

一类新的广义形态开和广义形态闭滤波器

白银刚 于盛林 李建明

(南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016)

摘要 以数学形态学为基础的形态滤波器是一种非线性滤波器,基于基本的形态变换—腐蚀和膨胀,采用大小不同的结构元素,提出了一类新的形态滤波器——广义形态开和广义形态闭滤波器,这类滤波器具有平移不变性、递增性、对偶性等重要性质。为了验证广义形态开、闭滤波器的有效性,针对不同的噪声,使用这类滤波器对其进行滤波,滤波结果表明广义形态开、闭滤波器在抑制噪声的同时能够较好地保持细节,而且运行的时间将小于形态开闭、闭开、广义形态开-闭、闭-开滤波器运行的时间,形态滤波器算法简单便于并行实时处理。

关键词 图像处理 形态滤波 形态变换 腐蚀 膨胀

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2009)08-1523-07

A New Generalized Open and Close Morphological Filters

BAI Yin-gang, YU Sheng-lin, LI Jian-ming

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract Mathematical filters based on mathematical morphology is a non-linear filter. Based on the erosion and dilation operations a class of generalized open and close morphological filters is constructed by using different structuring elements in this paper. These filters possess some important properties such as translation invariance, duality, increasing and so on. In order to verify its effectiveness, we simulate against different noise with generalized open and close morphological filters. The results of computer simulation show that these filters can preserve the geometrical features and edges of the image when they suppress noise in the image and their speed is faster than the traditional morphological filters. They possess calculation simplicity and easy to be real-time processed in parallel.

Keywords image processing, morphological filters, morphological transform, erosion, dilation

1 引言

形态滤波器^[1]是以数学形态学为基础的一种非线性滤波器,主要应用在图像处理领域,对图像进行预处理、边缘检测、目标提取、断点连接^[2]等等。其基本思想是用一结构元素做“探针”来探测图像的几何结构,保留与结构元素相符合的结构,去掉不符合的结构,这样就能在滤除噪声的同时保持细节。数学形态学的研究内容非常广泛,主要包括形态变换与形态分析,在发展过程中不断与其他学科进行

融合和渗透,如与模糊数学相结合,构成了模糊形态学^[3](fuzzy morphology),与神经网络相结合,构成了形态神经网络^[4](MNN)。国内也有许多学者提出了多种新的形态滤波器,如广义形态滤波器、全方位多结构元素形态滤波器^[5]等。对彩色图像进行处理的矢量形态滤波器的研究也正在展开。目前,随着研究的不断深入,应用领域也在不断扩大,如应用在平滑和检测物体表面轮廓^[6]、医学图像^[7]处理及提高电能管理系统^[8]分析等方面。在滤波的方法上,形态滤波也可以和其他的滤波方法一起使用来提高滤波的效率,文献[9]介绍了一种混合消噪法

收稿日期:2008-01-11; 改回日期:2008-04-25

第一作者简介: 白银刚(1981~),男。南京航空航天大学测试计量技术及仪器专业硕士研究生。主要研究方向为数字信号处理、数学形态学。E-mail: baiyingang@nuaa.edu.cn

用于处理工程图纸,取得了较好的效果。

现在虽然出现了各种各样的形态变换方法,但是基本的形态变换^[10]是腐蚀、膨胀、开和闭及其级联形式——开闭和闭开。开、闭滤波器是腐蚀和膨胀的不同级联形式,算法简单、能达到一定的滤波效果。开闭、闭开滤波器是形态变换开和闭的不同级联形式,滤波效果有所提高,但是算法比较复杂。本文在形态开、闭滤波器基础上,使用大小不同的结构元素,提出了一种新的形态滤波器——广义形态开和广义形态闭滤波器,这类滤波器算法简单,滤波效果理想。

2 广义形态开和广义形态闭滤波器的基本原理及性质

形态滤波器的输出不仅取决于形态变换的形式,而且取决于结构元素的大小和形状,一般只有与结构元素的大小和形状相匹配的信号才能被保持。形态开(闭)滤波器可以抑制信号中的正(负)脉冲噪声,开闭和闭开滤波器可以同时抑制正负脉冲噪声,但在滤除正(负)脉冲噪声时会加大负(正)脉冲噪声的峰值,如果使用同一结构元素,不能完全滤除负(正)脉冲噪声。为了更好地抑制正负脉冲噪声,出现了广义形态开-闭和广义形态闭-开滤波器^[9],这类滤波器采用了大小不同的结构元素,在滤除噪声的同时能较好地保持细节和边缘,但也增加了算法的复杂度,形态滤波器是一种并行运算,算法复杂不利于硬件实现。

图 1 示出了形态开、闭、开闭、闭开、广义形态开-闭、闭-开滤波器抑制脉冲噪声的原理。其中图 1(a)是长度为 17 点峰值大小为 1 和 -1 的 1 维信号,图 1(b)和图 1(c)为对图 1(a)做开和闭运算的结果,结构元素长度为 3 点,可以看出开运算去掉了正脉冲,闭运算去掉了负脉冲,但同时也加大了负(正)脉冲的幅值。图 1(d)和图 1(e)为对图 1(a)做开闭和闭开运算的结果,结构元素长度为 3 点,因为在开闭、闭开过程中选择同一结构元素,所以不能完全滤掉正负脉冲。图 1(f)和图 1(g)为对图 1(a)做广义开-闭、闭-开运算的结果,结构元素的长度分别为 3 点和 7 点,结果表明这类滤波器能够完全滤除正负脉冲噪声。

2.1 广义形态开和广义形态闭滤波器基本原理

本文对传统形态开、闭滤波器进行一下改进,利

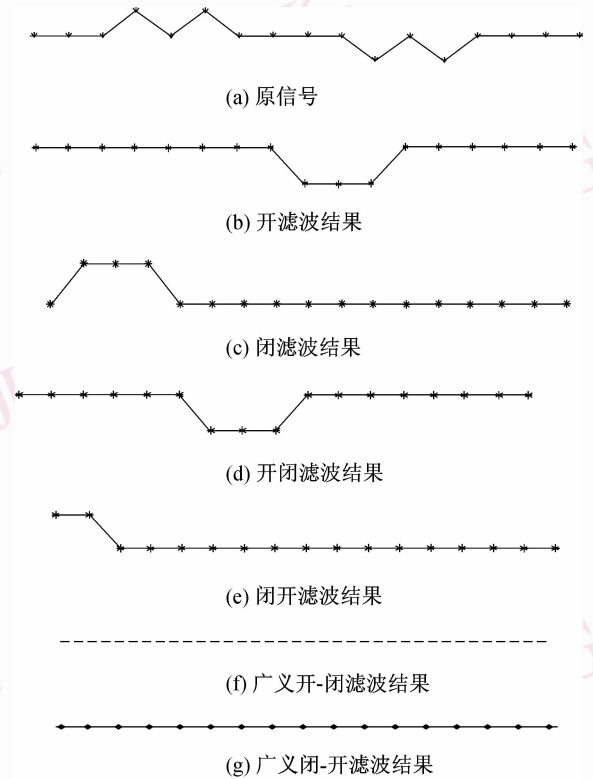


图 1 基本形态滤波器滤波结果示意图

Fig. 1 The results of morphological filter

用基本形态变换腐蚀、膨胀的组合和大小不同的结构元素,构造一类新的形态滤波器,称之为广义形态开和广义形态闭滤波器。

定义 1 $f(x)$ 为定义在 2 维离散空间 Z^2 上的离散函数,结构元 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 为 Z^2 上的有限子集,其中 $g_1(x) \subseteq g_2(x)$,则广义形态开(GO)和广义形态闭(GC)滤波器分别定义为:

$$\text{广义形态开: } GO(f(x)) = (f \ominus g_1 \oplus g_2)(x)$$

$$\text{广义形态闭: } GC(f(x)) = (f \oplus g_1 \ominus g_2)(x)$$

其中符号 \ominus, \oplus 分别为腐蚀和膨胀运算。

由定义 1 知广义形态开和广义形态闭滤波器是在进行开闭运算过程中,对腐蚀和膨胀采用了大小不同的结构元素,这样就简化了算法的复杂度,同时也能保持不同的细节,如果选取 $g_1(x) = g_2(x)$,则广义形态开和广义形态闭滤波器就变成了形态开和闭滤波器。用广义形态开、闭滤波器对图 1(a)所示的 1 维信号进行处理,其结果如图 2 所示,脉冲噪声被完全滤除。

2.2 广义形态开和广义形态闭滤波器基本性质

广义形态开和广义形态闭滤波器的性质如下:

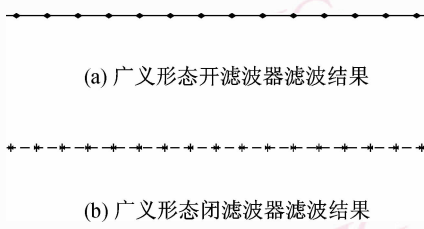


图 2 广义形态开、闭滤波器示意图

Fig. 2 The results of generalized open and close morphological filter

$$[f(x) \Theta g]^c = f^c(x) \oplus g$$

$$[f(x) \oplus g]^c = f^c(x) \Theta g$$

根据广义形态开、闭滤波器的定义有

$$[GO(f(x))]^c = [f(x) \Theta g_1 \oplus g_2]^c$$

$$= [f(x) \Theta g_1]^c \Theta g_2$$

$$= f^c(x) \oplus g_1 \Theta g_2$$

$$= GC(f^c(x))$$

同理可得 $[GC(f(x))]^c = GO(f^c(x))$

性质 4 幂等性:

由于腐蚀、膨胀运算不具有幂等性,所以广义开、闭滤波器也不具有幂等性,这就意味着对输入信号进行一次滤波不能得到根信号,为了使算法简单,本文的实验仿真只做一次广义开、闭滤波运算,实验结果表明,进行一次滤波结果比较理想。

3 实验仿真与性能分析

为了验证本文所提出的广义形态开、闭滤波器性能,对噪声污染的图像进行处理,这里采用 $512 \times 512 \times 8 \text{ bit}$ 的“Lena”来测试本文所述滤波器性能。针对噪声为椒盐、高斯及两种噪声混合的情况,进行广义开、闭滤波器滤波结果与开(open)、闭(close)、开闭(OC)、闭开(CO)、广义开-闭(GOC)和广义闭-开(GCO)滤波器滤波结果比较,这里椒盐噪声取 10%,高斯噪声取均值为 0、方差为 0.01。用开、闭、开闭、闭开滤波器滤波时,采用 3×3 的方形结构元素,对椒盐噪声进行滤波时,采用 3×3 和 5×5 的方形结构元素,对高斯噪声和混合噪声进行滤波时,采用 3×3 和 7×7 的方形结构元素。滤波结果由峰值信噪比、均方误差、程序处理时间等主要性能指标来衡量,各项指标的大小为运行十次的平均结果,每次都在同一台计算机上测试的。

表 1 是对椒盐噪声进行滤波时,各种滤波器滤波结果的主要性能指标。图 3 是对椒盐噪声滤波时,各种滤波器滤波结果的效果图。图 4 是当椒盐噪声幅值不同时,各种滤波器滤波结果的变化关系。这里只选取了形态开、开闭、广义形态开-闭和广义形态开 4 种滤波器,其中横坐标表示噪声幅度的大小,每单位为 2% 的噪声,纵坐标表示滤波结果信噪比的大小,通过图 4 只要比较各个曲线上的位置关系就能得出滤波结果的好坏。表 2 和图 5,图 6 针对噪声为高斯噪声的情况,各个参数的含义与含有椒盐噪声一样,图 6 的横坐标表示每单位高斯噪

性质 1 平移不变性:

$$GO(f(x-m) + s) = GO(f)(x-m) + s$$

$$GC(f(x-m) + s) = GC(f)(x-m) + s$$

其中, $m \in \mathbf{Z}^2, s \in \mathbf{R}$ 。

证明 根据腐蚀和膨胀运算的平移不变性,有

$$[f(x-m) + s] \Theta g = (f \Theta g)(x-m) + s$$

$$[f(x-m) + s] \oplus g = (f \oplus g)(x-m) + s$$

由定义 1 可得

$$\begin{aligned} GO(f(x-m) + s) &= [f(x-m) + s] \Theta g_1 \oplus g_2 \\ &= [(f \Theta g_1)(x-m) + s] \oplus g_2 \\ &= [(f \Theta g_1) \oplus g_2](x-m) + s \\ &= GO(f)(x-m) + s \end{aligned}$$

同理可证 $GC(f(x-m) + s) = GC(f)(x-m) + s$

性质 2 递增性:

若 $f_1(x) \leq f_2(x)$ 则

$$GO(f_1(x)) \leq GO(f_2(x))$$

$$GC(f_1(x)) \leq GC(f_2(x))$$

证明 根据腐蚀和膨胀的递增性,有

若 $f_1(x) \leq f_2(x), \forall x \in \mathbf{Z}^2$, 则

$$(f_1 \Theta g)(x) \leq (f_2 \Theta g)(x)$$

$$(f_1 \oplus g)(x) \leq (f_2 \oplus g)(x)$$

由广义形态开、闭滤波器的定义可

$$\begin{aligned} GO(f_1(x)) &= [(f_1 \Theta g_1) \oplus g_2](x) \\ &\leq [(f_2 \Theta g_1) \oplus g_2](x) \\ &= GO(f_2(x)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GC(f_1(x)) &= [(f_1 \oplus g_1) \Theta g_2](x) \\ &\leq [(f_2 \oplus g_1) \Theta g_2](x) \\ &= GC(f_2(x)) \end{aligned}$$

性质 3 对偶性:

$$[GO(f(x))]^c = GC(f^c(x))$$

$$[GC(f(x))]^c = GO(f^c(x))$$

其中符号 c 表示求补运算,即 $f^c(x) = -f(x)$

证明 根据腐蚀、膨胀运算的对偶性,有

声方差为 0.002,表 3 和图 7、图 8 针对混合噪声情况,图 7 中椒盐噪声取 10%、高斯噪声的均值为 0、

方差为 0.01,图 8 横坐标表示每单位为 2% 的椒盐噪声和方差为 0.002 的高斯噪声叠加的幅度。

表 1 性能比较(椒盐噪声)

Tab.1 Comparison of performance (salt and pepper noise)

图像类型	加噪图像	open	close	OC	CO	GOC	GCO	GO	GC
均方误差	1 803	1 513	1 247	174	159	84	83	135	134
运行时间(s)		0.234 4	0.234 4	0.468 8	0.453 1	0.390 6	0.406 3	0.218 8	0.203 1
信噪比(dB)	15.61	16.37	17.22	25.75	26.16	28.90	28.95	26.85	26.87

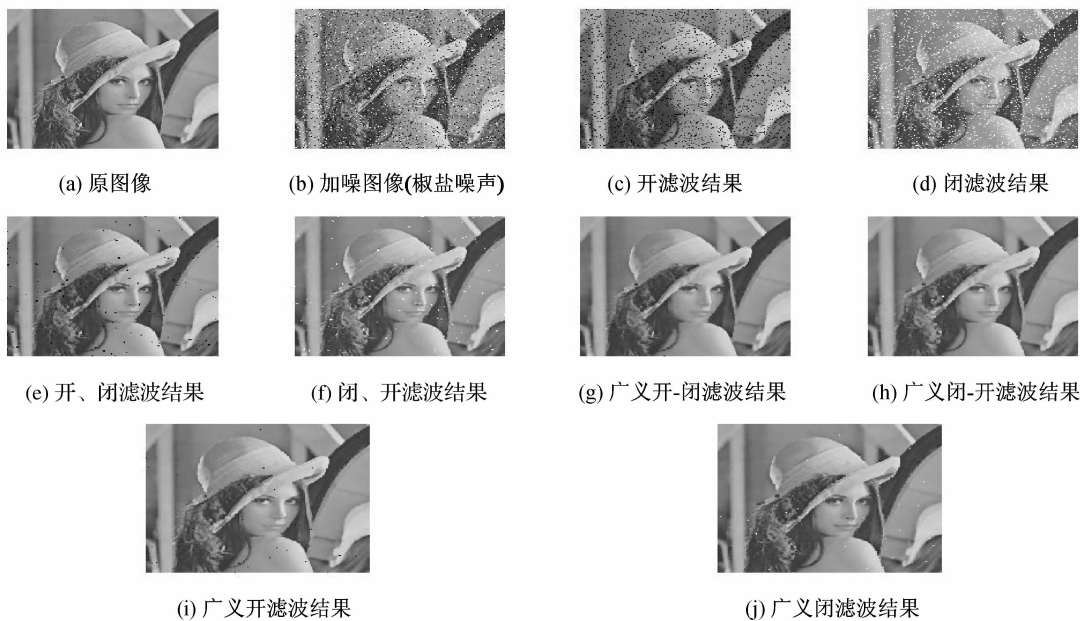


图 3 几种滤波器滤波结果(椒盐噪声)

Fig.3 The results of several filters (salt and pepper noise)

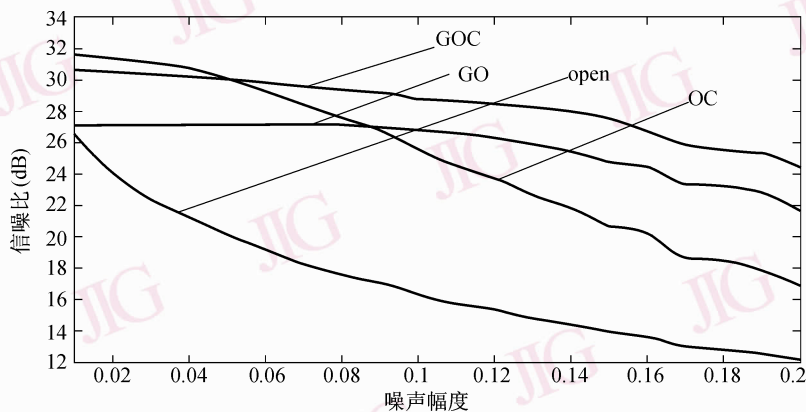


图 4 各种噪声(椒盐噪声)幅度下,4种滤波器滤波结果的信噪比

Fig.4 The SNA of four filters under different amplitudes (salt and pepper noise)

表 2 性能比较 (高斯噪声)
Tab.2 Comparison of performance (Gaussian noise)

图像类型	加噪图像	open	close	OC	CO	GOC	GCO	GO	GC
均方误差	647	728	716	506	501	315	320	315	315
运行时间 (s)		0.218 8	0.234 4	0.437 5	0.453 1	0.390 6	0.390 6	0.203 1	0.197 5
信噪比 (dB)	20.06	19.54	19.61	21.12	21.16	23.18	23.10	23.18	23.18



图 5 几种滤波器滤波结果 (高斯噪声)
Fig. 5 The results of several filters (Gaussian noise)

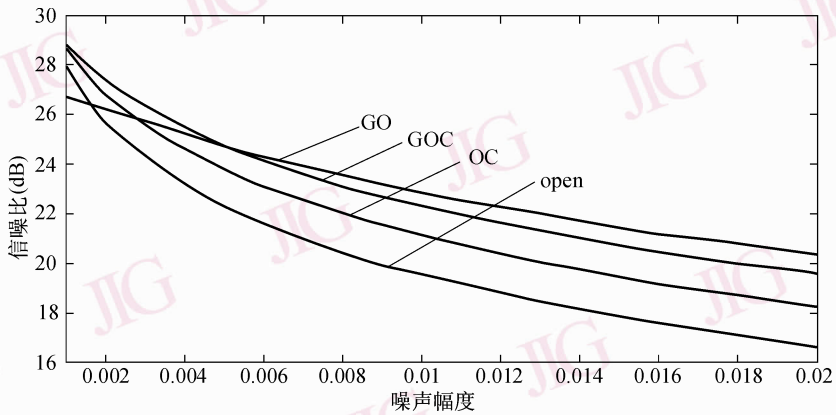


图 6 各种噪声 (高斯噪声) 幅度下, 四种滤波器滤波结果的信噪比
Fig. 6 The SNA of four filters under different amplitudes (Gaussian noise)

表 3 性能比较(混合噪声)

Tab. 3 Comparison of performance (mixed noise)

图像类型	加噪图像	open	close	OC	CO	GOC	GCO	GO	GC
均方误差	2 157	2 069	1 837	800	781	415	416	340	340
运行时间(s)		0.200 1	0.218 8	0.453 1	0.437 5	0.390 6	0.406 3	0.203 1	0.203 1
信噪比(dB)	14.82	15.00	15.52	19.13	19.23	21.98	21.98	22.84	22.84



图 7 几种滤波器滤波结果(混合噪声)

Fig. 7 The results of several filters (mixed noise)

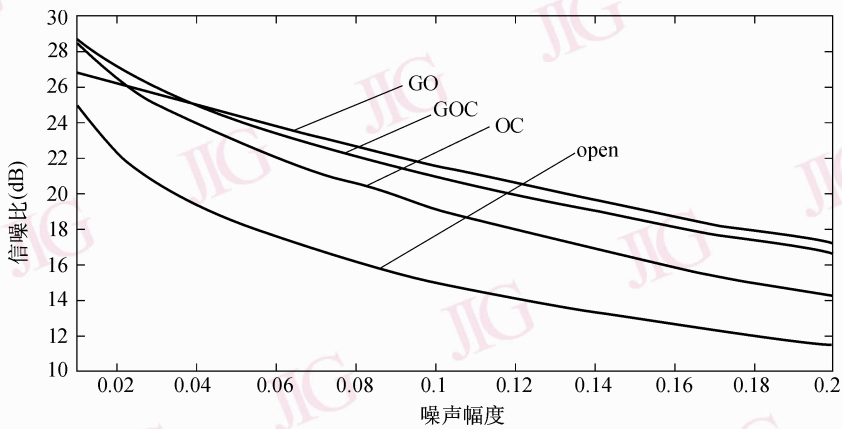


图 8 各种噪声(混合噪声)幅度下,四种滤波器滤波结果的信噪比

Fig. 8 The SNA of four filters under different amplitudes (mixed noise)

通过表 1 ~ 表 3 可以看出,当椒盐噪声单独存在时,广义形态开、闭滤波器在滤除噪声时,滤波结果优于形态开、闭、开闭和闭开滤波器,略差于广义

形态开-闭、闭-开滤波器,但广义形态开、闭滤波器的运行时间大概是广义形态开-闭、闭-开滤波器运行时间的一半。当高斯噪声或高斯和椒盐噪声同时

存在时,广义形态开、闭滤波器性能优于广义形态开-闭、闭-开滤波器。图4说明了随着噪声幅度变大,广义形态开滤波器性能优于形态开闭滤波器,略差于广义形态开-闭滤波器。而图6、图8则说明了当高斯噪声和混合噪声存在时,广义形态开滤波器在较大幅度下滤波效果都优于形态开闭和广义形态开-闭滤波器。图3、图5、图7则从直观上说明了本文所定义滤波器的有效性。

4 结 论

在开、闭滤波器的基础上,利用大小不同的结构元素,提出了广义形态开、闭滤波器。通过与形态开、闭、开闭、闭开、广义形态开-闭、闭-开滤波器相比较,验证了广义形态开、闭滤波器在提高滤波性能与缩短运行时间上的有效性。形态滤波器是一种并行运算,算法简化利于硬件的实现,但是广义形态开、闭滤波器不具有幂等性,进行一次滤波不能求出根信号,在这一方面还有待进一步的研究。

参考文献 (References)

- Serra J. Morphological filtering: An overview[J]. *Signal Processing*, 1994, **38**(1):3-11.
- Zhang Yan-ling, Liu Gui-xiong, Cao Dong, *et al.* Basic operators of mathematical morphology and application in image preprocessing[J]. *Science Technology and Engineering*, 2007, **7**(3):356-359. [张艳玲, 刘桂雄, 曹东等. 数学形态学的基本算法及在图像预处理中的应用[J]. *科学技术与工程*, 2007, **7**(3):356-359.]
- Sinha D, Dougherty E R. Fuzzy mathematical morphology[J]. *Journal of Vision Communication and Image Representation*, 1992, **3**(3):286-302.
- Davidson J L, Hummer F. Morphology neural networks; an introduction with application [J]. *Circuits Systems Signal Process*, 1993, **12**(2):177-210.
- Zhao Chun-hui, Qiao Jin-lu, Sun Sheng-he. Class of adaptive generalized morphological filters with multiple structuring elements [J]. *Journal of Image and Graphics*, 1997, **2**(11):806-809. [赵春晖, 乔景录, 孙圣和. 一类多结构元自适应广义形态滤波器[J]. *中国图象图形学报*, 1997, **2**(11):806-809.]
- Jagadeesha Kumar, Shumugam M S. A new approach for filtering of surface profiles using morphological operations. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2006, **46**(3-4):260-270.
- Benoit Naegel. Using mathematical morphology for the anatomical labeling of vertebrae from 3D CT-scan images [J]. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2007, **31**(3):141-156.
- Yang Sen-qu, Wang Jian-hua. A new morphology method for enhancing power quantity monitoring system [J]. *Electrical Power and Energy Systems*, 2007, **29**(4):121-128.
- Ge Ping-ju, Su Ping, Wang Xiu-li, *et al.* Hybrid method in noise removing based on mathematical morphology [J]. *Computer Engineering and Design*, 2007, **28**(7):1584-1585, 1591. [葛平俱, 苏平, 王秀丽等. 基于数学形态学的混合降噪法[J]. *计算机工程与设计*, 2007, **28**(7):1584-1585, 1591.]
- Du Ting-na. Analysis and processing of image mathematical morphology [J]. *Journal of Chongqing Technology Business University (Natural Science Edition)*, 2007, **24**(4):360-362, 397. [杜廷娜. 图像数学形态学分析与处理[J]. *重庆工商大学学报(自然科学版)*, 2007, **24**(4):360-362, 397.]