

# 使用梯度相关矩阵行列式的角点检测算法

张小洪 杨丹

(重庆大学软件工程学院, 重庆 400030)

**摘要** 构造了反映轮廓曲线局部几何特征的梯度相关矩阵(GCM),并基于Lagrange乘子优化方法和 $\Gamma$ 角点模型分析和证明了GCM的特征值与特征向量的特性,解释了相应的几何意义。将GCM的行列式定义为角点的响应函数,提出了相应的角点检测算法。最后,通过大量实验证明了GCM方法具有较好的检测性能,以及对各种几何变换和噪声的鲁棒性。

**关键词** 角点检测 梯度相关矩阵 平面曲线 行列式

中图法分类号: TP301.6 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)08-1601-08

## Corner Detection Algorithm Using Determinant of Gradient Correlation

ZHANG Xiao-hong, YANG Dan

(School of Software Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030)

**Abstract** Gradient correlation matrixes representing local geometrical features of planar contour is constructed, and properties of eigenvalues and eigenvectors of GCM are analyzed and proved based on Lagrange multiplier optimal method and  $\Gamma$  corner model. Thus, the corresponding geometrical meaning is obtained. The determinant of GCM is defined as corner response function and the corresponding corner detection algorithm is presented. Finally, a number of experiments demonstrate that the proposed algorithm has a good detection performance and robustness to the various geometrical transformations and noise.

**Keywords** corner detection, gradient correlation matrix, planar curve, determinant

## 1 引言

角点检测是计算机视觉和图像理解的基本问题,其主要应用于运动跟踪、目标识别、图像匹配和机器人导航等领域。目前已存在许多角点检测算法,而且,这些算法可以分为基于轮廓和基于图像灰度的两大类检测器。例如,通过目标轮廓方向的变化构造的检测算子有:Chen和Quddus的基于轮廓方向的小波变换的检测算子<sup>[1-2]</sup>;Mokhtarian的曲率尺度空间(CSS)检测算子<sup>[3]</sup>;He通过轮廓的支撑域构造自适应阈值改进了CSS算子<sup>[4]</sup>;Cong利用扩

散方程提出了增强的CSS角点检测<sup>[5]</sup>;肖茜基于自适应弯曲度计算和角点筛选准则确定角点<sup>[6]</sup>;Arrebola通过轮廓链码构造多尺度链码角点检测算子<sup>[7]</sup>;Chi和Tsai利用轮廓的支撑域坐标构造了反映轮廓几何特征的协方差矩阵,并根据该矩阵的特征值和特征向量提出角点检测算法<sup>[8-9]</sup>;Shen通过轮廓的Hough变换提出了一种新的算法<sup>[10]</sup>。通过图像的灰度变化构造的经典角点检测算子有:Moravec算子<sup>[11]</sup>,Beaudet算子<sup>[12]</sup>,Harris算子<sup>[13]</sup>,SUSAN<sup>[14]</sup>检测器。本文方法属于第1种。

本文分析了曲线的轮廓方向在平面坐标系中的分布特征:角点所对应的局部支撑域的轮廓方向在

基金项目:国家自然科学基金项目(60604007);重庆市自然科学基金项目(CSTC2005BA2002)

收稿日期:2007-06-28;改回日期:2008-04-14

第一作者简介:张小洪(1973~),男,副教授。2006年于重庆大学获计算机软件与理论专业博士学位。研究方向为模式识别、机器学习。E-mail: xhongz@yahoo.com.cn

平面坐标系的分散程度较大。基于这种想法拟合了一条特征直线,该直线由梯度相关矩阵(GCM)刻画,并通过 Lagrange 乘子优化方法和简单  $\Gamma$  角点模型的分析 and 推导,得出了 GCM 的特征值、特征向量和行列式与目标轮廓的局部几何结构之间的关系。由此,把 GCM 的行列式作为目标轮廓的角点响应函数,并通过各种几何变换下的图像和直接对轮廓增加噪声的方法来验证 GCM 的稳定性和鲁棒性,同时与几个经典检测器的对比和数据统计分析,证明 GCM 的有效性。

## 2 角点检测算法

### 2.1 平面曲线的梯度相关矩阵

设  $C(t)$  为一条平面曲线

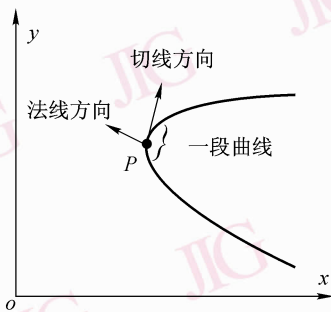
$$C(t) = (x(t), y(t)) \quad (1)$$

其中,  $x(t), y(t)$  为坐标函数,  $t$  为参数。则由式(1),曲线上任一点  $P$  的梯度向量可表示为

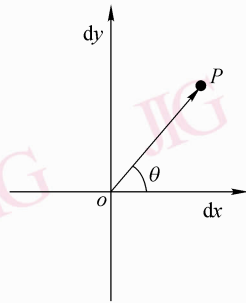
$$C'(t) = (x'(t), y'(t)) = (dx, dy) \quad (2)$$

设平面曲线上任意一段曲线段上的梯度向量集合为  $\{(dx_i, dy_i)^T (i = 1, \dots, k)\}$ 。

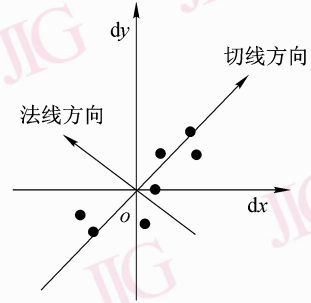
例如,图 1(a) 表示一条平面曲线,及其以任意点  $P$  为中心的一段曲线段和  $P$  点的切线方向及法线方向。图 1(b) 表示由  $dx, dy$  张成的平面坐标系,其平面上的点对应了平面曲线  $C(t)$  的梯度向量坐标。从原点到该点的射线构成了一条向量,该向量表示了平面曲线上任意点  $P$  的切线及其方向。但仅一个  $P$  点并不能反映曲线段的局部几何特征,图 1(c) 表示了曲线段上所有点的梯度向量的分布。这个分布与曲线方向变化特征直接相关。例如,当曲线段平缓时,梯度向量的分布集中于某个梯度向量上;否则,梯度向量的分布将散布于某个向量的四周。这样,希望能找到一条通过原点的直线,使得该直线能尽可能地通过每一个梯度向量分布点。这里,将该直线所在的方向定义为以  $P$  为中心点曲线段的特征方向,相应的直线叫做这个曲线段的特征直线。



(a) 平面曲线



(b) 曲线上任意点P的切线方向



(c) 以P点为中心的曲线段上点的梯度向量分布

图 1 GCM 的几何意义

Fig. 1 Geometrical of GCM

基于上面的思想和分析,用单位法向量  $n$  来表征所求的特征直线。对每个点  $(dx_i, dy_i)$  来说,  $(dx_i, dy_i)$  与特征直线的垂直距离即为此点在  $n$  上的投影。距离用  $d_i(n)$  表示,即

$$d_i^2(n) = \left( n^T \begin{bmatrix} dx_i \\ dy_i \end{bmatrix} \right)^2 \quad (3)$$

根据特征直线的定义,所有梯度向量分布点的距离平方和应该满足最小,即,所求的法线向量满足下式最小。

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^k d_i^2(n) = n^T M n \quad (4)$$

其中,  $M = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^k dx_i dx_i & \sum_{i=1}^k dx_i dy_i \\ \sum_{i=1}^k dx_i dy_i & \sum_{i=1}^k dy_i dy_i \end{bmatrix}$

同时,要求  $n$  为一个单位向量,即  $n^T n = 1$ 。式(4)的最小值可以采用下面的 Lagrange 方程求解

$$L(n) = n^T M n - \lambda (n^T n - 1) \quad (5)$$

对式(5)关于  $n$  求微分,得到

$$\frac{\partial L(n)}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} (n^T M n - \lambda (n^T n - 1)) \quad (6)$$

令式(6)等于 0,得到

$$2Mn - 2\lambda n = 0, \text{ 从而 } Mn = \lambda n \quad (7)$$

由式(7)可知,所求法线方向对应了  $M$  的特征向量,并且由后面章节的分析可知, $M$  的特征值与局部曲线段方向的变化特征直接相关。因此,用  $M$  可以描述平面曲线的局部几何特征。并把  $M$  叫做梯度相关矩阵(GCM)。

### 2.2 GCM 的几何特性

为了进一步说明矩阵 GCM 的几何特性,针对简单的  $\Gamma$  角点模型,给出矩阵  $M$  特征值的几何意义。

不失一般性,设两条直线相交的  $\Gamma$  角点模型为

$$\begin{cases} x(t) = \begin{cases} t\sin(\theta) & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases} \\ y(t) = \begin{cases} t\cos(\theta) & t < 0 \\ 0 & t \geq 0 \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

其中, $t$  为弧长参数, $\theta$  为一条直线与垂直方向的夹角,如图 2 所示。显然,当  $\theta$  为  $90^\circ$  时,角点模型将变为直线。

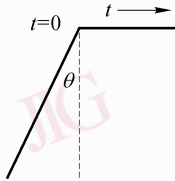


图 2  $\Gamma$  角点模型  
Fig. 2  $\Gamma$  corner model

另外,矩阵  $M$  中的每个矩阵元素是若干个权值相等的数求和的形式,为了更精确地估计  $M$ ,将曲线段上离中心点越近的点赋予了越大的权值。这样,可以使用高斯函数对矩阵元素中的各个数加权。由此,定义如下的卷积

$$\langle f \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) f(t - \tau) d\tau \quad (9)$$

其中, $g(\tau)$  为高斯函数。式(9)表示对函数  $f$  进行高斯加权。由于高斯函数的无限光滑性,卷积的作用使得  $\langle f \rangle$  是一个连续可微的函数。

进而,矩阵  $M$  可以改写为

$$\begin{aligned} M &= \left\langle \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_x & d_y \end{bmatrix} \right\rangle \\ &= \begin{bmatrix} \langle d_x^2 \rangle & \langle d_x d_y \rangle \\ \langle d_x d_y \rangle & \langle d_y^2 \rangle \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{xy} & D_{yy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

注意,式(10)是关于弧长变量  $t$  的矩阵方程,记为  $M(t)$ 。

容易证明,矩阵  $M$  的两个特征值非负,且  $M$  为半正定矩阵。同时,根据式(9)将有下面的结论,该结论反映了矩阵  $M$  的特征值和行列式与曲线局部结构特征之间的关系。

**定理 1** 设  $\lambda_1(t), \lambda_2(t)$  为  $M(t)$  的特征值且  $\lambda_1(t) \geq \lambda_2(t) \geq 0$ , 记  $\det(M(t))$  为  $M(t)$  行列式。在  $\Gamma$  角点模型下,有

- (1) 同时满足  $\lambda_1(t)$  极小和  $\lambda_2(t)$  极大的点对应于角点(即  $t = 0$ );
- (2) 当  $t = 0$  时,行列式  $\det(M(t))$  取得唯一极大值点,即在角点处  $\det(M(t))$  局部最大。

**证明** 由式(9), $M(t)$  的各个矩阵元素为

$$\begin{aligned} D_{xx}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) d_x^2(t - \tau) d\tau \\ &= \sin^2(\theta) + G(t) \cos^2(\theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{yy}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) d_y^2(t - \tau) d\tau \\ &= \cos^2(\theta) (1 - G(t)) \end{aligned}$$

$$D_{xy}(t) = \sin(\theta) \cos(\theta) (1 - G(t))$$

其中, $G(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau$  且  $0 < G(t) \leq 1$ 。显然  $G(t)$  是  $t \in (-\infty, +\infty)$  上的严格递增函数。

由此, $M(t)$  可表示为

$$M(t) = \begin{bmatrix} \sin^2(\theta) + G(t) \cos^2(\theta) & \sin(\theta) \cos(\theta) (1 - G(t)) \\ \sin(\theta) \cos(\theta) (1 - G(t)) & \cos^2(\theta) (1 - G(t)) \end{bmatrix}$$

则  $M(t)$  的特征值可表示为

$$\begin{aligned} \lambda_1(t) &= \left( 1 + \sqrt{1 - 4G(t)(1 - G(t)) \cos^2(\theta)} \right) / 2 \\ \lambda_2(t) &= \left( 1 - \sqrt{1 - 4G(t)(1 - G(t)) \cos^2(\theta)} \right) / 2 \end{aligned}$$

由于  $G(t)$  是严格递增函数,当且仅当  $t = 0$  时,  $\lambda_1(t), \lambda_2(t)$  分别达到极大值和极小值。则第 1 个结论成立。

另一方面, $M(t)$  的行列式为

$$\det(M(t)) = G(t) (1 - G(t)) \cos^2(\theta) \leq \frac{1}{4} \cos^2(\theta)$$

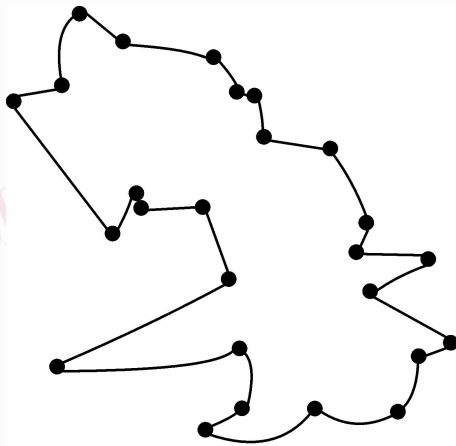
显然,当且仅当  $t = 0$  时,  $\det(M(t))$  取得唯一最大值  $\frac{1}{4} \cos^2(\theta)$ 。则第 2 个结论成立。

当  $\theta = 90^\circ$  时,角点模型将演变为直线,由定理 1,容易得到关于直线段与矩阵  $M$  的特征值之间的关系。

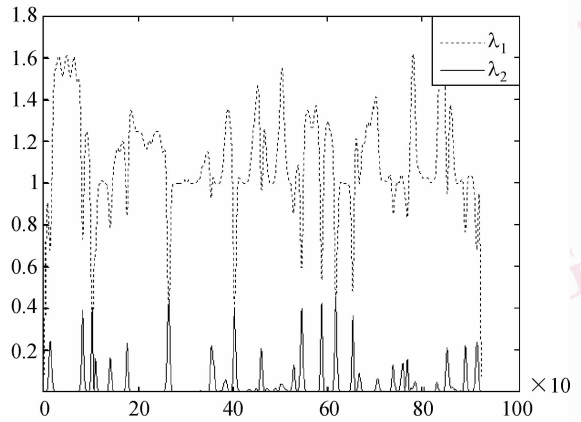
**推论 1** 对以  $t = 0$  为中心的直线段,矩阵  $M$  的特征值  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$ , 且  $\det(M(t)) = 0$ 。

由定理和推论可以看出:矩阵  $M$  的特征值  $\lambda_2$  直接反映了局部曲线段方向的变化特征。下面给出一个具体的实例,验证定理的正确性,图 3 明显地表示了角点与矩阵  $M$  特征值和行列式极值之间的对

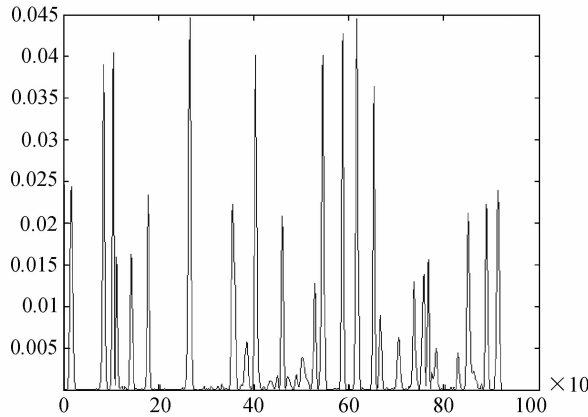
应关系,由于特征值  $\lambda_2$  在非角点位置上的值接近于 0,使得矩阵  $M$  行列式在角点位置的峰值异常突出。虽然定理 1 的结论是通过简单曲线模型得到,但图 3 的结果证明了理论分析结果的正确性和一般性。



(a) 测试曲线和检测的角点



图(a) 曲线沿曲线方向点的个数  
(b) GCM的两个特征值曲线



图(a) 曲线沿曲线方向点的个数  
(c) GCM的行列式曲线

图 3 标有检测角点的测试曲线,及其 GCM 的特征值曲线和行列式曲线

Fig. 3 A test curve marked by the detected corners, Eigenvalue curves and determinant curve of its GCM

### 2.3 角点检测算法

根据定理 1,将矩阵  $M$  的行列式定义为角点的响应函数  $R(t)$ ,即

$$R(t) = \lambda_1(t)\lambda_2(t) = \det(M(t)) \quad (11)$$

由于角点同时对应于  $\lambda_1$  极小值和  $\lambda_2$  极大值,则响应函数  $R(t)$  综合了两个特征值的信息;同时,当曲线方向变化不大时,由于  $\lambda_2$  的值接近于 0,这样,两个特征值的乘积作用将使得  $R(t)$  在角点位置出现非常强的响应,进而使得角点的定位更准确。由定理 1,在角点处只出现唯一极值点,符合了评价

角点检测算法性能优劣的一个重要的标准:唯一响应。

由上面的讨论,新的角点算法步骤归纳如下:

- (1) 首先采用一个较好的边缘检测器提取图像的边缘  $C(t)$ ;
- (2) 利用高斯核对轮廓进行平滑;
- (3) 根据式(10)和式(11)计算响应函数;
- (4) 将  $R(t)$  的局部极值与预先设定的阈值进行比较,得到角点。

步骤(1)采用的是 Canny 边缘检测算子提取图

像的边缘图像。由于边缘轮廓存在噪声和量化噪声的影响,所以,步骤(2)使用高斯函数平滑边缘轮廓,使得算法对噪声具有强的鲁棒性。步骤(3)在计算平滑后曲线上任意一点的矩阵  $M$  元素时,可以直接使用求和,也可以用高斯函数加窗。最后,筛选出响应函数中局部极大值大于预先设定的阈值的那些点,即为角点。阈值的大小由平滑轮廓曲线的高斯函数的尺度参数和支撑域的半径决定。通过大量实验得到:如果高斯函数尺度参数  $\sigma = 2.5$  和轮廓支撑域的半径等于 1,则阈值可在区间  $[0.004, 0.008]$  内取值。

因为所有基于轮廓的角点提取,都需要算法的前两个步骤,所以,只对式(11)的计算复杂度做一些简单的分析。如果选择所计算点的支撑域等于 3,则计算式(11)需要的计算量为 11 次乘法和 6 次加法;而 CSS<sup>[3-5]</sup> 的曲率计算量为 6 次乘法,1 次开方,2 次加法(没有包括比 GCM 多出的计算二阶导数的计算量)。其他的方法,如基于轮廓支撑域的协方差矩阵方法<sup>[8-9]</sup>的计算量远远大于 GCM 和 CSS。由此观之,GCM 的计算量约大于 CSS 方法,但在实验中发现,GCM 和 CSS 一样,响应函数在整个算法中的计算时间只占百分之十几,所以,GCM 是一个有效的算法。

### 3 实验结果

一般地,角点检测器性能的评估是通过简单图像和真实图像进行的。因为简单图像的角点可以人为主观地观察判断,所以通过简单图像来验证 GCM 在各种变换和噪声干扰下的稳定性和鲁棒性。同时通过标准测试图像与经典的检测器(如 CSS<sup>[3]</sup>和 New-CSS<sup>[4]</sup> Harris<sup>[13]</sup>, SUSAN<sup>[14]</sup>, Kitchen/Rosenfeld<sup>[15]</sup>)进行对比,以验证方法的良好检测性能。值得注意的是,CSS 检测方法是目前基于轮廓的最好的检测器,所以在基于轮廓的方法中只选择 CSS 作为比较参考。

图 4 和图 5 分别是钥匙和鲨鱼图像在不同变换下的检测结果,变换包含了放缩和旋转,其中放缩的尺度因子包括 75% 和 50%,旋转的角度包括 30°, 45°和 60°。通过观察,钥匙图像的角点检测结果相当好:所有真实角点都被检测并且没有伪角点。值得注意的是,在钥匙图像轮廓的一段圆弧上没有出现伪角点,说明 GCM 对圆弧具有鲁棒性。由图 4 和

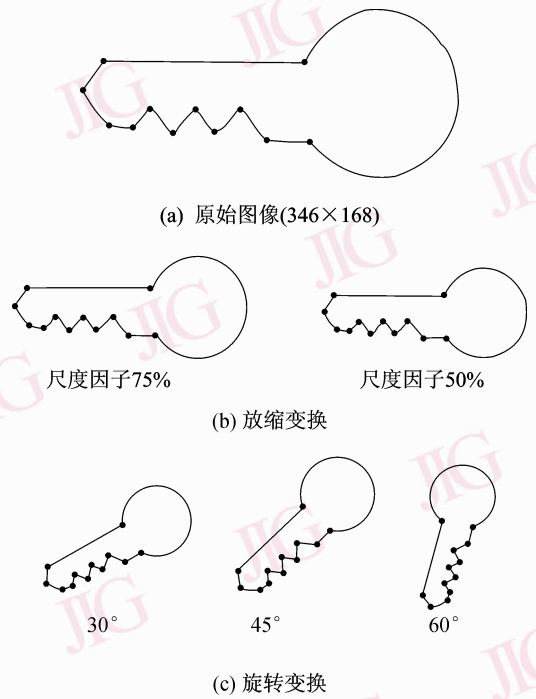


图 4 在不同变换下钥匙图像的角点检测结果  
Fig. 4 Detection results under different geometric transformations

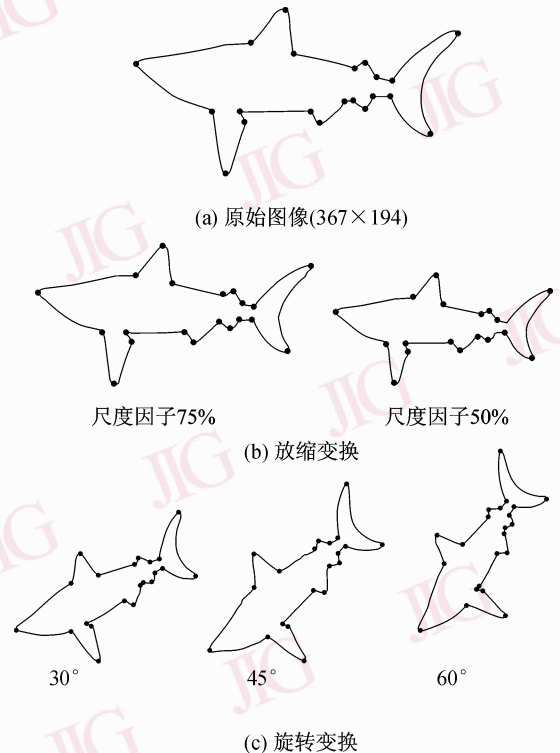


图 5 在不同变换下鲨鱼图像的角点检测结果  
Fig. 5 Results of corner detection under different geometric transformations

图 5 的结果可知,GCM 对图像的几何变换具有较强的稳定性。图 6 是不同方向的几何图像在轮廓提取之后,对轮廓增加不同级别噪声,而得到的检测结果。



图 6 方形图像在轮廓提取之后,对轮廓增加不同级别噪声而得到的检测结果

Fig. 6 Detection results of block contours added by Gaussian noise

设  $x$  和  $y$  分别表示轮廓的坐标,则增加轮廓噪声的方法如下:

$$\begin{aligned}x &= x + a + (b - a) \text{randn}(), \\y &= y + a + (b - a) \text{randn}()\end{aligned}$$

其中,  $\text{randn}()$  产生区间  $[0, 1]$  内随机数的函数,而  $a$  和  $b$  使得随机数在  $[a, b]$  之间分布。图 6(b) 和

(c) 的  $[a, b]$  分别是  $[-1, 1]$  和  $[-2, 2]$ 。由观察可知,GCM 具有强的抗噪声鲁棒性。

下面给出几种方法的对比结果。调整每种检测器的参数,使各自检测到最多的真实角点,同时又尽量避免伪角点产生。实验结果表明,本文算法获得了较好的检测结果。图 7(b)、(c) 和 (d) 分别是 Harris、Kitchen/Rosenfeld 和 SUSAN 用于木块图像的检测结果。它们均遗漏了较多的角点,并且检测出的错误角点也不少。从图 7(e) 和 (f) 中可以看到,CSS 和 New-CSS 检测出了大部分的角点,然而也存在较多的伪角点。图 7(g) 是使用本文算法检测结果,真实的角点大部分被检测出来了,并且错误的角点明显较少。房屋图像与木块图像相比要复杂得多。图 8 的结果与图 7 的结果相似。

另一方面,定义检测器的正确检测率如下:

$$\text{正确检测率} = \frac{\text{正确角点数}}{\text{总共检测的角点数} + \text{丢失角点数} + \text{错误角点数}}$$

显然,正确检测率越大,检测效果越好。这里,利用参考图像的角点作为标准来判断正确、错误、丢失等,其判断方法参考了文献[4]的方法。参考图像如图 7、图 8(a) 所示。

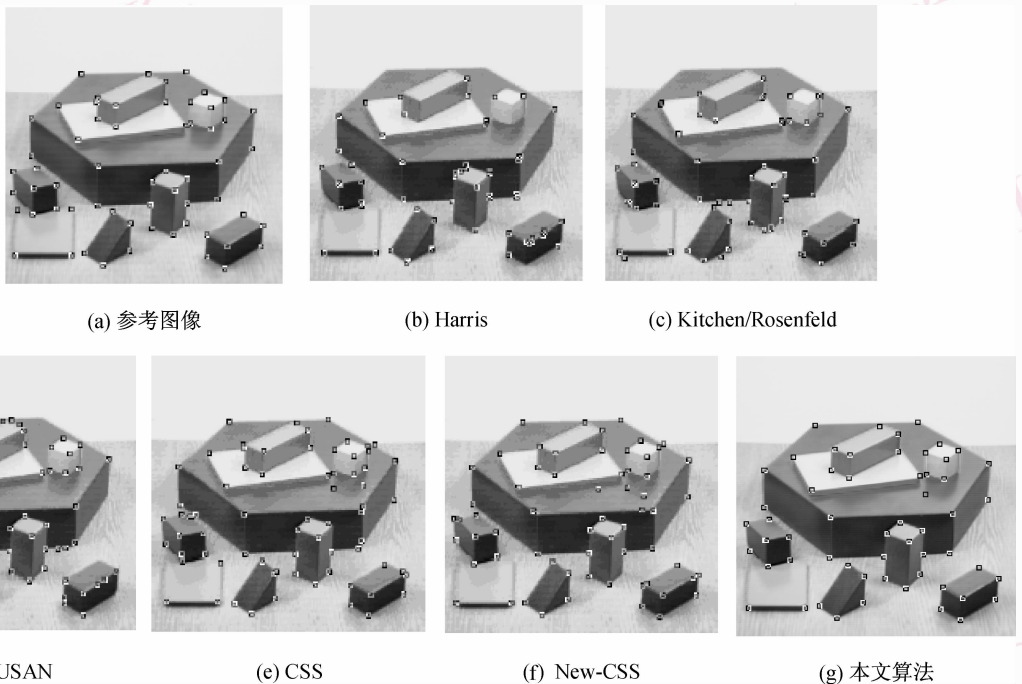


图 7 木块图像的检测结果  
Fig. 7 Detection results of block image

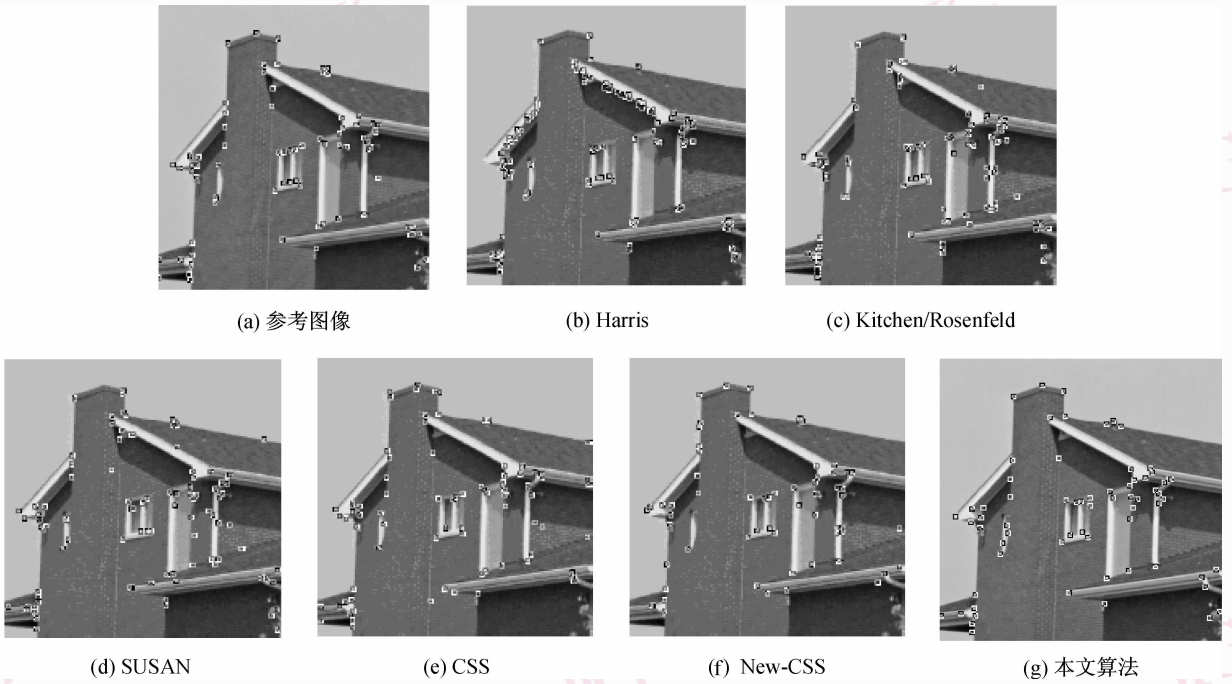


图 8 房屋图像的检测结果

Fig. 8 Detection results of house image

对图 7 和图 8 的检测结果进行统计,统计数据包括正确的角点数、丢失的角点数、错误的角点数,其结果如表 1 和表 2 所示(部分数据参考了文献[4]的结果),并根据这些数据计算它们的正确检测率。图 9 表示了各种检测器的正确检测率,从图 9 的正确检测率和对图 7、图 8 检测结果的观察,可以验证所提出的算法具有好的检测性能。

表 1 方块图像的评估结果

Tab.1 Evaluation results of block image

| 检测方法    | 正确角点数 | 丢失角点数 | 错误角点数 | 正确检测率   | 定位误差    |
|---------|-------|-------|-------|---------|---------|
| Harris  | 41    | 19    | 17    | 0.532 5 | 1.648 7 |
| Kitchen | 48    | 12    | 14    | 0.648 6 | 1.538 9 |
| SUSAN   | 44    | 16    | 19    | 0.557 0 | 1.599 2 |
| CSS     | 56    | 4     | 14    | 0.756 8 | 1.854 2 |
| New-CSS | 54    | 6     | 9     | 0.782 6 | 1.390 2 |
| GCM     | 56    | 4     | 1     | 0.918 0 | 1.294 5 |

表 2 房屋图像的评估结果

Tab.2 Evaluation results of house image

| 检测方法    | 正确角点数 | 丢失角点数 | 错误角点数 | 正确检测率   | 定位误差    |
|---------|-------|-------|-------|---------|---------|
| Harris  | 55    | 19    | 48    | 0.450 8 | 1.601 5 |
| Kitchen | 61    | 13    | 34    | 0.564 8 | 1.613 1 |
| SUSAN   | 61    | 13    | 28    | 0.598 0 | 1.750 6 |
| CSS     | 63    | 11    | 18    | 0.684 8 | 1.572 8 |
| New-CSS | 48    | 26    | 13    | 0.551 7 | 1.008 5 |
| GCM     | 65    | 9     | 9     | 0.878 0 | 1.125 1 |

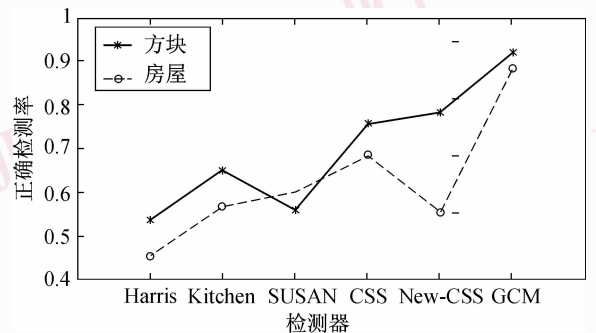


图 9 几种检测器对方块和房屋图像的正确检测率

Fig. 9 Correct detection rates of several detectors for block and house images

## 4 结 论

给出了基于平面曲线梯度相关矩阵的特征值和行列式的角点检测算法。通过 Lagrange 乘子优化方法和基于角点模型的分析得知:GCM 的特征值反映了平面曲线局部变化特性,而且 GCM 的行列式在角点处响应局部最大。由此,根据 GCM 的特征值和特征向量的几何意义,把 GCM 的行列式定义为角点的响应函数,并构造了一个简单的轮廓曲线角点检测算法。最后,简单图像在各种变换下的检测结果,以及对轮廓直接增加噪声后的检测测试验证了 GCM 检测性能具有较强的稳定性和鲁棒性,同时对比实验和数据分析也表明了所提出角点检测算法的好的检测性能。

### 参考文献 (References)

- 1 Chen C H, Lee J S, Sun Y. Wavelet transformation for gray-level corner detection [J]. *Pattern Recognition*, 1995, **28**(6):853-861.
- 2 Quddus A, Gabbouj M. Wavelet-based corner detection technique using optimal scale [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2002, **23**(1-3): 215-220.
- 3 Mokhtarian F, Suomela R. Robust image corner detection through curvature scale space [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1998, **20**(12): 1376-1381.
- 4 He X C, Yung N H C. Curvature scale space corner detector with adaptive threshold and dynamic region of support [A]. *IEEE Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition*[C], Cambridge, UK, 2004: 791-794.
- 5 Cong G, Ma S D. Corner enhancement in curvature scale space [J]. *Pattern Recognition*, 1998, **31**(10):1491-1501.
- 6 Xiao Xi, Lu Hong-wei. Adaptive corner detection based on Gaussian smoothing [J]. *Journal of Computer-aided Design & Computer Graphics*, 2003, **11**(15):1358-1361. [肖茜,鲁宏伟. 基于高斯平滑的自适应角点检测 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2003, **11**(15):1358-1361.]
- 7 Arrebola F, Sandoval F. Corner detection and curve segmentation by multi-resolution chain-code linking [J]. *Pattern Recognition*, 2005, **38**(10):1596-1614.
- 8 Chi-Hao Yeh. Wavelet-based corner detection using eigenvectors of covariance matrices [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2003, **24**(15): 2797-2806.
- 9 Tsai D M, Hou H T, Su H J. Boundary-based corner detection using eigenvalues of covariance matrices [J]. *Pattern Recognition Letters*, 1999, **20**(1):31-40.
- 10 Shen F, Wang H. Corner detection based on modified Hough transform [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2002, **23**(8): 1039-1049.
- 11 Moravec H P. Towards automatic visual obstacle avoidance [A]. In: *Proceedings of the 5th International Joint Conference Artificial Intelligence*[C], Cambridge, UK, 1977: 584.
- 12 Beaudet P R. Rotationally invariant image operators [A]. In: *Proceedings of the 4th International Joint Conference on Pattern Recognition* [C], Tokyo, Japan, 1978: 579-583.
- 13 Harris C, Stephens M. A combined corner and edge detector [A]. In: *Proceedings of the Fourth Alley Vision Conference* [C], Manchester, UK, 1988: 147-151.
- 14 Smith S M, Brady J M. SUSAN-A new approach to low level image processing [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, **23**(1): 45-78.
- 15 Kitchen L, Rosenfeld A. Gray-level corner detection [J]. *Pattern Recognition Letters*, 1982, **1**(2):95-102.