

基于力密度的交互式 B 样条曲面变形

韩 丽¹⁾ Raffaele De Amicis²⁾ 祁瑞华³⁾

¹⁾ (辽宁师范大学计算机与信息技术学院, 大连 116029) ²⁾ (GraphiTech 图形技术研究所, 特兰托, 意大利 38050)

³⁾ (大连外国语学院现代教育技术中心, 大连 116001)

摘 要 由于传统曲面造型方法缺乏直观调控及难于交互的局限性, 强调了基于力学平衡和力密度方法的物理造型策略, 通过建立外载荷变化和节点位移等物理意义的最小化线性方程从而实现 B 样条曲面的自适应性变形调整。系统地给出了基于各种几何约束下通用的几何求解方法, 并进一步提出了交互式目标曲线与区域曲线自由控制的曲面整体和局部变形技术。实验结果验证了此方法的高效性。

关键词 力密度方法 几何约束 交互式曲面变形 B 样条曲面

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)09-1900-08

Interactive B-spline Surface Modeling based on Force Density Method

HAN Li¹⁾, Raffaele De Amicis²⁾, QI Rui-hua³⁾

¹⁾ (Faculty of Computer & Information Technology of Liaoning Normal University, Dalian 116029)

²⁾ (GraphiTech Research Foundation, Trento, Italy 38050)

³⁾ (Modern Education Technology Center of Dalian University of Foreign Languages, Dalian 116001)

Abstract Aiming at improving the limitation of adjustment and interaction by using the traditional geometric modeling methods, this paper addressed the physically-based method and FDM (force density method) for surface modeling. By building the linear constrained functions of minimal external forces and the changes of free nodes, our system thus adaptively drove B-spline surface deformation. We proposed the genetic solution to kinds of geometric constraints. Moreover, we put forward the intuitive approach to local and global deformation by interactively sketching targets and limiting curves. A series of experiments finally proved the efficiency of this method.

Keywords force density method, geometric constraints, interactive surface deformation, B-spline surface

1 引 言

随着 CAD/CAM 技术应用领域的不断扩展, 人们对曲线曲面变形技术提出了更高的要求。如何以直观、灵活的操作方式实现真实、美观的形状调控, 已经成为研究者对变形方法进一步研究的主要课题。

目前, 根据曲面变形的机理可大致分为 4 类: 基于几何模型的曲面变形、自由变形 (FFD), 基于物理模型的变形方法和基于几何约束优化的变形。基于

几何模型自身的变形方法主要包括: Au 等和 Sanchez 分别介绍了通过同时修改权值和控点位置来修改 NURBS (Non-uniform Rational B-splines) 曲线^[1-2], Piegl 等给出了 Warp, Flatten, Bend, Twist 和 Tapper 等一组形状操纵方法^[3-4], Nealen 等人展示了基于 Laplacian 方法和微分方程的网格曲面精确控制^[5-6]。自由变形 (FFD) 则是将物体嵌入变形空间^[7-10], 通过改变变形空间使嵌入其中的物体形状随之改变。基于几何约束优化的变形方法主要取决于目标函数的选择以及约束的表达和处理, 其中

收稿日期: 2007-12-26; 改回日期: 2008-06-12

第一作者简介: 韩 丽 (1973 ~), 女, 副教授。2007 年 3 月于意大利特兰托大学获计算机图形技术专业博士学位。主要研究方向为交互式几何建模、虚拟现实系统。E-mail: dalianhan2006@163.com

Ceniker 等人^[11]和 Welch 等人^[12]分别提出基于不同能量模型的 B 样条曲面约束变形方法^[11-12],Hu 等人^[13]提出基于弹力能量模型的 NURBS 曲面约束变形方法^[13]。然而,以上 3 种变形方法或局限于繁琐的参数计算或缺乏直观的形状控制,基于物理模型的方法通过模拟物理规律建立基于连续力学变分定理的变形模型,由于其增强了设计的美观性、直观性和交互性,近年来得到了大多数研究者的青睐。

Schweikert 于 1966 年首次将基于物理建模的思想引入到插值计算中以提高设计质量^[14]。1987 年, Terzopoulos 率先将基于物理能量模型的变形曲线曲面造型引入到计算机图形学^[15],介绍了基于 Lagrange 方程的物理能量曲面、各种外载荷的建立和约束处理、差分法求解方程,为能量优化造型奠定了基础。Qin 等人^[16]结合 NURBS 曲面建立了 D-NURBS 的 Lagrange 动态方程^[16-17]。Leon 等人^[18-20]也都在能量模型选择、能量曲线曲面求解方法做出了突出贡献。

本文基于 Leon 提出的力密度物理方法,将 B 样条曲面控制网格映射为空间索网结构,通过建立能量最小的目标函数实现外载荷变化最小和节点位移最小。本方法通过建立统一的几何约束方程,进一步优化求解,针对用户自由绘制所产生的几何约束做出交互式的响应。最终,一系列实践结果充分证明了此方法对几何曲面的局部和整体的精确而直观的调整过程。

2 基于力密度方法的 B 样条曲面变形

2.1 力密度方法的基本原理

力密度方法(FDM)最早由 Schek 提出用于建筑

设计中索网和薄膜等空间结构的找形分析^[21],可以在一定预应力状态下通过求解线性系统获得索网结构中节点的空间坐标。

索网结构可以理解为由具有物理特性且相互连接在一起的杆的集合,节点的坐标确定索网结构的集合形状,按照节点是否移动可分为自由节点和固定节点。力密度方法借助与节点和杆之间的拓扑关联矩阵 $C = [C_{fn} \mid C_{bn}]$ 来建立沿 x, y, z 3 个方向的外载荷矢量 F_x, F_y, F_z 与所有节点坐标矢量 x, y 和 z 之间的静力平衡。

如图 1 所示, N_{fn} 表示自由节点(图中为空心圆), N_{bn} 表示固定节点(图中为实心圆), B 表示杆结构,其连接两个节点 N_i 和 N_j ; 矩阵 C 满足下面规则^[21]:

$$C_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{当杆在 } i \text{ 点开始} \\ -1 & \text{当杆在 } j \text{ 点结束} \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} [F_{fn_x} \quad F_{fn_y} \quad F_{fn_z}] = [D_f \quad D_{bf}] \begin{bmatrix} x_{fn} & y_{fn} & z_{fn} \\ x_{bn} & y_{bn} & z_{bn} \end{bmatrix} \\ [F_{bn_x} \quad F_{bn_y} \quad F_{bn_z}] = [D_{bf}^T \quad D_b] \begin{bmatrix} x_{fn} & y_{fn} & z_{fn} \\ x_{bn} & y_{bn} & z_{bn} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} D &= C^T Q C = \begin{bmatrix} C_{fn}^T \\ C_{bn}^T \end{bmatrix} Q [C_{fn} \quad C_{bn}] \\ &= \begin{bmatrix} C_{fn}^T Q C_{fn} & C_{fn}^T Q C_{bn} \\ C_{bn}^T Q C_{fn} & C_{bn}^T Q C_{bn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_f & D_{bf} \\ D_{bf}^T & D_b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

作为力密度对角矩阵的 $Q = q_j \cdot \delta_{ij}$, 由克罗内克符号 δ_{ij} 和力密度 $q_j = f_j/l_j$ ($q_j > 0$) 参数决定。 f_j 为第 j 个杆结构的外载力, l_j 是第 j 个杆长度。力密度决定了各个节点受力是否均匀。实践中, Q 的初值是由各个杆结构长度的反比来确定。各个初始化的外载荷趋向于平衡,从而避免了构建的外载荷目标函数与

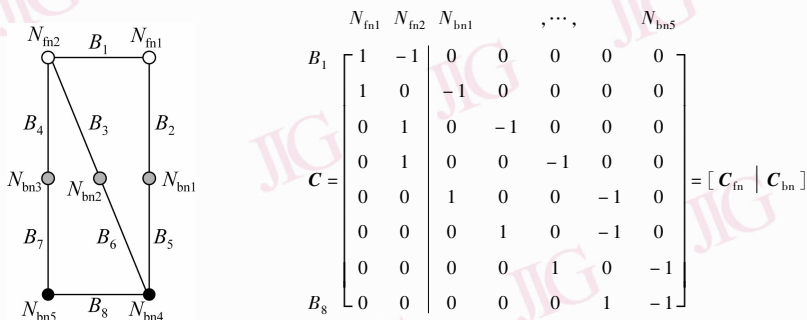


图 1 拓扑连接矩阵 C

Fig. 1 The topological matrix of a bar network C

几何图形的不一致。 $D_f = [C_{fn}^T Q C_{fn}^T]$ 为索网中自由节点的力密度矩阵($n_f \times n_f$), $D_{bf} = [C_{fn}^T Q C_{bn}^T]$ 为连接自由节点和固定节点的矩阵($n_f \times n_b$); n_f 和 n_b 表示固定节点和自由节点的个数。

$$\begin{aligned} x_{fn} &= (D_f)^{-1} \cdot (F_{fn_x} - D_{bf} \cdot x_{bn}) \\ y_{fn} &= (D_f)^{-1} \cdot (F_{fn_y} - D_{bf} \cdot y_{bn}) \\ z_{fn} &= (D_f)^{-1} \cdot (F_{fn_z} - D_{bf} \cdot z_{bn}) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} F_{bn_x} &= D_{bf} \cdot (D_f)^{-1} \cdot F_{fn_x} + (D_b - D_{bf} \cdot (D_f)^{-1} \cdot D_{bf}) \cdot x_{bn} \\ F_{bn_y} &= D_{bf} \cdot (D_f)^{-1} \cdot F_{fn_y} + (D_b - D_{bf} \cdot (D_f)^{-1} \cdot D_{bf}) \cdot y_{bn} \\ F_{bn_z} &= D_{bf} \cdot (D_f)^{-1} \cdot F_{fn_z} + (D_b - D_{bf} \cdot (D_f)^{-1} \cdot D_{bf}) \cdot z_{bn} \end{aligned} \quad (5)$$

若力密度矩阵 D_i 与 D_i^{-1} 在整个过程中保持不变, 给定曲面的外载荷值分量($F_{fn_x}, F_{fn_y}, F_{fn_z}$), 则可计算所有自由节点的坐标(如式 4 所示); 若杆结构的一端是自由节点, 另一端是固定节点, 施加的外载荷则改变杆的长度 l , 固定节点的受力情况可根据式 (5) 获得。由此可见, 若给定一组固定节点的坐标(x_{bn}, y_{bn}, z_{bn})、外载荷 F 及其对应的力密度矩阵 Q 都可以计算出唯一的自由结点的坐标(x_{fn}, y_{fn}, z_{fn}), 即得到一个唯一的静力平衡形状。

2.2 基于力密度方法的 B 样条曲面约束方程

将 B 样条曲面的控制点网格(控网)与索网结构建立一一映射关系(如图 2 所示)。

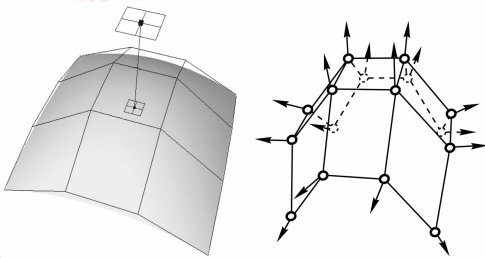


图 2 曲面对应的索网结构以及其量化的各个节点的外载荷矢量

Fig. 2 The B-spline surface's bar network and the external force vectors of all the nodes

$$\sum_{i=1}^{N_{fn}} F_{fn_i} + \sum_{j=1}^{N_{bn}} F_{bn_j} = 0 \quad (6)$$

整个控网的力外载荷总值为 0, 从而使其处于静力平衡状态(如式(6)), F_{fn_i} (F_{bn_j})表示施加于第 i 个自由节点(固定节点)的外载荷:

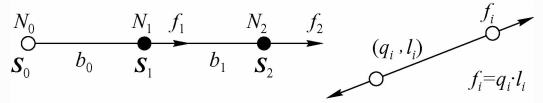
图 3 为一单向的杆连接, b_0, b_1 为连接控制节点 N_0, N_1, N_2 的杆, 其中 N_0 是固定节点, N_1, N_2 为活动节点, S_0, S_1, S_2 为节点的初始坐标状态。各节点的外载荷由与之相连的杆结构建立约束平衡, 由此可得:

$$\text{点 } N_1: f_1 + f_{b_0} + f_{b_1} = 0 \quad (7)$$

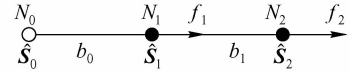
$$\text{点 } N_2: f_2 + f_{b_0} = 0$$

方程(7)亦可转换为力密度相关的表达式如下:

$$\begin{aligned} f_1 + q_0(s_0 - s_1) + q_1(s_2 - s_1) &= 0 \\ f_2 + q_0(s_1 - s_2) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$



(a) 控网中的一个单向杆连接和外载荷表示



(b) 外载荷变化则节点位移发生变化

图 3 基于外载荷控制的杆平衡状态

Fig. 3 The bar equilibrium under the external force control

因此, 一旦外载荷 f 、力密度 q 和节点位移 s 任一参数发生变化则产生一个新的杆结构, 但其始终保持平衡状态(由新的 $\hat{f}, \hat{q}, \hat{s}$ 构成), 拓扑结构 C 不会改变。最终整个曲面的调控转化为 \hat{f}, \hat{q} 的求解。下面将介绍如何通过用户自定义的几何约束实现这两大参数的调整。

2.2.1 B 曲面的基本表达式

$$\begin{aligned} P(u, v) &= \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^s S_{ij} \cdot N_{im}(u) \cdot N_{jn}(v) \\ t_u &= P_u(u, v) = \frac{\partial P(u, v)}{\partial u} \\ &= \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^s S_{ij} \cdot \frac{\partial N_{im}(u)}{\partial u} \cdot N_{jn}(v) \\ t_v &= P_v(u, v) = \frac{\partial P(u, v)}{\partial v} \\ &= \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^s S_{ij} \cdot N_{im}(u) \cdot \frac{\partial N_{jn}(v)}{\partial v} \\ n_s(u, v) &= |t_u \times t_v| \end{aligned} \quad (9)$$

S_{ij} 表示 $m \times n$ 次 B 曲面的双向控点, 曲面上任意点的法向量 n_s 和切线 t 可由 u 和 v 方向的偏微分矢量 $P_u(u, v)$, $P_v(u, v)$ 获得。将曲面中所有矢量分解为 x, y, z 3 个分矢量如下:

表 1 基本几何约束的定义

Tab.1 The definition of geometric constraints

几何约束		公式表达
位置约束 (G_p)		$P_0 - P_s(u_1, v_1) = 0$
距离约束 (G_d)		$\ P'_s(u_2, v_2) - P'_s(u_1, v_1)\ = d$
切线约束 (G_t)	平行关系	1. $t_0 \Delta t_s(u_1, v_1) = 0$
	任意角度 β	2. $t_0 - \beta \cdot t(u_1, v_1) = 0$
法矢量 N 约束	一致性	1. $n_0 \Delta n_s(u_1, v_1) = 0$
	成角度 α	2. $n_0 \cdot n_s(u_1, v_1) = \cos(\alpha)$

$$\begin{cases}
 P(u, v) = [P_x, P_y, P_z] \\
 P_u(u, v) = \frac{\partial P}{\partial u}(u, v) = \left[\frac{\partial P_x}{\partial u}, \frac{\partial P_y}{\partial u}, \frac{\partial P_z}{\partial u} \right] \\
 \quad = [P_{ux}, P_{uy}, P_{uz}] \\
 P_v(u, v) = \frac{\partial P}{\partial v}(u, v) = \left[\frac{\partial P_x}{\partial v}, \frac{\partial P_y}{\partial v}, \frac{\partial P_z}{\partial v} \right] \\
 \quad = [P_{vx}, P_{vy}, P_{vz}]
 \end{cases} \quad (10)$$

2.2.2 基于 B 曲面的通用约束方程 G

设 G 为用户定义的几何约束集(点约束、距离约束、切线约束、外载荷约束等,如表 1 所示),作用于 n_i 个控制节点的 B 样条曲面,调整外载荷矢量矩阵 $F(3 \times n_i)$ 以及控制节点位置 $S(3 \times n_i)$ 。

$$G = G(F) = G(S) = 0 \quad (11)$$

既然各个节点矢量基于 X, Y, Z 3 个方向变化,那么,构建 G 约束方程中的分矢量如下:

$$\begin{cases}
 X_s = (P_x, P_{ux}, P_{vx}) \\
 Y_s = (P_y, P_{uy}, P_{vy}) \\
 Z_s = (P_z, P_{uz}, P_{vz})
 \end{cases} \quad (12)$$

由此,方程(11)可改写如下:

$$\begin{aligned}
 G_{ij} &= \frac{\partial G_i}{F_j} = \frac{\partial G_i}{F_x} + \frac{\partial G_i}{F_y} + \frac{\partial G_i}{F_z} \\
 &= \frac{\partial G_i}{\partial X_s} \cdot \frac{\partial X_s}{\partial S_x} \cdot \frac{\partial S_x}{\partial F_x} + \frac{\partial G_i}{\partial Y_s} \cdot \frac{\partial Y_s}{\partial S_y} \cdot \frac{\partial S_y}{\partial F_y} + \frac{\partial G_i}{\partial Z_s} \cdot \frac{\partial Z_s}{\partial S_z} \cdot \frac{\partial S_z}{\partial F_z} = 0
 \end{aligned} \quad (13)$$

$X_s = (P_x^1, P_{ux}^1, P_{vx}^1, \dots, P_x^{n_i}, P_{ux}^{n_i}, P_{vx}^{n_i})$ 表示曲面上各个节点在 X 方向(式 10)的三元组矢量(节点 P_x^i, u 方向的切矢量 P_{ux}^i, v 方向的切矢量 P_{vx}^i); 同样, Y_s 和 Z_s 分别代表 Y, Z 方向的三元组矢量集。由此,用户施加的几何约束 G_{ij} 可分解为

$\left(\frac{\partial G_i}{\partial X_s}, \frac{\partial G_i}{\partial Y_s}, \frac{\partial G_i}{\partial Z_s} \right); \left(\frac{\partial X_s}{\partial S_x}, \frac{\partial Y_s}{\partial S_y}, \frac{\partial Z_s}{\partial S_z} \right); \left(\frac{\partial S_x}{\partial F_x}, \frac{\partial S_y}{\partial F_y}, \frac{\partial S_z}{\partial F_z} \right)$ 3 个分量。其中:

(1) 第 1 个分量可根据所给的几何约束计算偏微分获得。

(2) 第 2 个分量为计算曲面上所有控制节点基于 x, y, z 坐标在 u, v 方向的偏微分,可根据 B 样条曲面的式(9)获得。

(3) 第 3 个分量取决于控制网络的拓扑连接状态,在整个变形过程中它通常保持常量,由式(4)可得。

进一步考虑了几何约束的线性化。设 $g(f) = 0$ 为 r-矢量的任意几何约束, f 为外载荷矢量 ($3 \times n_i$), f^0 为外载荷矢量的初始状态,则作为最终矢量的 f^1 可表示为 $f^1 = f^0 + \Delta f$ 形式,当且仅当:

$$g(f^1) = g(f^0) + \frac{\partial g(f^0)}{\partial f} \Delta f = 0 \quad (14)$$

设 $G^T = \frac{\partial g(f^0)}{\partial f}$ 为 ($r \times 3n_e$) 的 Jacobin 矩阵, $r = -g(f^0)$ 则式(14)改写为

$$G^T \cdot \Delta f = r \quad (15)$$

为了使 Δf 最小,可使用最小方差 $\phi(\Delta f) = \min(\Delta f^T \Delta f)^{[20,22]}$, 可表示如下:

$$\begin{aligned}
 \phi &= \frac{1}{2} \Delta F^{[k]} \cdot C^{[k-1]} \cdot \Delta F^{[k]} \cdot D^{[k-1]} \cdot \Delta F^{[k-1]} \\
 &\quad (16)
 \end{aligned}$$

进而,通过引入拉格朗日因子 k (r-矢量矩阵),实现 G 约束的优化求解, k 可由下列公式获得^[24]:

$$T \cdot k = r; \quad T = G^T \cdot G \quad (17)$$

已知 k, 即可得最终的线性化方程:

$$\begin{cases}
 \Delta f = G \cdot k \\
 f^1 = f^0 + \Delta f
 \end{cases} \quad (18)$$

因此,整个 G 约束的求解过程可根据一系列的矩阵迭代实现。首先,通过 Jacobin 矩阵 G 的计算获得 Δf , 其次,计算最小化的外载荷新矢量 f^1 , 最终获得调整后的自由节点矢量(式(4)),进而实现曲面的变形。下面介绍如何针对不同的几何约束确定 G 约束方程中的第一分矢量。

2.3 几何约束求解

在基于 FDM 变形的机制中,各种几何约束(如表 1 所示)可以直观地修改曲线和曲面的形状。

本文的系统为实现曲面局部和全局的灵活控制

进而引入了目标曲线约束、面积约束(如图 4、图 5 所示),用户通过交互的确定目标点、自由的绘制局部和目标曲线,自动获取几何约束,从而驱动曲面自然地调整。

点位置约束(G_p): 设定一空间点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 。使之代替曲面中的点 $P_s(u, v)$, 根据式(19), 可获得约束的三元组矢量。

$$G_p = \begin{cases} (P_{sx}, P_{sy}, P_{sz}) = (x_0, y_0, z_0) \\ [n_{0x}, n_{0y}, n_{0z}] \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{sx}}{\partial u} \\ \frac{\partial P_{sy}}{\partial u} \\ \frac{\partial P_{sz}}{\partial u} \end{bmatrix} = 0 \\ [n_{0x}, n_{0y}, n_{0z}] \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{sx}}{\partial v} \\ \frac{\partial P_{sy}}{\partial v} \\ \frac{\partial P_{sz}}{\partial v} \end{bmatrix} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

同样, 也可获得具体的切线约束(G_t)

$$G_t = \begin{cases} \beta \left(\frac{\partial P_{sx}}{\partial u} + \frac{\partial P_{sy}}{\partial u} + \frac{\partial P_{sz}}{\partial u} \right) = t_{0x} \\ \beta \left(\frac{\partial P_{sx}}{\partial v} + \frac{\partial P_{sy}}{\partial v} + \frac{\partial P_{sz}}{\partial v} \right) = t_{0y} \\ \beta \left(\frac{\partial P_{sx}}{\partial u} + \frac{\partial P_{sy}}{\partial v} + \frac{\partial P_{sz}}{\partial v} \right) = t_{0z} \end{cases}$$

$$G_t = \begin{cases} \frac{\partial P_{sx}}{\partial u} + \frac{\partial P_{sy}}{\partial u} + \frac{\partial P_{sz}}{\partial u} = t_{0x} \\ \frac{\partial P_{sx}}{\partial v} + \frac{\partial P_{sy}}{\partial v} + \frac{\partial P_{sz}}{\partial v} = t_{0y} \\ \frac{\partial P_{sx}}{\partial u} + \frac{\partial P_{sy}}{\partial v} + \frac{\partial P_{sz}}{\partial v} = t_{0z} \end{cases} \quad (20)$$

距离约束(G_d): 修改曲线或曲面上两点之间的欧几里德距离, 从而实现其精确的变形。

$$\| (P_{sx}, P_{sy}, P_{sz}) - (P'_{sx}, P'_{sy}, P'_{sz}) \| = d \quad (21)$$

目标曲线约束(G_c): 本文的系统为了提供自由交互的曲面调控, 提出了通过绘制 B 样条曲线以驱动曲面变形的的方法, 即: 目标曲线约束。用户自由绘制的 B 样条曲线按照 u 值被离散为若干个点(m)。进而, 这些点施加一系列的点位置与切线约束于几何曲面(如图 4 所示)。

$$\sum_{k=0}^m (G_{p_k} + G_{t_k}) \quad (22)$$

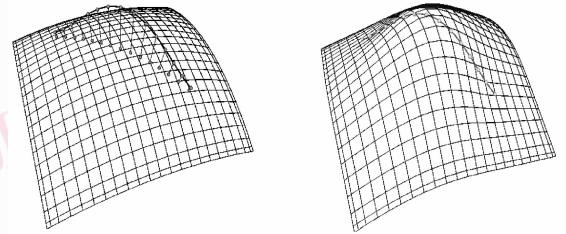


图 4 目标曲线驱动曲面整体变形

Fig. 4 The global surface deformation by target-spline driven

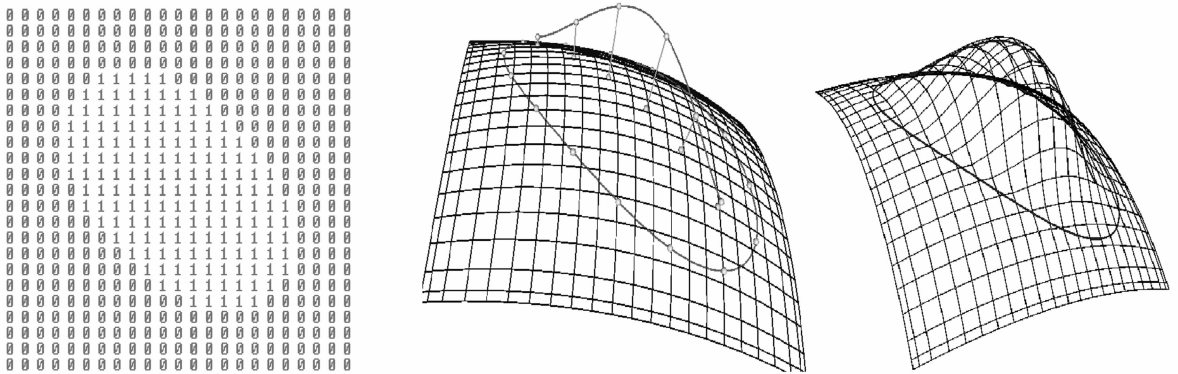


图 5 区域曲线将控网分为活动和固定两大区域(0 表示静止的固定区域, 1 为自由响应的活动区域), 目标曲线约束活动区域实现局部变形

Fig. 5 The limited curve divides the network into free and fixed regions("0" and "1" denote fixed and free part respectively), and then the target curve drives the surface local deformation

面积约束 (G_{is}):为了提供用户对曲面交互的灵活控制,进一步提出了局部区域约束。用户通过额外绘制封闭曲线将曲面控点确定为活动和固定两大区域,曲线内部区域响应几何约束,而外部区域保持“静止”。

$$E(S_{i,j}) = \begin{cases} 1 & \varphi(u_j, v_j) \leq 0 \\ 0 & \varphi(u_j, v_j) > 0 \end{cases} \quad (23)$$

依据式(23),封闭的 B 曲线 $\varphi(u_j, v_j)$ 自动将所有的控制节点确定为自由(活动因子 $E(S_{i,j})$ 为 1)和固定($E(S_{i,j})$ 为 0)两种状态。这样, B 样条曲线方程改写如下:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^s S_{ij} \cdot E(S_{ij}) \cdot N_{im}(u) \cdot N_{jn}(v) \quad (24)$$

从而,它决定了 G 约束方程中的第 2 分量 $(\frac{\partial X_s}{\partial S_x}, \frac{\partial Y_s}{\partial S_y}, \frac{\partial Z_s}{\partial S_z})$,在固定区域变化为 0。

交互式曲面调控算法描述:

(1)初始化曲面控制网格结构,根据节点位置获得初始矩阵变量:

- ① 拓扑杆连接矩阵 C 。
- ② 确定力密度矩阵 Q 。

(2)确定节点初始外载荷矩阵 f^0 ;获得力平衡初始状态(依据式(4)~式(7))。

(3)用户交互式确定几何约束,创建几何约束矩阵(式(13)),构建方程(式(18))。

(4)约束求解,计算 Jacobian 矩阵 G (式(17)),从而获得新的外载荷矩阵 f^1 。

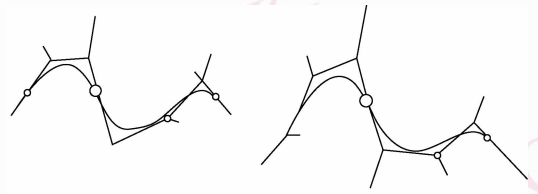
(5)求解调整后自由节点坐标(式(4))。

(6)输出曲面变化的结果。

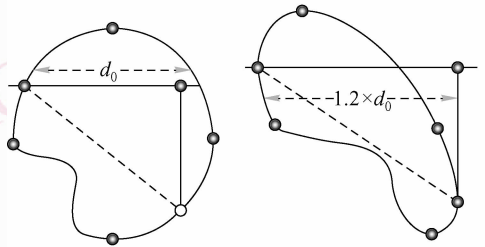
3 实例分析

FDM 算法实践平台为 3 G Pentium CPU, 512 M 内存的 IBM PC 机,并结合使用了 MFC 和基于 OpenGL 开发的应用工具包 Open Inventor 的软件环境。针对用户施加的各种几何约束,对 B 样条曲线和曲面的变形做了一系列的验证分析(如图 6,图 7 及表 2 所示)。

曲线控制:如图 6(a),施加点约束于 B 样条曲线上任意点(球点),当自由拖拽此点,位置约束被加



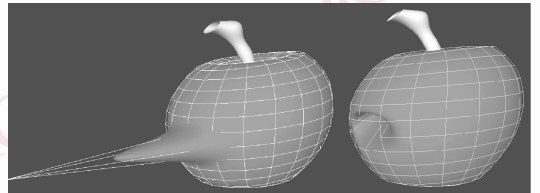
(a) 点约束作用下(球点) B 样条曲线的外载荷(线段)最小化调整



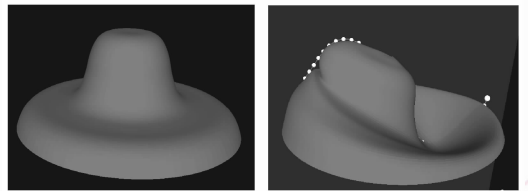
(b) 施加两点间的距离约束(箭头指向的两个约束点)

图 6 点约束与距离约束作用下曲线的调整

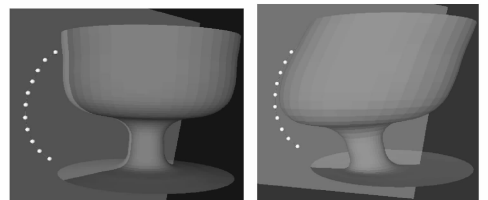
Fig. 6 The curve is adjusted based on point constraint and distance constraint



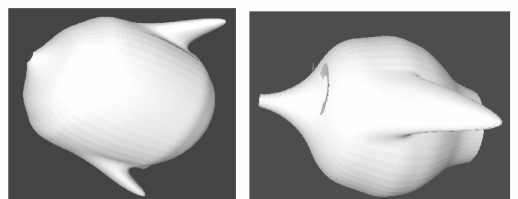
(a) 点位置约束作用于 B 曲面



(b) 目标曲线作用于曲面实现整体变形



(c) 目标曲线作用于局部曲面



(d) 曲面的局部调控

图 7 几何约束的曲面变形实例分析

Fig. 7 The examples of constrained surface deformation

入,从而建立的 G 约束求解方程使外载荷矢量适应性调整(式(13),式(19),式(21)),进而获得新的自由节点矢量(式(4))。图 6(b)中,任意选择曲线上两点(箭头指向的两个点),调整其垂直距离为 1.2 倍,进而曲线实现适应性调整。

点约束曲面控制:点约束作用于由 21×10 个控制节点组成的 B 曲面(如图 7(a)所示),它施加“拉”或“压”的物理作用力于控网结构。用户可以交互式选择控网中任一节点为自由节点,其他均为固定节点,此过程为局部预处理。

目标曲线控制曲面:使用自由绘制的 B 样条曲线来驱动曲面变形(帽子: 20×20 个控点组成)。曲线被离散为 m 个点($m = 30$),施加点位置约束于 B 样条曲面(式(19),式(22)),实现曲面可预测性变化(如图 7(b)所示)。图 7(c)中的目标曲线转换为 10 个点位置约束施加“拉”的物理张力于杯子表面,来调整部分控制节点位置的变化。

局部控制曲面变形:用户通过绘制自由封闭的曲线,确定曲面中控点为自由节点或固定节点——“局部预处理过程”。如图 7(d)中的鱼鳍部位的生成,目标曲线施加有效几何约束于活动区域产生的变形效果。

表 2 几何约束与运行速度分析

Tab.2 Geometric constraints and the performance

节点(DOF)($U \times V$)	几何约束/数目	局部处理(s)	时间(s)
曲线 8	$(G_p)(G_d):/1$	null	0.001 3
苹果 22×22	$(G_p):/1$	0.075	0.12
帽子 45×125	$(G_c):/46(G_p)$	null	11.54
杯子 38×66	$(G_c):/18(G_p)$	0.45	10.74
鱼鳍 58×32	$(G_c):/25(G_p)$	0.28	5.14

表 2 给出了算法的性能分析,从中可知,其运行速度主要取决于曲面控制节点的数量(DOF: $U \times V$);虽然在执行局部变形时,控制节点的自由和固定区域划分消耗了一定的时间,但相对于整体运行是微不足道的。

4 结 论

开发人性化、智能化的建模工具已经成为越来越重要的研究方向。尤其,随着基于样条曲线的模型逐渐成为主导趋势,进一步带动了高度自由曲面建模技术的发展。目前,有关曲面的大量的研究局

限于繁琐的几何参数输入、过于复杂的数学计算,限制了设计者的使用。本文所描述的基于物理模型中力密度方法实现自由曲面的控制,致力于提供给用户更加自然、高效的交互特性。通用的约束求解方程高效地实现了各种几何约束对曲面的直观控制。尤其,使用用户自由绘制局部区域和目标曲线的交互式手段,灵活地控制了曲面局部造型的精确性。

参考文献 (References)

- 1 Au C K, Yuen M M F. Unified approach to the effective computation of NURBS knots[J]. International Journal of Shape Modeling, 2002, 7(2): 194-217.
- 2 Sanchez Reys J. A simple technique for NURBS shape modification [J]. IEEE Transactions on Computer Graphics & Applications, 1993, 13(5): 43-49.
- 3 Piegl L, Tiller W. The NURBS Book [M]. Berlin, Germany: Springer, 1995.
- 4 Piegl L. Modifying the shape of rational B-spline, part 1: curves [J]. Computer Aided Design, 1989, 21(8): 509-518.
- 5 Nealen A, Igarashi T, Sorkine O, et al. FiberMesh: designing freeform surfaces with 3D curve [J]. ACM Transactions on Graph, 2007, 26(3):41.
- 6 Nealen A, Igarashi T, Sorkine O, et al. Laplacian mesh optimization [A]. In: Proceedings of ACM GRAPHITE [C], Kuala Lumpur, Malaysia, 2006: 381-389.
- 7 Sederberg T W, Parry S R. Free-form deformation of solid geometric models [J]. Computer Graphics, 1986, 20(4): 151-160.
- 8 Lamouin H J, Waggenspack W N. NURBS based freeform deformation [J]. IEEE Computer Graphics & Applications, 1994, 14(6): 59-65.
- 9 Coquillart S. Extended free-form deformation: A sculpting tool for 3D geometric modeling [J]. Computer Graphics, 1990, 24(4): 187-196.
- 10 Hsu W, Hugher J, Kaufman H. Direct manipulation of free-form deformation [J]. Computer Graphics, 1992, 26(4): 177-184.
- 11 Celniker G, Welch W. Linear constraints for deformable B-spline surface [A]. In: Proceedings of Symposium on Interactive 3D Graphics [C], New York, NY, USA, 1992: 165-170.
- 12 Welch W, Watkin A. Variational surface modeling [J]. Computer Graphics, 1992, 26(2): 157-166.
- 13 Hu S M, Li Y F, Ju T, et al. Modifying the shape of NURBS surfaces with geometric constraints [J]. Computer Aided Design, 2001, 33(12): 903-912.
- 14 Schweikert D C. An interpolation curve using a spline intension [J]. Journal of Mathematical Physics, 1966, 45(3):312-317.
- 15 Terzopoulos D, Platt J, Klerscher K. Elastically deformable models [J]. Computer Graphics, 1987, 21(4): 205-214.
- 16 Qin H, Terzopoulos D. D-NURBS: A physics-based manipulation of discrete continuous models [J]. Computer Graphics, 1995,

- 29(4): 59-65.
- 17 Demetri T, Hong Q. Dynamic NURBS with geometric constraints for interactive sculpting [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 1994, **13**(2):103-136.
- 18 Leon J C, Trompette P. A new approach towards free form surfaces control [J]. *Computer Aided Geometric Design*, 1995, **12**(4): 395-416.
- 19 Guillet S, Leon J C. Parametrically deformed free form surfaces as part of a variational model [J]. *Computer-Aided Design*, 1998, **33**(8): 621-630.
- 20 Pernot J P, Guillet S, Leon J C, *et al.* A new approach to minimizations for shape control during free-form surface deformation [A]. In: *Proceedings of International 2003 Design Engineering Technical Conference and Design and Automation Conference [C]*, Chicago, IL, USA, 2003.
- 21 Schek H J. The force density method for form finding and computation of general networks [J]. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 1974, **3**: 115-134.
- 22 Borrel P, Rappoport A. Simple constrained deformations for geometric modeling and interactive design [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 1994, **13**(2):137-155.
- 23 Gibson S F F, Mirtich B. A Survey of Deformable Modeling in Computer Graphics [R]. TR-97-19 Cambridge, MA, USA: Mitsubishi Electric Research Laboratories; November, 1997.
- 24 Golub G, Loan C V. *Matrix Computations [M]*. Baltimore, Maryland, USA: the John Hopkins University Press, 1996.