

基于细分方法的破裂曲面重构

赵 亮 赵春霞 张二华 马任安

(南京理工大学计算机科学与技术学院, 南京 210094)

摘 要 曲面重构是计算机图形学中一个基本问题。目前研究的热点集中于使用各种方法构建细分曲面, 以及进行网格的优化等方面, 但其核心是光滑连续曲面的重构。为了对破裂曲面有效重构, 提出了一种基于细分的重建破裂曲面的方法, 该方法先使用 Loop 细分曲面目标曲面进行逼近, 再自适应处理不连续部分的网格。这种方法在 3 维地震数据可视化中得到了较好的应用。

关键词 Loop 细分 散点重构

中图法分类号: TP391.4 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)10-2082-06

A Broken Surface Modeling Based on Subdivision Method

ZHAO Liang, ZHAO Chun-xia, ZHANG Er-hua, MA Ren-an

(Department of Computer Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract The reconstruction of the surface is a basic problem in CG field. And the current research focuses on the reconstruction surface and the mesh optimization. Most processes a continuous surface. In order to reconstruct the broken surface, a new method is presented in this paper to approach the object surface with the subdivision method first and then calculate the discontinuous mesh automatically. This algorithm has been used in the 3D seismic data scientific visualization.

Keywords Loop subdivision, reconstruction of scattered points

1 引 言

现在已有的散点重构算法, 都是假设目标曲面是一阶连续的, 而在 3 维地震数据中, 地下地层由于受多次构造运动的影响, 有不同程度的变形和断裂。这给地质学家进一步分析断层面的形态带来很大的困难, 因为在 3 维地震数据自动解释系统中, 人们只可以得到某个地质层位的散点数据。与传统的密集采样的高精度点云数据建模方法不同, 地震勘探的“采样点”来自对 3 维地震数据同一层面进行追踪的结果, 因 3 维地震数据的分辨率有限, 致使追踪层位时, 遗留有许多空洞。本文的工作可以看作是在

低信噪比情况下的一种能自适应识别断层的重构系统。

2 三角网格与 Loop 细分

Loop 于 1987 年在硕士论文中发表了基于三角网格的 Loop 细分算法^[1], 这种处理方法可以从任意 2 维流形控制网格得到二次平滑的曲面, 而且无需考虑初始的拓扑结构。因为其强大的表现能力、简单的处理手段和快速的收敛性, 所以之后的 20 年, 许多工作都在此基础之上展开, 例如蝶形细分^[2]、 $\sqrt{3}$ 细分^[3]、细分曲面边缘问题处理^[4]、带尖锐特征

收稿日期: 2008-03-17; 改回日期: 2008-09-03

第一作者简介: 赵 亮 (1982 ~), 男。现为南京理工大学计算机学院模式识别专业博士研究生。研究方向为 3 维地震图像处理, 计算机图形学。E-mail: zl747@msn.com

的细分曲面^[5]、基于多分辨率的网格约简^[6]、非流形细分曲面^[7]等。本文算法是使用 Loop 细分的方法来得到光滑的两次连续的极限曲面。当然,其他一些细分方法,如蝶形细分也可以替代 Loop 细分在本文算法中使用。

Loop 细分算法是用迭代细分的方法来生成光滑的极限曲面。每次细分需进行以下两个步骤:(1)先进行插值处理,即在三角形的每边都生成对应的插值点(奇点);(2)再调整原有的顶点(偶点)位置,即在原图结构的基础上,用已有顶点和插值点来生成新的 2 维流形拓扑结构。根据需求,用户可以自定义迭代细分的次数。下面简单介绍 Loop 算法及其各种扩展。

设 M_r 为第 r 次 Loop 细分后的三角控制网格,每次 Loop 细分后的控制网格从 M_r 变为 M_{r+1} , \bar{v}_i^r 为 M_r 中的一个顶点,若具有 k 个邻域顶点 $\bar{v}_1^r, \bar{v}_2^r, \dots, \bar{v}_k^r$,则称其顶点度为 k 。顶点度 k 为 6 时,即为正则顶点,顶点度不为 6 时,则为奇异顶点。每次 Loop 细分之后所有的插值点(奇点)的顶点度都为 6,即成为正则点,而原有的顶点(偶点)的顶点度则维持不变。

细分时,首先考虑无边界的情况,即插值点(奇点)的生成是局部支撑的,原网格中的每条边对应一个生成的奇点。各个奇点的所有属性(3 维坐标、颜色等)由邻近点决定(见图 1(a)),其计算公式如下:

$$v_{\text{odd}} = \frac{1}{8}(3v_1 + 3v_2 + v_3 + v_4) \quad (1)$$

v_1, v_2 是边的两个顶点, v_3, v_4 是 2 维流形网格中含 $v_1 v_2$ 边的两个三角形的第 3 个顶点。由于原顶点(偶点)的更新也是局部支撑的,因此原网格中的每个顶点对应一个更新的偶点。各个偶点的所有属性(3 维坐标、颜色等)也由邻近的点决定(见图 1(b)),其计算公式如下:

$$v_{\text{even}} = (1 - k\beta)v + \beta(v_1 + v_2 + \dots + v_k) \quad (2)$$

其中权重为

$$\beta = \begin{cases} \frac{3}{16} & k = 3 \\ \frac{1}{k} \left(\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{k} \right)^2 \right) & k > 3 \end{cases} \quad (3)$$

文献[8]推导出 Loop 细分的极限细分曲面,在不考虑边缘的情况下,极限细分曲面为

$$v_i^\infty = (1 - k\chi)v_i + \chi \sum_{j \in N} v_j \quad (4)$$

其中, $\chi = \left(\frac{3}{8\beta} + k \right)^{-1}$, N 是点 v_i 的 1-邻域点集。

本文的重点是利用细分算法来进行曲面的重构,详细的相关证明推导见文献[1],[4],[9]。

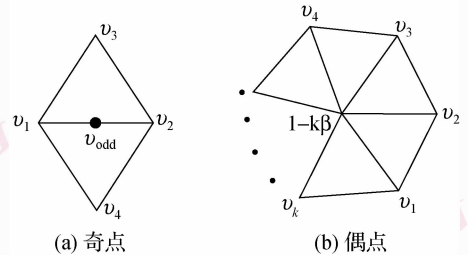


图 1 网格中顶点的两种属性

Fig. 1 Two type of vertex in a mesh

为了构造拟合曲面的控制网格,细分算法流程步骤如下:

- (1) 载入散点数据;
- (2) 初始化控制网格(见 2.1 节);
- (3) 对网格控制点进行位置调整;
- (4) 求取控制点能量误差函数 E ;
- (5) 如果 E 大于预设阈值 T ,则转步骤(3),如果小于 T ,则继续;
- (6) 再进行一次 Loop 细分;
- (7) 如果细分达到目标拟合效果,则停止,否则转步骤(3)。

2.1 初始控制网格的建立

文献[8]提出了包围盒法及交互式法两种初始控制网格的方法。由于本文研究对象的特殊性,故选择包围盒法(如图 2(a)所示),并进行了一定的改进。包围盒的方法只要用盒状的控制网格把所有的采样点包含其中,它适合处理各种零亏格造型。但由于 3 维地震数据中层位数据的重构问题,使用

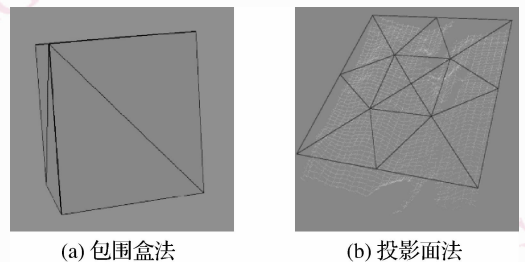


图 2 两种构建初始网格的方法

Fig. 2 Two method of construction of the initial mesh

包围盒的方法能够从上下双方向两次重构目标曲面,故可以把包围盒法简化成投影面的方法,即使用可以覆盖整片数据区的控制网格(如图 2(b)所示)。先用最小二乘的方法拟合出一个投影面,然后把所有采样点投影在该面上,并画出有投影的范围(本文为矩形)。由于这样建立的初始网格拓扑关系简单,因此可以通过细分来无限逼近目标曲面,也无须依靠手工交互的方式。但因为受包围盒法的网格收缩特性^[8]的影响,使覆盖面向内部收缩,故处理边缘时要加额外的约束(见 2.3 节)。

2.2 能量误差函数 E

为了评价网格逼近的程度,可以定义整个网格的能量误差评价函数 E 为网格中各个顶点能量误差的平均值,即

$$E = \frac{1}{m} \sum_{i \in M} E_i \quad (5)$$

E_i 是每个顶点与采样点集 S 的逼近程度的评价,其在文献[8]中定义为

$$E_i = |v_i^\infty - \tilde{v}_i|^2 \quad (6)$$

其中, \tilde{v}_i 为点 v_i 与采样点集 S 距离最邻近的一个点, v_i^∞ 为点 v_i 在极限曲面中的对应极限点,其由式(4)给出。在本文条件下, \tilde{v}_i 可以修正为在投影面上与采样点集 S 距离最近的一个点,这样就可以使生成的曲面网格更加均匀。为了得到 E 的极小值,对式(6)两边求关于 v_i 的偏导,即

$$\frac{\partial E}{\partial v_i} = \frac{1}{m} \sum_{i \in M} \frac{\partial E_i}{\partial v_i} = \frac{2}{m} \sum_{i \in M} \frac{\partial v_i^\infty}{\partial v_i} |v_i^\infty - \tilde{v}_i| = 0 \quad (7)$$

故当 $\forall i \in M, v_i^\infty = \tilde{v}_i$ 时, E 取最小值。代入式(4)得

$$\tilde{v}_i - v_i = \chi_i \sum_{j \in N} v_j - v_i \quad (8)$$

其中,系数 χ_i 同式(4), N 是点 v_i 的 1-邻域点集。

当网格的顶点数较多时,由于这个线性方程组的规模过于庞大,所以要采用迭代逼近的方法来解决这个问题。文献[10]使用如下方法来逼近,因为 Loop 算法中点 v_i^∞ 只与 1-邻域的顶点相关,故每次迭代都给点 v_i 一个修正的向量 r_i (见式(9)),其中 λ 为一个修正速度的控制变量,取 $[0, 1]$ 。顶点调整如式(10)所示。

$$r_i = \lambda (v_i - v_i^\infty) \quad (9)$$

$$p_i = p_i + \lambda r_i \quad (10)$$

试验表明,取 $\lambda = 0.8$ 左右既可以保证获得较快的收敛速度,又不会丢失曲面的细节或引起震荡(见文献[8])。

2.3 网格的边缘收缩问题

因为网格收缩会影响处理,如果曲面的边缘部分也与内部采取同样的策略,则最终的收敛曲面会远小于目标曲面,故处理网格时,应先判断每条边是否为边缘边。因为采用的是边翼数据结构,故判断是否为边缘边只要判断边左右的三角形是否存在即可,判断所有边的算法复杂度为 $O(n)$ 。如果为边缘边,则只在初始投影方向进行调整(如图 3 所示)。计算公式如下:

$$r_i = \lambda (v_i - v_i^\infty) \cdot \mathbf{n} \quad (11)$$

其中, \mathbf{n} 为投影面的单位法矢量。这样,在迭代收敛的过程中,控制网格就不会因过度收敛而小于目标曲面。但因为只在一个维度上进行逼近,故边缘点的逼近程度又有所降低。在收敛的过程中,删除与数据匹配得不太好的三角面片,即可解决这个问题。

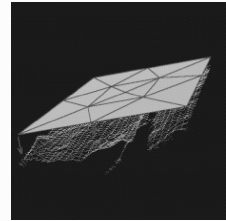


图 3 边缘点调整

Fig. 3 The moving of vertices on the edge

3 破裂处断层的自适应识别

地层散点数据经几次逼近细分之后,得到的效果如图 4 所示。这就是地层面,其在地下经过长期

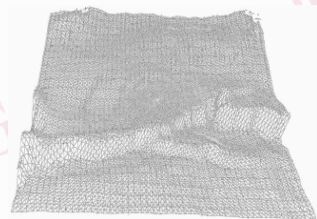


图 4 简单断层系统网格

Fig. 4 A simple fault system mesh

形演变化已经成为一个破裂的曲面,现在要从网格中提取出曲面破裂处的三角面片,并予以删除。断层处的三角面片有如下特征:

(1)三角面片距离采样点集较远 使用细分算法进行曲面的逼近建模时,可以把采样点集看作是连续的曲面。虽然经过几次逼近后,Loop 生成的曲面依然连续,但连续的网格中破裂处不会有采样点(如图 4 所示)。所以定义 D_i 表示三角面片与点集的距离,即三角形的重心与点集中最近点的距离。

$$D_i = \min_{j \in Q} (v_i^c - v_j)^2 \quad (12)$$

其中, v_i^c 为三角形重心, v_j 为采样集中的一个点。

(2)局部曲率 根据式(8),断层破裂处两边的三角面片均收敛于采样点附近,经多次逼近后,断层处的三角面片会明显有较大的曲率(如图 5 所示)。提取曲面的局部曲率的方法可以参考文献[11]。但本文的曲面曲率可以简单参数化为三角面片的法向量与投影面的夹角(见文献[12])。

$$\cos \theta = \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n} \quad (13)$$

其中, \mathbf{n}_i 为各个三角形的单位法矢量, \mathbf{n} 为投影面的单位法矢量。

(3)待删除的三角面片通常是毗邻的一组三角面片集 从实际的例子中可以看出,在上述的 D_i 和局部曲率两个特征向量构成的空间中,这显然不是一个线性可分的问题。如果只简单地根据以上特征向量判断一个三角形是否删除则会引起大量的误分类。由于在构造好的网格中,断层存在的位置通常有一系列的破裂的小三角形,故利用断层处的三角形是否具有一组毗邻的三角集即可判断是否需要删除。判断时先确定种子三角形(设定高门限 $T_{\text{high}} = [D, \theta]$),如果满足 T_{high} ,认为符合严格条件的三角面片一定是断层破裂处。再确定面种子生长三角形的低门限 $T_{\text{low}} = [D, \theta]$,认为只要符合宽松条件的已确定为删除三角形的毗邻三角形也为删除三角形。但如何确定这两个条件的分类器,则是一个困难,且是非通用的过程。如果目标曲面的变化趋势平缓,且断层破裂较大(如图 5 所示),则特征向量中的 θ 可以在种子生长过程的分类中更加有区分能力,如果断层细碎(如图 6 所示),则在定严格条件时特征向量 θ 和 D 应较宽松,这样就可以不遗漏小断层。如果处理一系列性质相

近的曲面(平缓程度、断层破裂程度),则可以考虑使用神经网络等手段来处理宽松条件,以达到更好的分类效果。建模的结果见图 6、图 7。总体算法流程如图 8 所示。

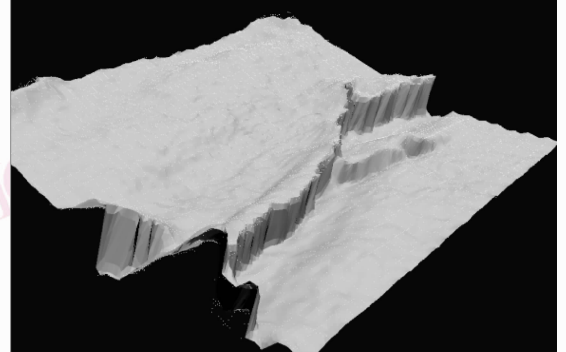


图 5 光滑曲面生成(未剔除断层)

Fig. 5 The smooth surface with a fault

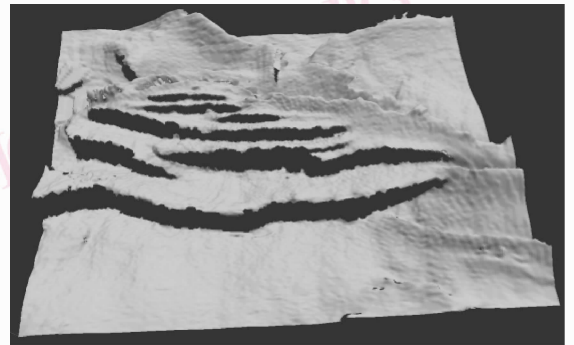


图 6 复杂破裂面的建模

Fig. 6 Modeling of complex broken surface

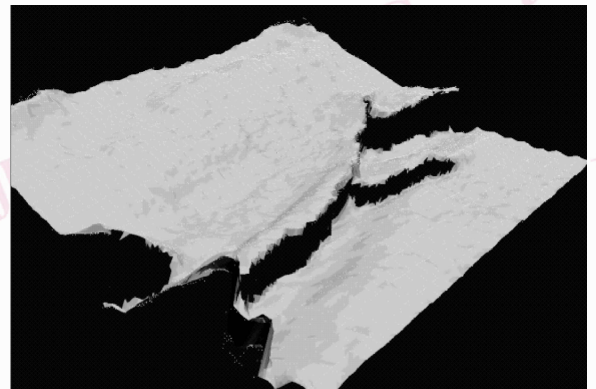


图 7 简单破裂面的建模

Fig. 7 Modeling of simple broken surface

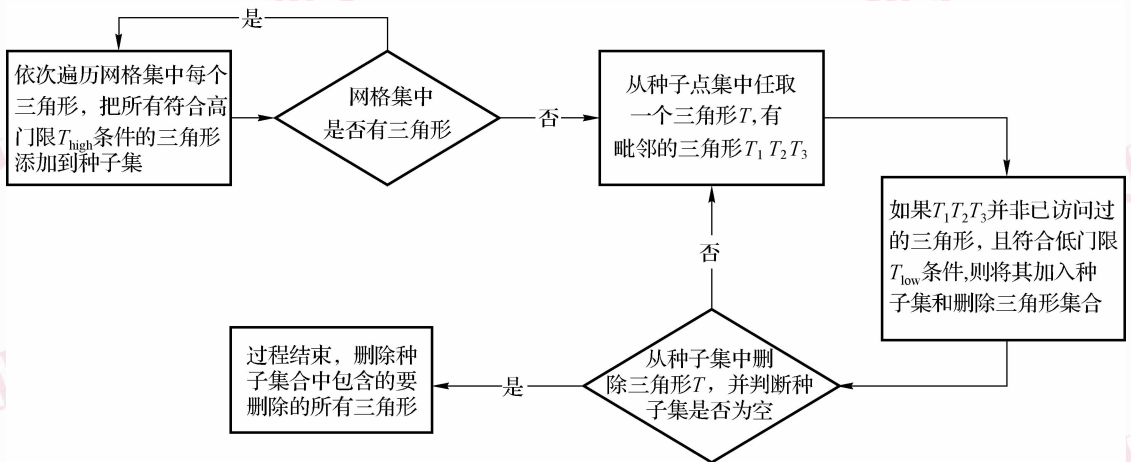


图 8 自适应识别断层的算法框图

Fig. 8 Adaptive fault system recognition algorithm

4 算法实现与复杂度分析

为了实现本文的算法,可构造以下数据结构:

首先是网格拓扑的基本结构:其中三角网格 M 的结构定义为

$$M = \{V, E, T, S_1, S_2\}$$

(1) 顶点集 V : 因为只有在 Loop 细分时, 顶点集的数目才改变, 故可使用数组存储。

(2) 边集 E : 每条边包含指向顶点集 V 的两个指针, 在 Loop 细分时, 因每条边对应一个奇点, 奇点的生成位置来自于边顶点和翼顶点的加权和 (见式 (1)), 故需要建立一个边集的红黑树, 并以三角形的 3 条边的投影面坐标作为红黑树的节点比较。

定义: 每条边分别储存其中的点坐标, 将两条边 e_1, e_2 中点的 x, y, z 坐标值分别记为: $x_{e_1}, y_{e_1}, z_{e_1}, x_{e_2}, y_{e_2}, z_{e_2}$ 。当 $x_{e_1} > x_{e_2}$ 时, $e_1 > e_2$; 当 $x_{e_1} = x_{e_2}$, 且 $y_{e_1} > y_{e_2}$ 时, $e_1 > e_2$; 当 $x_{e_1} = x_{e_2}, y_{e_1} = y_{e_2}$, 且 $z_{e_1} > z_{e_2}$ 时, $e_1 > e_2$ 。

这样就可以利用红黑树的性质在 $O(\log n)$ 时间内找到任意某条边, 并以该边作为键值来建立索引集合 S_1, S_2 , 然后就可以在常数时间内访问与该边对应的两个翼点。

(3) 三角面片集 T : 每个三角形都包含指向顶点集 V 的 3 个指针。

另外, 还需要有采样点集 S : 为了在进行逼近算法运行时能找到与某个点最近的采样点的加速算

法, 所以本文同样以采样点在投影面上的坐标作为节点比较来构建红黑树。 S 的初始化复杂度为 $m \times \log m$ (m 为采样点集中点的数量), 但在 m 比较小的情况下 ($m < 10^8$), 初始化的时间复杂度远小于 Loop 逼近的复杂度。

Loop 细分算法的复杂度分析参见第 1 次在这样构建的三角网格中进行细分的分析, 其生成奇点的算法复杂度是 $O(2 \times \log n)$, 生成偶点的算法复杂度为 $O(k \times \log n)$, k 为偶点的顶点度。由此可见, 进行一次 Loop 细分的算法复杂度为 $n \times (O(2 \times \log n) + O(k \times \log n)) = n \times (O(\log n))$ 。

逼近过程的复杂度分析: 对某个确定的顶点做一次顶点逼近需要 $O(m)$ 的时间复杂度, 这样做一次整个网格的逼近就需要 $n \times O(m)$ 的时间复杂度。由于顶点和采样点集均存于红黑树, 因此可以通过时间复杂度 $O(\log m)$ 找到一个能量误差 E 距离意义下的最小值, 但要找到欧氏距离意义下的最小值, 还要搜索前后的采样点。定义 d 为当前欧氏距离的最小采样点距离, 当 d 大于采样点的 x 值时, 则停止搜索。这样, 这个优化的问题就变成了一个分而治之的问题, 且一定能找到最小的欧氏距离采样点。这种算法的复杂度变为

$$n \times (O(\log m) + k \sqrt{m})$$

其中, k 为需要搜索的点数。由此可见, Loop 细分算法的复杂度为

$$n \times (O(\log n) + O(\log m) + k \sqrt{m})$$

其中, n 为网格顶点数, m 为采样点数。

5 结论

本文阐述了一种针对不连续曲面的建模方法,并且在地震数据可视化领域进行了应用。试验结果表明,这种方法完全可以对地层层面数据进行高精度的建模,其曲面的逼近程度完全取决于建模的面片数。在本文的试验数据上(100 km²区域,90 000个采样点),要达到建模精度需26万片三角形,约100 min的建模时间。建模时间较长的原因是由于这个算法的局限,但如果在建模中,只抽取部分感兴趣区域来建立高精度模型,并以LOD模型完成可视化,那么无论是建模的时间成本,还是渲染的硬件开销都可以得到很大的降低。

本文算法的不足之处在于对投影面进行映射时,没有考虑多一映射的问题。如果要把这个算法扩展到非流行网格的处理建模,还要进一步研究其预处理的方法与现有算法的关系。

参考文献 (References)

- 1 Loop C. Smooth Subdivision Surfaces Based on Triangles [D]. Department of Mathematics, University of Utah, Salt Lake City, Utah, USA, 1987.
- 2 Dyn N, Levine D, Gregory J A. A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control [J]. ACM Transactions on Graphics, 1990, 9(2): 160-169.
- 3 Kobbelt L. $\sqrt{3}$ -subdivision [A]. In: Proceedings of ACM SIGGRAPH [C], New Orleans, Louisiana, USA, 2000:250-260.
- 4 Loop C. Triangle mesh subdivision with bounded curvature and the convex hull property [J]. The Visual Computer, 2002, 18(9): 316-325.
- 5 Amresh A, Farin G, Razdan A. Adaptive subdivision schemes for triangular meshes [A]. In: G. Farin, B. Hamann, H. Hagen, eds: Hierarchical and Geometrical Methods in Scientific [C], Berlin, German: Springer, 2003:319-330.
- 6 Eck M, DeRose T, Duchamp T, et al. Multiresolution analysis of arbitrary meshes [A]. In: Proceedings of the 22nd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques Table of Contents [C], Vancouver, Canada, 1995: 173-182.
- 7 Ying L, Zorin D. Nonmanifold subdivision [A]. In: Proceedings of the Conference on Visualization [C], San Diego, California, USA, 2001: 325-332.
- 8 Suzuki H, Takeuchi S, Kimura S, et al. Subdivision surface fitting to a range of points [A]. In: Proceedings of Seventh Pacific Conference on Computer Graphics and Applications [C], Tokyo, Japan, 1999: 158-167.
- 9 Stam J. Evaluation of Loop subdivision surface [A]. In: Proceedings of SIGGRAPH [C], Orlando, FL, USA, 1998:150.
- 10 Zhou Hai, Zhou Lai-shui, Wang Zhan-dong, et al. Surface reconstruction from unorganized points using subdivision techniques [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2003, 15(10): 1287-1295. [周海, 周来水, 王占东等. 散乱数据点的细分曲面重建算法及实现 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, 15(10): 1287-1295.]
- 11 Liu Sheng-lan, Zhou Ru-rong, Zhang Li-yan. Feature line extraction from triangular mesh model [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2003, 15(4):444-451. [刘胜兰, 周儒荣, 张丽艳. 三角网格模型的特征线提取 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, 15(4):444-451.]
- 12 Patrikalakis N M. Shape Interrogation for Computer Aided Design and Manufacturing [M]. Berlin, German: Spinger-Verlag Press, 2002. [尼古拉斯 M. 巴利卡拉克斯. 计算机辅助设计与制造中的外形分析 [M]. 冯结青, 译. 北京: 机械工业出版社, 2005.]