of Information Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122)

Abstract Mesh segmentation is one of the important geometry processing problems. In this paper, with attention to geometry signal for segmentation, segmentation type, algorithm principle, algorithm efficiency, we survey those typical mesh segmentation techniques such as clustering method, region growing method, watershed-based method, hierarchical clustering or decomposition method, spectral analysis method, skeleton-based method. Combining with our work, the tendency of this research direction is further discussed.

Keywords mesh segmentation, geometry processing, triangular mesh, survey

0 引言

近十多年来, 3 维数据捕获设备及其技术的进步推动了逆向工程、医学成像、基于图像建模等技术向纵深发展, 产生了许多复杂的 3 维模型, 使得基于网格模型 (特别是三角网格模型) 的几何处理等相关技术成为近年来计算机辅助设计 (CAD) 和图形学的重要研究热点。

原始三角网格模型缺少足够的结构特征和语义信息, 对原始三角网格模型的理解成为许多几何处理问题亟待解决的重要问题, 网格分割通过按照一定的分割准则将原始三角模型分解为不同的部件或

曲面片, 有助于相关几何处理问题如曲面压缩、网格重构、参数化、纹理映射、模型检索等问题的有效解决, 实际上正是来自纹理映射^[1-3]、参数化^[4-6]、网格动画^[7]、网格变形^[8]等问题的需求使网格分割作为一个重要的几何处理问题开始引起人们的重视^[9-10]。在计算机视觉中, 将模型分割为不同部分, 有助于进行模型的特征识别, 例如将人脸 3 维模型通过分割识别出脸颊、鼻子、眼睛等。在网格参数化和纹理映射中, 通过将模型分割为一系列平坦的区域, 可以减少参数化和纹理映射的扭曲变形, 提高参数化和纹理映射的质量^[1-6]。在逆向工程中, 通过网格分割可以有效识别出构成 CAD 模型的不同曲面片, 以便采用如参数曲面片等更精确的曲面表示

基金项目: 江苏省高新技术产业发展项目 (JB05-31)

收稿日期: 2008-07-21; 改回日期: 2008-11-18

第一作者简介: 董洪伟 (1967—), 男, 副教授。2001 年于南京航空航天大学获航空宇航制造博士学位。主要研究方向为计算机图形学、动画。E-mail: hwdong1234@yahoo.com.cn

形式,既大大减少了模型的数据量又为 CAD 设计和计算机辅助制造 (CAM) 等提供了坚实的基础。在网格变形和动画中,通过将模型分割为不同的有意义的部件,可以产生更加自然的变形和动画,并提高算法的效率^[7-8]。

3 维三角网格曲面可看成通过共边连接在一起的三角形集合构成的分段线性曲面,一个三角网格 M 可看成二元组 (K, V) , 其中 K 是表示拓扑元素(顶点、边、三角形)连接关系的单纯复形, V 是表示顶点几何的顶点集合。假设 S 代表网格 M 的某种拓扑元素(顶点、边、三角形)集合, 网格分割是指将该拓扑元素集合 S 按照某种分割准则或策略分解为若干个互不相交的子集合 $S_i (i=1, 2, \dots, k)$, 即满足: $S = \cup S_i$ 且 $\cap S_i = \emptyset$ 。目前, 大部分网格分割主要按照三角形元素对网格模型进行分割。

尽管对于深度图像表示的 3 维模型分割已有多年的深入研究, 对网格表示的 3 维模型分割还缺少广泛的研究。近十多年来, 研究人员不断提出新的网格分割算法, 但由于网格的复杂性特别是很难确定一个公认的分割准则, 不同的网格分割算法通常都是针对特定的应用, 并且不同的网格分割算法在分割准则、算法效率等方面也各有优缺点, 很难有一个适合所有应用的通用网格分割算法。文献 [11-14] 从不同的角度对网格分割算法进行了综述。文献 [11] 将网格分割方法分为两大类: 基于块的分割算法和基于部件的分割算法, 并根据分割的具体方法对网格分割进行了分类介绍; 文献 [12] 以分割具体方法结合块分割和部件分割类型对网格分割算法进行了分类; 文献 [13] 对可以获得代码的 5 种算法进行了详细叙述和比较研究; 文献 [14] 则从网格分割的历史、典型网格算法分类及网格分割的应用角度进行了综述。

本文结合作者对网格分割的研究和最新研究资料, 从网格分割的指导思想、分割信号、具体方法、算法效率和适用场合等方面根据作者自己的体会对网格分割的典型方法进行深入的分析探讨, 并展望网格分割今后的发展。

1 网格分割概述

网格分割根据网格元素(三角形、顶点、边)的物理邻接性和几何信号相似性将网格曲面分解为互不相交的区域。由于图像分割的研究已经相当成

熟, 出现了许多典型成熟的图像分割算法如门限法、区域生长法、分水岭法、聚类分析法等, 根据与图像分割的相似性, 网格分割算法都在很大程度上借鉴了图像分割算法的思想和术语, 然而由于图像数据是 2 维平面上的规则数据, 其数据信号也是单一的图像的灰度或者颜色, 而 3 维网格模型是不规则的拓扑结构, 特别是如何定义指导网格分割的 3 维几何信号是网格分割需要解决的基本问题, 这些使得普通的图像分割算法难以直接应用于网格分割, 也给网格分割带来了相当的难度。

与网格分割相关并得到充分研究的另一个问题是网格简化, 网格简化按照某种准则(通常是平坦性准则)对网格元素进行聚类并通过对网格元素的增或删、重网格化等方法对原始模型进行简化, 试图用较少的网格元素较好地反映原始模型, 简化过程实际上可以用网格元素的层次树表示, 其中的叶子结点是网格元素, 而中间结点则是某些简化操作, 根结点表示最终的简化模型, 因此, 在某种意义上也可算是一种网格分割, 不过并没有显示地表示出网格分割。某些网格分割算法正是基于网格简化的思路展开的^[9-15]。

另一个与网格分割相关的问题是网格特征检测, 通常都希望特征点或边界位于分割区域边界, 如果能够用特征边界曲线将区域分割开来是最理想的, 实际上一些网格分割算法正是基于特征(曲线)检测而展开的^[2, 16-17]。

网格元素的物理邻接性可以从构成网格的拓扑关系得到, 而网格元素的相似度并没有明确的统一的方法进行衡量, 定义反映网格元素相似度成为网格分割的核心问题, 而网格元素相似度需要基于一定的曲面几何信号, 通常采用网格元素附近的局部曲面来定义该网格元素的几何信号, 但也不排除全局性几何信号, 如测地距离的作用。不同的网格分割算法采用不同的几何信号及计算方法, 有的分割算法采用基于平坦性的几何信号驱动网格分割, 有的算法采用基于高价导数几何信号如曲率驱动网格分割, 有的算法利用二次曲面特性, 如可展曲面控制分割过程, 有的算法则利用语义或人的视觉原理指导网格分割。同样是度量平坦性, 有的采用最大法矢量偏差, 有的采用二次距离误差, 有的采用二面角。采用不同的几何信号和分割策略, 算法具有不同的计算效率、健壮性, 并产生不同的分割结果。如采用曲率作为分割信号量的许多算法使用不同的方

法如曲面拟合、曲线拟合、离散曲率等估计曲率, 显然基于曲面拟合的曲率计算量要远远大于基于离散曲率的曲率计算量, 但可以获得更准确的曲率信息, 同样是曲率, 有的算法使用主曲率, 有的使用高斯曲率或均值曲率。常用的几何信号有: 欧氏或测地距离, 二次误差度量, 法向量偏差, 二面角, 曲率, 曲面或曲线拟合, 凸凹度, 骨架, 谱信号, 对称性等。

另外, 不同的应用对网格分割有不同的需求, 如网格参数化中要求分割的曲面区域比较平坦并拓扑等价于圆盘以减少参数化扭曲, 而网格动画或变形场合则要求被分割的区域是有意义的刚性部件。因此, 网格分割算法是问题或应用驱动的, 不可能有一种适合所有应用的分割算法。由于网格分割应用场合的不同, 网格模型分割也很难有统一的几何信号量和评价准则。

根据审视问题的角度不同, 可以对网格分割算法进行不同的归类:

1) 根据是否先确定边界特征, 可以分为: 基于特征检测的网格分割^[2, 16-17]和直接区域生长的网格分割^[8-10, 15, 18-28]。基于特征检测的网格分割首先根据人的视觉原理得到网格上的特征信息(如特征边、特征点), 然后根据这些特征信息指导网格分割。直接区域生长的网格分割则根据几何上与简单几何体或曲面的逼近程度将网格分割为几何上相关的区域, 典型的有: 如变分形状逼近 (variational shape approximation, VSA)^[9]根据三角形法向量与平面代理法矢量的差别程度或二次度量误差将网格分割为一些平坦的区域, 本质上是用平坦性信号驱动网格分割, 文献[10]则在文献[9]的基础上用可展曲面代理 VSA 的平面代理, 将网格分割为可展曲面区域, 文献[18, 26]则用典型的平面、球面、柱面结合层次聚类方法将网格三角形聚类为不同类型曲面的网格区域, 文献[27]则用二次曲面代理分割网格。

2) 根据是否分割为有物理意义的组件, 可分类为面片分割和部件分割。面片分割将网格分割为具有几何意义的曲面区域如平面、球面、柱面、多项式曲面^[9-10, 26-27]等。面片分割的区域通常与圆盘同构, 适合于 CAD 应用、纹理映射、参数化、重网格化、网格简化、网格压缩、多分辨率网格模型等, 如参数化中的纹理 atlas 图^[2]需要将网格分割为一些等价于圆盘的平坦区域, 以减少参数化扭曲; 逆向工程中需要将模型分割为简单的二次曲面, 以便得到 CAD

模型的精确数学表达。而部件分割试图将模型分解为具有物理意义的语义部分, 这类方法通常将网格分割为比较大的区域或部件, 如文献[7-8], 文献[17], 文献[21], 文献[29-35]等。部件分割可用于人体或动物等的自然骨架结构的分解和理解、基于部件的形状匹配和查询、动画骨架抽取和关节体变形等许多应用场合。

3) 根据算法原理, 可以分为: 迭代聚类法^[4, 9-10, 26-28]、层次分解或合并法^[13, 15, 17, 31, 36]、简单区域生长法^[37-40]、分水岭法^[20, 41-48]、谱分析法^[21, 30, 49]、骨架抽取法^[31-35]等。迭代聚类法通过迭代聚类方法如 K-Means 方法或 Mean Shift 方法等将网格元素按某种相似度量通过迭代的方式聚类为不同的网格区域。简单区域生长法则通过从选定的种子点出发在允许生长或停止生长控制规则的控制下将区域进行扩展, 直到不能扩展为止。分水岭法将在图像处理等领域得到广泛应用的分水岭分割方法应用于 3 维网格模型, 首先根据某种几何信号量确定盆地和分水岭, 然后采用浸水方式和或降水方式将模型分割为以分水岭为边界的集水盆地。层次分解分割法开始时假设整个网格是一个区域, 通过不断对已有区域进行分割(通常是二分法分割)将原网格模型分解为指定数目的网格区域, 如文献[17]等; 而层次合并则相反, 开始时假设每个三角形就是一个聚类区域, 通过两两合并误差最小的区域, 直到区域数目达到用户指定数目, 如文献[18, 26]等。谱分析法通过定义反映网格元素相似性的特征值矩阵, 应用谱分析理论^[50]将特征矩阵嵌入到一个 \mathbf{R}^d 空间^[51], 通过几何空间分解对网格模型进行分割。除上述经典的网格分割算法外, 还有一些如凸分割、Beeb 图^[52]、电子图谱^[53]、基于多分辨率小波分解^[54]等网格分割方法。

4) 根据分割过程中是否需要人工干预和人工干预的程度, 网格分割又可分为交互式分割、半自动分割、自动分割。如文献[16]用户通过指定特征轮廓并进行封闭处理指导网格的分割, 可以取得较好的分割结果。

5) 根据网格分割是否基于单一的静态网格, 网格分割又可以分为静态网格分割和面向变形或动画的动态网格分割。大多数网格分割方法只对单个网格模型进行分割且不考虑其对网格变形的效果, 属于静态网格分割。动态网格分割来自于关节物体的变形或动画等应用, 其目的是抽取反映物体刚性的

骨和关节,骨通过关节连接成一个骨骼结构,并将网格表面关联到对应的骨,从而在一定意义上对模型进行了分割。动态网格分割可以基于物体内在的对称性、中轴距离等性质从单个网格抽取其骨骼结构,但通常需要借助用户交互,目前更多的则是通过物体模型的不同变形例子抽取其骨骼结构,即基于例子的骨骼抽取和网格分割。

所有网格分割的最终目标是将曲面网格分割成子曲面网格区域,因此,所有的方法都可以认为是区域生长法,另一方面,有的算法从原理上是多种区域生长方法的结合,如文献[26]的层次分解分割法就结合了迭代聚类过程,许多基于骨架抽取的分割方法中也使用了迭代等方法。另外,不同的网格分割可能采用不同的一种或多种几何信号来定义网格元素的相似度或距离,而所谓的部件分割和块分割只是一个模糊的直观感觉,没有明确的区分标准。因此,按上述任一标准都不能对网格分割算法进行明确的分类,尽管如此,本文主要从算法原理、分割驱动信号以及是否先识别边界特征等角度选取典型的网格分割算法进行分析讨论。另外,基于如深度图像、彩色或纹理等非几何信息对3维模型进行分割如人体器官或骨骼结构的分割和识别、人脸识别等属于一些专门的研究领域,已经超出本文的讨论范围,这些专门领域的模型分割由于借助于丰富的非几何信息,其研究相对也比较成熟。

2 分层次分解或合并法

该类方法用一个层次树(如二叉树)表示不同分割级别下的网格分割,其中根结点代表原始网格模型,中间层的每个结点表示该层分割级别下的网格分割情况,该层的每个结点代表一个分割区域,而最底层的叶子结点表示最细级别的分割区域,通常就是网格元素本身。层次分解是自顶向下对原始网格模型进行不同细节层次的网格分割,而层次合并则正好相反,开始假设每个网格元素就是一个区域,通过区域合并(通常为两两合并)对原始网格进行更粗级别的区域分割。

2.1 HFC(hierarchical face clustering)方法

2001年, Garland^[15]在研究层次细节模型时,受网格简化过程启发,提出对原始曲面模型通过层次聚类进行层次性网格分割的多分辨率框架。构造网格面的对偶图,对偶图结点表示的每个面代表一个

聚类,以反映平坦性的二次误差度量(QEM)刻画对偶图边代表的网格区域的平坦性,通过不断选择最平坦边执行边收缩操作进行区域的聚类合并,以二次误差度量阈值控制整个聚类过程,最终得到一个层次性的区域分割。

设一个平面由一个单位法矢量 \mathbf{n} 和一个数值 d 表示,一个点 i 到该平面的距离则表示为 $\mathbf{n}^T \mathbf{v} + d$ 。对偶图的每个结点有一个最小二乘拟合平面 (\mathbf{n}, d) ,用该结点所表示区域的所有顶点到拟合平面的平均距离 E_{fit} 作为平坦性度量。表示如下:

$$E_{\text{fit}} = \frac{1}{k} \sum (\mathbf{n}^T \mathbf{v}_i + d)^2$$

HFC方法构建的二叉层次树如果是平衡的,则时间复杂度是 $O(n \log n)$,如果不平衡,最大复杂度将是 (n^2) ,显然,其主要的时间消耗在用 Jacob 迭代求解协变矩阵特征向量上,可占总运行时间的一半以上。Garland 建议低层结点可以用简单方法直接求近似拟合平面,而在高层结点则用最小二乘拟合平面,以改进算法的执行效率。HFC方法简单、健壮、效率高,是一种基于平坦性信号的典型的面片型分割,可以快速有效地生成多分辨率的层次细节网格模型,可应用于网格的渐进传输、网格简化、网格参数化、模型相交测试和碰撞检测等面片型分割应用场合。

Inoue 同年也采用类似的方法对大规模 CAD 模型进行区域分割^[36],用 3 个平坦性几何信号约束指导对偶图边的收缩: 1) 区域面积要足够大; 2) 边界应该尽可能光滑; 3) 区域应该尽可能平坦。该文的几何信号过于复杂,参数的设置较麻烦。

2006年, Attene 针对 HFC 的平坦性信号,受文献[26]启发,采用平面、球面、柱面作为刻画局部曲面类型的几何信号,对层次聚类过程中的对偶图的边用最逼近的 3 个简单曲面之一进行逼近^[13],将逼近误差作为表示边代价的几何信号,总是选择代价最小的边进行区域合并,直到分割区域数达到用户指定的数目为止。该方法可以有效地抽取简单的几何曲面,特别适合于 CAD 模型的曲面分割,可以有效地识别出激光扫描的 CAD 模型的简单几何曲面,除 CAD 模型曲面抽取外,该文也将该方法用于网格去噪和光滑、人体和动物的自然分解及动画蒙皮。该方法尽管可获得更好的曲面分割结果,然而需要进行 3 种曲面的拟合误差估计,其算法效率要远大于上述两种方法, Attene 采用渐进拟合等技术对算

法进行了优化,使算法速度得到了较大的提高。

基于层次合并的网格分割主要用于面片型分割应用场合,然而, Schaefer采用类似 HFC的思想方法通过邻接点的刚性旋转矩阵的相似性度进行聚类完成了基于例子的动画骨架抽取^[32],说明该方法也可用于部件分割场合。

2.2 HMD FCC (hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts)方法

2003年 Katz等提出了基于 K-means 模糊聚类的层次分解算法^[31]。与 HFC 算法过程相反,算法由粗到精,从最初的原始网格作为唯一的聚类开始,算法在每个结点处计算合适的区域分割数 K 并对该结点执行 K -way 分割将结点分割为 K 个子结点。算法的核心思想是先发现有意义的网格部件同时保持分割区域边界的模糊性,然后基于模糊距离和最小切原理对模糊区域进行处理,精化区域间的特征边界。

两个面的相似度信号以两个面的重心测地距离和法向量夹角距离的加权平均表示,定义如下:

$$\text{Ang_Dist}(\alpha_{ij}) = \eta(1 - \cos\alpha_{ij})$$

$$\text{Weight}(\text{dual}(f_i), \text{dual}(f_j)) =$$

$$\delta \cdot \frac{\text{Geod}(f_i, f_j)}{\text{avg}(\text{Geod})} + (1 - \delta) \cdot \frac{\text{Ang_Dist}(\alpha_{ij})}{\text{avg}(\text{Ang_Dist})}$$

式中, $\text{Geod}(f_i, f_j)$, $\text{Ang_Dist}(\alpha_{ij})$ 分别是 f_i 和 f_j 的测地距离和角度距离, $\text{avg}(\text{Geod})$, $\text{avg}(\text{Ang_Dist})$ 分别表示网格模型中所有邻接面的测地和角度距离的平均值。算法以模糊隶属度刻画一个面属于一个区域的概率。对于处于区域 A 和 B 的边界模糊区域的面 f_i 来说,其属于区域 B 的概率 $P_B(f_i)$ 定义如下:

$$P_B(f_i) = \frac{a_{f_i}}{a_{f_i} + b_{f_i}} = \frac{\text{Dist}(f_i, \text{REP}_A)}{\text{Dist}(f_i, \text{REP}_A) + \text{Dist}(f_i, \text{REP}_B)}$$

式中, $\text{Dist}(f_i, \text{REP}_A)$, $\text{Dist}(f_i, \text{REP}_B)$ 是 f_i 到区域代表表面的距离。

HMD FCC 算法由 4 个阶段构成:

- 1) 基于几何距离和角度距离的加权计算面对的距离度量信号;
- 2) 执行初始分解后,计算每个面属于每个区域的概率;
- 3) 用 K-means 迭代聚类法精化概率值,计算出一个模糊分解;
- 4) 使用最小切割算法抽取精确边界,从而将模

糊分解转化成最终的区域分割。

2.3 MSFPCE (mesh segmentation using feature point and core extraction)方法

2005年, Katz 提出一个基于特征点检测和核心部件抽取的层次式网格分割算法^[17]:

- 1) 为加速算法和减少算法对噪声的干扰,先用文献 [52] 方法简化得到粗化网格 S ;
- 2) 用多维尺度 (multidimensional scaling MDS) 方法^[53]将 S 变换为规范网格 $S_{\text{DM S}}$;
- 3) 计算 $S_{\text{DM S}}$ 上的特征点并映射回 S ;
- 4) 用球镜像操作抽取核心部件;
- 5) 网格分割: 计算和特征点关联的其他部件;
- 6) 沿网格的自然接缝对区域边界进行切割精化;
- 7) 将粗化网格上的分割映射回原始网格模型并进行精化切割。MSFPCE 方法是一种典型的部件分割方法,适合于将网络模型分割成自然的组成部件。

因为采用全局性信号测地距离或特征点检测, HMD FCC 和 MSFPCE 算法适用于部件分割场合。作者将两种算法用于不同模型的骨架抽取,取得了不错的效果,同时指出抽取的骨架可用于多种应用如模型匹配和查询、骨骼动画等。HMD FCC 算法的时间复杂度是 $O(V^2 \log V + IV^2)$, 其中 V 是顶点数目, I 是 K-means 迭代次数,算法的主要时间消耗在基于 Dijkstra 算法的距离计算上。MSFPCE 算法的时间复杂度是 $O(f^2 I + m^2 \log n)$, f 是粗网格模型的三角形数目, I 是 K-means 迭代次数, m 是最终模型搜索区域中的三角形数目。

3 迭代聚类法

迭代聚类方法可以有效地根据某种相似性度量对数据进行分类,通过生成初始数据分割,然后不断迭代更新分割结果直到收敛为止,得到最终的数据分割结果。在如图像处理、人工智能等许多学科都得到了广泛而成功的应用,产生了许多经典的迭代聚类算法如 K-means (也叫 Lloyd 迭代法)、Mean Shift 等。研究人员自然想到可以将它们推广应用于 3 维曲面网格的分割,上述的 HMD FCC 和 MSFPCE 算法就使用了迭代聚类的方法对模型进行切割。

3.1 MCGM (multi-chart geometry images)方法

2003年, Sander 等在其多图几何图像^[4]一文中对其先前的基于 HFC 思想的网格分割算法^[1]进行了改进,提出了一种基于 Lloyd-Max quantization 方

法(即通常的 *K-means* 方法)的曲面网格分割方法,文献[28]称之为 *MCGM* 方法,其基本策略是基于下述 2 步迭代优化网格元素的聚类: 1) 根据当前聚类模型分割元素; 2) 对每个聚类, 重拟合一个模型。其分割方法采用的网格元素是三角形面, 聚类就是分割的元素区域, 聚类的模型是种子三角形。

过程 1) 在网格面构成的对偶图基础上, 使用多源 *Dijkstra* 算法同时对所有区域进行区域增长。位于某个区域 (Chart) C 上的面 F 和可能加入区域 C 的邻接面 F' 的构成的边的代价定义如下:

$$\text{cost}(F, F') = (\lambda - (N_C \cdot N_{F'})) (|X_F - X_{F'}|)$$

式中, $N_C, N_{F'}$ 分别是面 F, F' 的法矢量, $X_F, X_{F'}$ 分别是面 F, F' 的重心坐标。

过程 2) 通过将距离区域边界最远的区域内三角形作为新的种子三角形。对两个区域在网格面对偶图上, 从该区域网格边界而不是种子三角形开始进行类似过程 1) 的多源 *Dijkstra* 算法寻找距离区域边界最远的三角形, 但用三角形重心的欧氏距离作为边的权。

$$\text{cost}(F, F') = |P_F - P_{F'}|$$

在用户指定区域分割数目后, 算法首先随机选择一个面作为第一个种子, 然后重复进行 1) 和 2) 两个过程, 在过程 1) 结束后如果区域数目未达到指定数目, 则选择最后加入到某区域的三角形作为新种子以便新种子距离其他种子都比较远。

由于采用 *Dijkstra* 的聚类计算比较费时, 特别是 *K-means* 迭代算法, 因此和上述的 *HMD FCC* 算法和 *MSFPCE* 算法一样, 算法效率不够高, 然而算法原理比较简单, 易于实现, 只需要指定分割的数目, 就可得到相对平坦的聚类分割结果, 该文章将分割结果用于网格参数化即多图几何图像算法框架中。

3.2 VSA (variational shape approximation) 方法

2004 年, David 等人发表了变分形状逼近的方法^[9]。该方法的基本思想是用形状代理表示待扩展区域, 利用形状代理与区域的逼近误差以及形状代理与区域边界三角形的法矢量差或二次误差度量 (DEM) 相似度, 通过 *K-means* 方法不断迭代聚类分割, 直到收敛为止。其算法步骤是:

1) 随机选择指定数目的三角形作为种子区域, 每个种子三角形 T_i 的重心 X_i 和法矢量 N_i 构成平面代理 $P_i = (X_i, N_i)$;

2) 对区域边界三角形, 按照与其邻接区域代理

的相似性度量, 每次选择度量最小的三角形并入相应区域, 并用该区域所有三角形的平均重心和平均法矢量更新区域代理, 直到所有三角形都归入某个区域为止完成一趟分割;

3) 对每个区域选出与该区域代理最近的三角形作为新的种子三角形, 重复步骤 2) 直到区域和区域代理的误差足够小为止。

VSA 采用了两种不同的距离度量 L^2 和 $L^{2,1}$, 其定义如下:

$$L^2(R, P_i) = \iint_{x \in R_i} \|x - \Pi_i(x)\|^2 dx$$

$$L^{2,1}(R, P_i) = \iint_{x \in R_i} \|n(x) - n_i\|^2 dx$$

式中, R, P_i, Π_i 分别表示区域、区域代理、区域拟合平面, 上式刻画了区域和代理的误差, 类似的相似性度量也用来刻画区域边界三角形和区域代理的相似性误差。显然它们都是反映区域平坦度的度量, 因此, 其形状代理也称为平面代理。

David 还演示了将 VSA 方法用于重网格化、网格简化问题。VSA 算法原理简单、易于实现, 几何信号简单且不依赖于网格分辨率, 特别适合由简单几何和尖锐特征构成的几何模型如 CAD 模型的网格分割, 由于仅仅依赖于平坦性几何信号, 可产生长条形分割区域或过小区域等问题, 对某些应用可能需要进一步进行区域合并等后处理。另外, 和其他基于 *K-means* 迭代的分割算法如 *MCGM* 一样, 容易陷入局部极小的问题和循环问题, 需要采取特殊处理, 与 *MCGM* 不同的是, 虽然也采用了 *K-means* 聚类算法进行区域聚类分割, 由于只对聚类区域边界的三角形进行简单的聚类距离计算, 并借助于一个竞争队列对聚类区域进行区域生长, 可更快速地完成网格分割。

2005 年, Wu 等人针对 VSA 方法^[9] 形状代理是平面代理的缺点, 用不同类型的简单曲面 (平面、柱面、球面、滚动球面) 作为形状代理^[26], 对 VSA 方法进行了改进, 可以产生更自然的曲面分割结果。同年, Julius 等人也针对 VSA 方法的平面代理的缺点, 提出将网格曲面分割为伪可展曲面的 *D-Charts* 方法^[10], 用可展曲面代理作为区域形状代理, 并限定区域三角形和形状代理的最大拟合误差, 以防止区域无限制地扩展, 通过指定拟合误差, 用户不再需要指定网格分割数目, 该文章还讨论由于限定拟合误差产生的孔洞填充问题以及对区域边界进行拉直、合

并等后处理技术以进一步改进分割质量。

2006年, Yan等人采用二次曲面作为区域形状代理并基于三角形到二次曲面的欧氏距离的计算进一步对 VSA 算法进行了改进^[27], 同时基于能量最小原理采用图切割方法^[55]对分割区域边界进行修正和优化。

Wu^[26], Julius^[10], Yan等人^[27]的工作是对 VSA 算法框架的扩展和改进, 基于非平坦型的几何曲面代理, 用较少数目的代理就可以得到质量更高更紧凑的网格分割结果, 当然, 由于采用非平面代理进行聚类以及需要进行较费时的能量优化计算, 其代价是算法效率的降低。基于 VSA 框架的算法主要属于面片型分割, 与文献 [18] 一样, 这些改进 VSA 算法非常适合对机械 CAD 模型的分割。

3.3 MSMS (feature sensitive mesh segmentation with Mean Shift) 方法

受 VSA 和 MCGM 方法的启发, 为了可以处理噪声网格和增强网格分割的特征性, Yamachi 等人提出了一个两阶段的网格分割算法^[28]: 先用 Mean Shift 聚类方法对三角形的法向量进行聚类过滤更新; 然后构建网格三角形面的对偶图, 以相邻三角形的法向量差值作为对偶图对应边的权值, 应用多源 Dijkstra 算法计算三角形到聚类中心的距离并结合 Lloyd 迭代法进行 Lloyd 迭代聚类区域分割。

算法用基于分离核函数的 Mean Shift 聚类算法对三角形法向量进行聚类。

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{N h_1^{d_1} h_2^{d_2}} \sum_{i=1}^N K_1\left(\frac{x - x_i}{h_1}\right) K_2\left(\frac{n - n_i}{h_1}\right)$$

其中, x_i , n_i 分别是 i 个三角形的重心和法向量, h_1 , h_2 是相应的核函数支撑半径。在更新三角形法向量后, 算法先从一个种子三角形开始, 不断重复区域生长和种子重计算两个过程, 直到种子点位置收敛或者迭代次数超过用户指定次数为止。区域生长采用了简单的法向量差值的绝对值作为对偶图边上的权, 而种子重计算则采用三角形重心的几何距离作为对偶图边上的权。因此, 该方法是平坦性信号 (法向量差值) 和空间距离信号结合作为网格分割的驱动几何信号。该文同时也与其他两个算法 (MCGM 算法和 VSA 算法) 进行了实验结果比较, 说明能产生特征敏感的分割结果, 从执行时间上看该算法与 MCGM 算法差不多, 而比 VSA 算法效率差很多。根据实验结果, 其法向量过滤的迭代过程和基于

过滤后法向量距离信号的迭代分割过程都相当费时。

4 基于显式特征 (曲线) 抽取的网格分割算法

4.1 DFEC (detect feature-expand charts) 方法

Lévy 等人针对先前的 Texture Atlas 生成方法存在的大量过小的区域以及区域边界之间的不连续性带来的人工痕迹, 提出了一种基于最小二乘逼近的伪保形映射方法^[2]。认为区域之间边界应该位于不会引起人工痕迹的位置而每个区域应该同胚于圆盘以避免参数化变形, 他们提出了一种基于特征曲线抽取的网格分割算法, 本文称之为 DFEC (detect feature-expand charts) 方法。该方法首先基于边关联面二面角 (SOD) 检测特征曲线; 然后以特征曲线作为边界, 从边界向内传播地计算其余三角形面到特征曲线的距离, 以 distance_to_features 距离函数的极值点 (三角形面) 作为种子点 (对于没有特征曲线的模型则采用对偶图的直径端点作为种子点), 采用多源 Dijkstra 算法同时进行区域扩展, 如果两个区域在距离其种子点距离足够小的地方相遇, 则合并这两个区域。

DFEC 方法产生的区域分割使特征曲线处于区域边界, 可以满足 Lévy 设计保形参数化映射的目标, 但需要用户指定一些参数 (SOD 参数、最大跟踪长度、最小特征长度等) 进行特征边检测, 而这些参数一般受到网格拓扑连接、采样密度等的影响。由于没有费时的迭代过程, 分割算法具有较高的效率, 并且算法分割效果也相当好, 完全可以满足其参数化算法的需要, 作者用该算法将网格模型分割为同构于圆盘的区域以生成保形参数化, 通过这些 2 维参数化区域的缝合创建可以用于纹理映射或 3 维绘画的纹理 Atlas 图。该算法既可作为面片分割也可作为部件分割。

4.2 MSS (intelligent mesh scissoring using 3D snakes) 方法

Lee 等人采用了先用自动或半自动方法确定特征轮廓线^[16], 然后对轮廓线进行封闭, 最后用封闭的特征轮廓线对网格进行切割的方法进行网格分割。

该文基于人眼视觉的最小值规则发现特征点, 先计算每个顶点的曲率, 然后对每个顶点的曲率规范化, 并基于用户指定的曲率阈值过滤出特征点。除了自动检测特征曲线方法外, 还允许用户画一条直线指导网格切片过程。初始的特征曲线确定和封

闭后, 该文还用 Snake 方法精化切割轮廓线。其 Snake 运动的能量函数由外部能量 E_{mesh} 和内部能量 E_{spline} 构成, E_{mesh} 用于发现附近的特征, 而 E_{spline} 用于光顺形状和缩短长度。

$$E_{\text{snake}}(s) = \int (E_{\text{spline}}(s) + E_{\text{mesh}}(s)) dt$$

通过交互指定切割路径辅助网格分割可以避免自动网格分割算法的不合适分割问题, 获得用户满意的分割结果, 用户对分割过程可以有更灵活的控制。同样, 算法没有采用复杂的迭代聚类过程, 尽管采用了能量优化方法, 仍然可以获得较高的运行效率, 满足交互分割的需求。由于需要用户交互才能获得满意的分割结果, 不适合将算法集成到其他高层算法中, 与其他分割算法相比, 其自动化分割效果并不理想。

5 简单区域生长算法

Zhang 等人于 2002 年提出了一个基于曲率分析的简单区域生长算法^[37], 该算法先计算顶点的离散高斯曲率, 用指定的曲率阈值将较大负值曲率点标记为边界点, 其余点为种子点, 然后消除孤立的边界或种子点; 接着从种子点出发进行区域生长, 对顶点进行区域标记直到遇到边界点, 再从未标记的种子点继续上述区域生长过程; 最后对未进行区域标记的点进行标记并消除顶点数目过小的区域。该方法仅适用于较简单的模型, 对于复杂的模型或自由曲面模型, 效果不是很理想。

2004 年—2005 年, Lavoué 等人提出基于曲率域张量分析和曲率值分类的简单区域增长网格分割方法^[38-39], 首先基于主曲率向量采用 K-means 聚类方法将模型分割为曲率几乎是常数的区域, 然后基于曲率张量方向对区域边界进行光顺修正, 消除人工痕迹和不连续性。

算法基于边的二面角夹角识别特征边和特征点, 采用文献[56]的曲率张量分析计算顶点的主曲率及主曲率方向, 根据主曲率 k_{min} , k_{max} 绝对值构成的 2 维主曲率向量应用 K-means 聚类法进行聚类, 从而对顶点进行粗分类, 并用基于顶点—三角形混合的方法进行区域增长, 根据曲率相似性、区域大小和直径等准则对区域进行合并。最后, 通过对边界打分和从正确边界进行边界跟踪的方法对区域边界进行光顺修正处理。由于基于聚类法对曲率进行聚类容易陷入局部最小, 从而影响后续的区域增长分

割过程, 使得该算法不够健壮。

基于曲面区域通常具有一致的凸凹性而区域边界处的凸凹性一般都不同于区域本身的凸凹性的观察, 董洪伟等人于 2009 年提出一个基于凸凹性和特征检测的网格分割算法^[40], 算法基于均匀支撑区域的顶点凸凹量计算和曲率分析将顶点分为平坦点、凸点、凹点、特征点, 并采用类似图像处理的膨胀处理技术过滤消除孤立的分类点, 接着采用类似 DFEC^[2]的特征检测方法从特征区域应用基于拓扑距离的快速 Dijkstra 算法确定种子区域, 然后先从平坦种子点进行平坦区域扩展, 再从剩下的凸凹种子点出发进行凸凹区域扩展, 最后根据顶点和边界的光滑度进行区域竞争扩展。对于高度简化的网格模型, 算法可继续基于面的凸凹信号进一步完成最后的分割。基于均匀支撑区域的顶点凸凹量计算比较健壮, 基于拓扑距离的 Dijkstra 算法计算时间极快, 因此可以快速地进行网格分割并能较好地保持网格特征, 特别适用于 CAD 模型的分割。图 1 为机械零件 Fandisk 模型的分割过程。

简单区域生长方法由于没有费时的迭代过程, 算法效率通常特别高, 但对网格元素的分类依赖于二面角或离散曲率这些不稳定的离散信号量使得算法需要更多的细微处理如区域合并等, 另外简单区域生长方法通常需要设定一些控制参数, 给用户带来了不便, 同时简单性区域生长算法对于某些自由型模型分割效果有时不够理想。

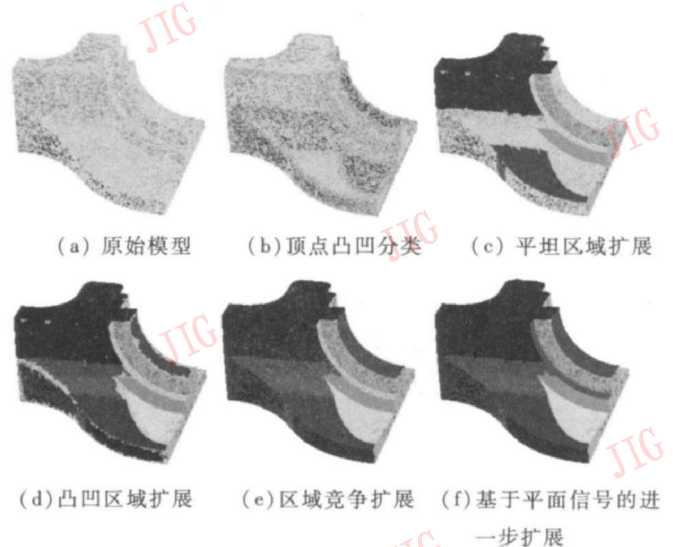


图 1 不均匀 Fandisk 模型 (10 921 个顶点, 21 838 个三角形) 的扩展分割过程

Fig. 1 The process of segmentation for non-uniform Fandisk model (10 921 vertices, 21 838 triangle)

6 分水岭算法

分水岭法在图像分割等领域得到了广泛的应用, Mangan 等人于 1999 年首次将分水岭算法用于 3 维曲面网格的分割^[20], 该算法首先计算网格顶点的曲率, 根据顶点曲率确定并标记局部最小值顶点, 确定平坦高地和平坦凹地, 然后从平坦高地采用降水方式直到遇到一个标记区域, 对剩余未标记的顶点采用降水方式归入到相应标记区域, 最后对那些分水岭深度小于指定阈值的区域进行合并。该文根据不同的曲面网格生成类型采用不同方式计算顶点曲率信号: 基于等值面 (用 Marching Cube) 抽取网格的 deviation from flatness 方法^[49] 计算曲率、基于邻接于顶点的面夹角方法、基于顶点邻接面的法向量或邻边的协变矩阵范数方法。

Zuckerberger 等人于 2002 年提出并比较了基于泛滥凸分解 (flooding convex decomposition) 和分水岭分割 (watershed segmentation) 的两个网格分割算法^[42]。泛滥凸分解基于边的二面角阈值、局部边保凸性和全局区域保凸性进行简单的区域增长, 最后合并面积过小的区域到邻接的大面积区域中。该文采用了文献 [17] 的分水岭分割算法, 考虑到顶点关联三角形数目和网格拓扑链接对曲率计算的影响, 用边的二面角代替曲率作为分水岭高度函数。然而, 二面角对于不规则网格链接通常也是不稳定的信号量。

Page 等人采用类似的方法, 首先计算每个顶点的主曲率和主方向^[43], 通过计算一个平均曲率阈值和形态学操作对曲率进行过滤标记确定出负曲率最小的轮廓区域, 然后基于快速分水岭方法^[57] 进行网格快速分割。

2006 年, Chen 等人考虑到单环邻域计算曲率的不稳定性以及网格模型区域通常凹区域的特点, 提出基于扩展多环 (extended multi-ring XMR)^[44] 计算高斯曲率和凹性并根据曲率阈值和凹性阈值识别视觉最小区域, 使用自底向上的浸水 (爬山法) 的分水岭算法进行区域分割并结合基于伪边界长度的区域合并方法合并掉小区域。该算法的主要贡献在于采用多环区域增强了离散信号量的计算健壮性, 并考虑到凹性在分割区域中的作用。

分水岭类算法本质上属于区域生长算法, 因此通常分割算法的效率也很高。作为图像处理中分

水岭算法在 3 维网格算法的扩展, 也不可避免的存在过度分割、易陷入局部极小、易受噪声干扰等缺点, 其分割效果与上述的简单区域生长算法相比并不占优势。简单区域生长算法和分水岭类算法主要用于面片分割, 但有时也用于部件分割场合。

7 谱分析法

2004 年, Liu 等人提出一个基于谱分析理论的谱聚类网格分割算法^[21]。在网格元素 (三角形) 的邻接图上构造一个对称密切矩阵 W , 其中的元素 $0 \leq w_{ij} \leq 1$, 表示面 f_i 和 f_j 属于同一个区域的可能性或相似度, 然后计算得到 k 个最大的特征值及特征向量, 这些特征向量用来将网格三角形嵌入到 k 维单位球上, 然后通过直接 Kmeans 方法对单位球上的点 (对应网格的三角形) 进行聚类, 从而完成网格的分割。Liu^[30] 和 Zhang^[49] 后来又继续对他们的方法^[21] 进行了改进。文献 [30] 采用自顶向下的二分切割法对网格进行分割, 在每次迭代二分切割过程中, 按照面积从大到小的次序对子网格进行分割, 使用基于网格 graph Laplacian 的谱嵌入技术将 3 维网格投影到 2 维平面并抽取轮廓线, 通过对轮廓的语义分析得到属于不同语义部分的 2 个采样点, 基于这 2 个采样点通过 Nyström 逼近得到该子网格的 1 维谱嵌入序列, 通过对 1 维面序列的突出度的线性搜索找到高突出度位置, 从而完成子网格的切割。

基于谱分析的网格分割方法易于实现并可以获得较好的分割结果, 该方法有助于发现语义部件和结构, 特别适合于部件分割场合。Liu 和 Zhang 等人认为其方法的优点在于效率, 但为了构造密切矩阵, 需要计算面对之间的测地距离、角度距离或多维距离尺度, 改进算法通过 2 维和 1 维的谱嵌入简化了网格分割问题, 但谱嵌入需要求解大矩阵的特征值和特征向量, 因此, 与许多迭代类算法相比, 算法效率有显著优势, 但与区域生长类算法相比, 其算法效率并不占优势。与区域生长类算法 (包括分水岭算法), 相比, 该算法可靠性高。但 Kmeans 方法的局部极小值问题以及低维嵌入缺少足够形状分析信息, 使算法有时产生不合适的分割结果。另外该方法也不能保证较好的分割边界, 不利于通过网格分割发现网格特征边界。

8 骨架抽取法

关节物体的结构分析和基于骨骼动画的模型骨架抽取是部件网格分割的主要应用场合, 基于骨骼的蒙皮网格动画因其数据量小、计算效率高的特点仍然是目前 3 维动画制作软件的最基本功能, 因此, 骨架抽取和部件型网格分割密切相关, 基于骨架抽取的网格分割方法基本属于部件分割, 而部件分割经常也被用于骨架抽取。近年来, 将普通网格动画转化为骨骼动画并和数据驱动动画相结合成为动画研究领域的一个重要研究课题, 除了基于静态网格的骨架抽取外, 一些学者基于同一个网格的多个变形例子抽取适合网格动画的层次或松散的骨架模型, Schaefer 对基于静态和动态网格的骨架抽取进行了较为全面的介绍^[32]。

1998 年, Teichmann 等人提出交互式的网格模型骨架抽取和表面分割方法^[58]。首先对网格采样点(通常是网格顶点)进行 3 维 Delaunay 三角化并计算其 Voronoi 图, 采用基于 Voronoi 图的简化方法(去掉重要性低的结点但保持图的连接性)得到中轴结构树, 基于用户指定的关节点形成骨骼结构, 然后通过弹性网络将网格表面关联到骨骼。该方法只能处理同构于球的封闭网格模型。

2001 年, Li 等人提出基于骨架抽取引导网格分割的算法^[59]。首先通过基于边收缩的曲面简化方法构造模型的骨架边并通过引入虚边构建骨架树, 然后用一个平面沿着骨架树分支进行扫掠并计算网格与扫掠平面相交轮廓线上的几何、拓扑函数的函数值, 一旦发现几何函数、拓扑函数的关键点, 抽取两个关键点之间的网格曲面得到一个新的分割片。该方法也只能处理简单的网格模型, 其分割方法过于光滑很难得到某些重要的特征。

2005 年, James 等人通过对参考网格的每个三角形, 根据其在每个例子中的旋转变换构建该三角形的旋转变换序列向量^[7], 通过对网格的所有三角形的旋转变换序列向量的 Mean Shift 聚类得到一些核骨向量, 并将旋转变换序列向量与核骨向量接近的三角形关联到核骨向量, 然后根据邻近的三角形在变形时的相近性估计出柔性骨, 最后通过估计骨的影响范围和估计顶点的蒙皮权, 得到松散的蒙皮骨架模型, 从而用于动画压缩, 产生实时的网格动画, 并将估计的骨架用于变形碰撞检测。

2006 年, Der 等人^[8]对 Sumner 等人^[60]的基于网格的逆运动学(inverse kinematics)方法进行改进, 用类似文献[7]的方法抽取并定义简化网格变形模型, 采用文献[60]的基于非线性变形特征向量空间插值的方法很大程度上提高了文献[60]的网格变形速度, 可以交互地进行动画变形模型的制作。

2007 年, Schaefer 等人采用类似于曲面简化^[61]中的 quadratic error function 对每个三角形根据其在不同变形例子中的变形定义三角形的刚性变换误差 REF(rigid error functions)^[32], 通过最小化 REF 确定整个动画序列中每个三角形的平均平移矩阵 T 和旋转矩阵 R 以及刚性变换误差 REF; 然后根据每个三角形的 REF, 采用类似于文献[61]的基于边折叠简化三角形网格的思想方法对三角形进行聚类, 直到达到用户指定的 REF 或指定聚类数目; 采用类似于文献[7]的最小化方法确定每个顶点的蒙皮权, 最后根据顶点权确定骨的无向加权图并最终抽取骨关节得到网格的整个骨骼结构。Schaefer 指出其骨骼结构可以直接输出到支持骨骼动画的软件如 Maya 用于动画造型并给出实验例证。

2008 年, Goes 等人提出一个具有网格变形不变性的由粗到细的具有不同层次细节的多分辨率网格分割算法^[33], 算法对曲面上点计算具有多维尺度的发散距离从而定义曲面的中值结构, 然后通过迭代过程建立中值结构和网格分割之间的双向映射, 从而得到层次式网格分割结构。

随着网格变形和动画技术的发展, 面向网格变形和骨骼动画的网格分割成为近年来网格分割的新的发展方向, 特别是基于例子的骨骼抽取研究才刚刚开始。

9 结 语

本文对典型的网格分割算法中的算法原理、分割几何信号、分割类型、效率等进行了较为详细地分析。尽管本文以算法原理为主对典型算法进行介绍, 实际上许多算法是多种方法的结合, 如谱分析法也采用了聚类法。不同的算法有不同的应用范围和优缺点, 采用的几何信号和算法效率也有很大差异, 很难有一种算法适用于所有应用场合。

从算法的分割效果和应用角度看, 可以分为面片型分割和部件型分割, 面片型分割适合网格压缩、简化、参数化、纹理映射、逆向 CAD 等场合, 而部件

型分割适合模型理解、查询、匹配、骨骼动画等应用。某些算法只是面片分割或部件分割,而某些算法既可作为面片分割也可作为部件分割。在算法时间效率上,总的来说迭代型算法执行时间通常要远远大于非迭代型算法,且容易产生较小的分割区域,但算法相对比较健壮且用户指定的参数相对少。不同算法采用不同的几何信号或多种信号的组合,一般而言,基于简单的平坦性几何信号的算法具有比采用曲率、曲面拟合等复杂几何信号的算法具有更好的计算效率和健壮性,基于全局性信号(如测地距离)的算法如骨架法和谱分析法等主要用于进行部件分割,而基于局部性几何信号的则更适用于面片分割。

如何提高网格分割质量,还有许多需要努力的地方:

1) 如何设计可以适应不同类型区域的、更具健壮性的几何信号,如何将全局信号和局部信号结合起来指导网格分割,仍然是网格分割需要解决的基本问题。如何更好地将小波分析、图切等比较成熟的信号处理技术和方法用于网格分割问题,有待进一步研究。

2) 网格分割和特征检测是两个密切相关的问题,尽管存在许多检测尖锐特征曲线的研究,但很少用于网格分割,某些特征敏感的网格分割对少数模型可以较好地产生特征,总体说来产生的特征曲线质量不高,如何将特征曲线检测和网格分割结合,如何精化区域边界甚至用参数曲线表示区域边界将是未来的重要研究方向之一。

3) 如何增强算法的通用性或健壮性,来处理多变的网格模型,在如何减少复杂的控制参数设置提高算法自动性的基础上,适当引入有效的交互操作,可产生质量更好的网格分割。

随着几何处理应用的深入,将网格分割应用于各种几何处理将产生许多值得研究的新问题。如如何对大数据量网格模型特别是内存无法容纳的模型进行分割、如何结合网格匹配、变形或动画等问题研究网格分割等。

参考文献 (References)

[1] Sander P V, Snyder J, Gortler S J, Hoppe H. Texture Mapping Progressive Meshes [C] // Proceedings of SIGGRAPH 2001. New York, USA: ACM, 2001: 409-416

[2] Lévy B, Petitjean S, Ray N, et al. Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation [J]. ACM Transactions on

Graphics 2002, 21(3): 362-371.

- [3] Zhou K, Wang X, Tong Y, et al. Texture Montage: seamless texturing of arbitrary surfaces from multiple images [J]. ACM Transactions on Graphics 2005, 24(3): 1148-1155
- [4] Sander P V, Wood Z J, Gortler S J, et al. Multichart geometry images [C] // Eurographics Symposium on Geometry Processing Switzerland: Eurographics Association, Aire-la-Ville, 2003: 146-155.
- [5] Lee A W F, Sweldens W, Schröder Peter, et al. MAPS: Multiresolution adaptive parameterization of surfaces [C] // Proceeding of SIGGRAPH New York, USA: ACM, 1998: 95-104
- [6] Sorkine O, Cohen-Or D, Goldenthal R, et al. Bounded-distortion piecewise mesh parameterization [C] // Proceedings of the conference on Visualization, Washington, USA: IEEE Computer Society, 2002: 355-362
- [7] James D L, Twigg C D. Skinning mesh animations [J]. ACM Transactions on Graphics 2005, 24(3): 399-407
- [8] Der K G, Sumner R W, Popović J. Inverse kinematics for reduced deformable models [J]. ACM Transactions on Graphics 2006, 25(3): 1174-1179
- [9] Cohen-Steiner D, Alliez P, Desbrun M. Variational shape approximation [J]. ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2004), 2004, 23(3): 905-914
- [10] Julius D, Kraevoy V, Sheffer A. D-charts: Quasiredevelopable mesh segmentation [J]. Computer Graphics Forum 2005, 24(3): 981-990
- [11] Shamir A. A formulation of boundary mesh segmentation [C] // Proceedings of the 2nd Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission, Washington, USA: IEEE Computer Society, 2004: 82-89
- [12] Agathos E, Pratikakis I, Perantonis S, et al. 3D mesh segmentation methodologies for CAD applications [J]. Computer Aided Design & Applications 2007, 4(6): 827-841
- [13] Attene M, Katz S, Mortara M, et al. Mesh segmentation: A comparative study [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications, Washington DC, USA: IEEE Computer Society, 2006: 14-25
- [14] Sun Xiaopeng, Li Hua. A survey of 3D mesh model segmentation and application [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics 2005, 17(8): 1647-1655 [孙晓鹏, 李华. 三维网格模型的分割及应用技术综述 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(8): 1647-1655]
- [15] Garland M, Wilhott A, Heckbert P. Hierarchical face clustering on polygonal surfaces [C] // Proceedings of ACM Symposium on Interactive 3D Graphics, New York, USA: ACM, 2001: 49-58
- [16] Lee Y, Lee S, Shamir A, et al. Intelligent mesh scissoring using 3D snakes [C] // Proceedings of the 12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications, Washington DC, USA: IEEE Computer Society, 2004: 279-287
- [17] Katz S, Leifman G, Tal A. Mesh segmentation using feature

- point and core extraction [J]. *The Visual Computer* 2005, 21(8-10): 865-875
- [18] Attene M, Falcidieno B, Spagnuolo M. Hierarchical mesh segmentation based on fitting primitives [J]. *The Visual Computer* 2006, 22(3): 181-193
- [19] Chazelle B, Dobkin D, Shourhura N, et al. Strategies for polyhedral surface decomposition: An experimental study [J]. *Computational Geometry: Theory and Applications*, 1997, 7(4-5): 327-342
- [20] Mangan A, Whitaker R. Partitioning 3D surface meshes using watershed segmentation [J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 1999, 5(4): 308-321.
- [21] Liu R, Zhang H. Segmentation of 3D meshes through spectral clustering [C] // *Proceeding of Pacific Graphics* 2004. Washington DC, USA: IEEE Computer Society, 2004. 298-305
- [22] Zhou Y, Huang Z. Decomposing polygon meshes by means of critical points [C] // *Proceedings of the 10th International Multimedia Modelling Conference*. Washington DC, USA: IEEE Computer Society, 2004. 187-195
- [23] Zhang Y, Paik J K, Koschan A, et al. A Simple and Efficient Algorithm for Part Decomposition of 3D Triangulated Models Based on curvature analysis [EB/OL]. [2009-07-19]. http://inaging.utk.edu/publications/papers/2002/zhang_icip02.pdf
- [24] Chen L, Georganas N D. An efficient and robust algorithm for 3D mesh segmentation [J]. *Multimedia Tools and Applications* 2006, 29(2): 109-125
- [25] Sun Y, Page D L, Paik J K, et al. Triangle mesh-based edge detection and its application to surface segmentation and adaptive surface smoothing [C] // *Proceedings of the International Conference on Image Processing*. Rochester New York, USA: 2002. 825-828
- [26] Wu J, Kobbelt L. Structure recovery via hybrid variational surface approximation [J]. *Computer Graphics Forum*, 2005, 24(33): 277-284
- [27] Yan D, Liu Y, Wang W. Quadric Surface Extraction by Variational Shape Approximation [EB/OL]. [2008-07-19]. http://www.cs.hku.hk/GraphicsGroup/publications/GMP06_Quadric.pdf
- [28] Yanachi H, Lee S, Lee Y J, et al. Feature sensitive mesh segmentation with mean shift [C] // *Proceedings of International Conference on Shape Modeling and Applications*. Washington DC, USA: IEEE Computer Society, 2005. 238-245
- [29] Mangan A, Whitaker R. Partitioning 3D surface meshes using watershed segmentation [J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 1999, 5(4): 308-321.
- [30] Liu R, Zhang H. Mesh segmentation via spectral embedding and contour analysis [J]. *Computer Graphics Forum*, 2007, 26(3): 385-394
- [31] Katz S, Tal A. Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts [J]. *ACM Transactions on Graphics* 2003, 22(3): 954-961.
- [32] Schaefer S, Yuksel C. Example-based skeleton extraction [C] // *Proceedings of the 5th Eurographics symposium on Geometry Processing*. Switzerland: Eurographics Association, Aire-la-Ville, 2007. 153-162
- [33] Goes F D, Goldenstein S, Velho L. A hierarchical segmentation of articulated bodies [J]. *Computers Graphics Forum*, 2008, 27(5): 1349-1356
- [34] Tiemy J, Vandeborre J P, Daoudi M. Fast and precise kinematic skeleton extraction of 3D dynamic meshes [EB/OL]. [2009-07-19]. http://figment.csee.usf.edu/~sfefilat/data/papers/MoBT8_22.pdf
- [35] Lien J M, Keyser J, Amato N M. Simultaneous shape decomposition and skeletonization [C] // *Proceedings of the 2006 ACM symposium on Solid and physical modeling*. New York, USA: ACM, 2006. 219-228
- [36] Inoue K, Itoh T, Yamada A, et al. Face clustering of a large-scale cad model for surface mesh generation [J]. *Computer-Aided Design* 2001, 33(3): 251-261.
- [37] Zhang Y, Paik J K, Koschan A, et al. A Simple and Efficient Algorithm for Part Decomposition of 3D Triangulated Models Based on Curvature Analysis [EB/OL]. [2008-07-19]. http://inaging.utk.edu/publications/papers/2002/zhang_icip02.pdf
- [38] Lavou G, Dupont F, Baskurt A. Curvature tensor based triangle mesh segmentation with boundary rectification [C] // *Proceedings of the Computer Graphics International*. Washington, USA: IEEE Computer Society, 2004. 10-17.
- [39] Lavoué G, Dupont F, Baskurt A. A new CAD mesh segmentation method based on curvature tensor analysis [J]. *Computer-Aided Design*, 2005, 37(10): 975-987.
- [40] Dong Hongwei, Li Zhong, Zhou Ru-rong, et al. Mesh Segmentation based on convex-concave signal [J]. *Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics* 2009, 21(3): 295-304. [董洪伟, 李重, 周儒荣, 等. 基于凸凹信号的网络分割 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*. 2009, 21(3): 295-304
- [41] Chen L, Georganas N D. An efficient and robust algorithm for 3D mesh segmentation [J]. *Multimedia Tools and Applications* 2006, 29(2): 109-125
- [42] Zuckenberg E, Tal A, Shlafman S. Polyhedral surface decomposition with applications [J]. *Computers Graphics* 2002, 26(5): 733-743
- [43] Page D L, Koschan A F, Abili M A. Perception-based 3D Triangle Mesh Segmentation Using Fast Marching Watersheds [EB/OL]. [2008-07-19]. <http://www.stanford.edu/~ctj/liteseer/segparm/page03perception/index.html>
- [44] Delest S, Bone R, Cardot H. Hierarchical Mesh Segmentation Using Waterfall and Dynamics [EB/OL]. [2008-07-19]. http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=4383683
- [45] Razdan A, Bae M. A hybrid approach to feature segmentation of 3-dimensional meshes [J]. *Computer-Aided Design*, 2003, 35(99): 783-789

- [46] Vivodtzev F, Bonneau G P, Linsen L, et al Hierarchical isosurface segmentation based on discrete curvature [C] // Proceedings of the symposium on Data visualisation Switzerland Eurographics Association Aire-la-Ville 2003: 26-28
- [47] Rettmann M E, Han X, Xu C, et al Automated sulcal segmentation using watersheds on the cortical surface [J]. NeuroImage 2002, 15(2): 329-344
- [48] Qian jiang, Chen Zh-Yang, Ye Xiu-Zi, et al Noise robust watershed mesh segmentation algorithm [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics 2008, 20(3): 310-315. (in Chinese) [钱江, 陈志杨, 叶修梓等. 噪声鲁棒的分水岭网格分割算法. 计算机辅助设计与图形学学报 [J], 2008, 20(3): 310-315]
- [49] Zhang H, Liu R. Mesh segmentation via recursive and visually salient spectral cuts [EB/OL]. [2008-07-19] <http://www.cs.sfu.ca/~haoz/papers.html>
- [50] Chung F R K. Spectral Graph Theory. CBMS Regional Conference Series in Mathematics [M]. American Mathematical Society, AMS Bookstore, 1997.
- [51] Alpert C, Yao S. Spectral partitioning: The more eigenvectors the better [C] // Proceedings of the 32nd ACM / IEEE Design Automation Conference, New York, USA: ACM, 1995: 195-200
- [52] Antini G, Berretti S, Binbo A D, et al 3D mesh partitioning for retrieval by parts applications [EB/OL]. [2008-07-19]. <http://www.computer.org/portal/web/csdl/doi/10.1109/ICME.2005.1521645>
- [53] Wu K, Levine M D. 3D part segmentation using simulated electrical charge distributions [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(11): 1223-1235
- [54] Roudet C, Dupont F, Baskurt A. Multiresolution mesh segmentation based on surface roughness and wavelet analysis [J]. Proceedings of SPIE, 2007, 6508 (2): 65082E. 1-65082E. 12.
- [55] Boykov Y, Kolmogorov V. An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(9): 1124-1137.
- [56] Cohen-Steiner D, Morvan JM. Restricted delaunay triangulations and normal cycle [C] // Proceedings of the nineteenth annual symposium on Computational geometry. New York, USA: ACM, 2003: 312-321.
- [57] R Kimmel, Sethian J A. Computing geodesic paths on manifolds [EB/OL]. [2008-07-19]. <http://www.pnas.org/content/95/15/8441.full.pdf>
- [58] Teichmann M, Teller S. Assisted articulation of closed polygonal models [C] // International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques New York, USA: ACM, 1998: 254
- [59] Li X, Woon T W, Tan T S, et al Decomposing polygon meshes for interactive applications [C] // Proceedings of the 2001 symposium on Interactive 3D graphics. New York, USA: ACM, 2001: 35-42
- [60] Sumner R W, Zwicker M, Gottman C, et al Mesh-based inverse kinematics [J]. ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2005), 2005, 24(3): 488-495
- [61] Garland M, Heckbert P S. Surface simplification using quadric error metrics [C] // Proceedings of SIGGRAPH 1997. New York, USA: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1997: 209-216