

基于隐式曲面的3维树木建模

温维亮 郭新宇 陆声链 赵春江

(国家农业信息化工程技术研究中心,北京 100097)

摘要 为了利用隐式曲面构造出光滑拼接的3维树木枝条模型,同时又能避免3维树木建模中枝条曲面的单一性,以增强树木模型局部细节的真实感描述,提出了一种基于隐式曲面的3维树木建模方法,该方法首先将基于骨架的隐式曲面与具有多项式密度分布的直线骨架卷积曲面结合起来进行3维树木建模;然后采用BlobTree结构来组合隐式曲面原型,并用优化融合来消除树木枝条的融合突起;最后用PCM等隐式曲面建模技术来模拟3维树木表面的局部细节,并采用实际树木图片中的颜色概率分布进行纹理填充。实验结果表明,该方法不仅可以重构出具有多样性的光滑3维树木枝条,并能够逼真地生成树杈脊梁、树木突起等局部细节特征。

关键词 隐式曲面 卷积曲面 3维树木建模 曲面造型 真实感显示

中图法分类号: TP391.72

文献标识码: A

文章编号: 1006-8961(2009)12-2588-07

Modeling 3D Tree Based on Implicit Surfaces

WEN Wei-liang, GUO Xin-yu, LU Sheng-lian, ZHAO Chun-jiang

(National Engineering Research Center for Information Technology in Agriculture, Beijing 100097)

Abstract To model smooth surfaces representing tree branches by using implicit surfaces to improve the diversity of computer generated tree branch surfaces, and to bring realistic description of its local details, a method is proposed to model 3D tree surfaces. This method combines implicit surfaces based on skeletons and convolution surfaces based on line segment primitive with polynomial density distribution. The BlobTree provides several techniques to control the combination of primitives. Better blending is used to remove the blending bulges. It is showed that smooth blends can be obtained without noticeable bulging. PCM (precise contact modeling) is used to model local details on the face of trunk and branch of the tree. The appearance of the generated tree model is improved by using color filling, while the used colors are selected from the real tree branch image according to a probability distribution. Experimental results demonstrate that the proposed method can reconstruct various smooth 3D tree branches with local detail features such as branch bark ridges and tree bulges.

Keywords implicit surfaces, convolution surfaces, modeling 3D tree, surfaces modeling, realistic rendering

1 引言

树木分枝结构计算机生成及可视化一直是3维植物建模中的一个热点问题。真实树木结构中,枝条交叉处往往具有较为丰富的连接形态和纹理结构,而现有的3维植物模型中,通常是采用规则的圆

柱体表示枝条,这种方法难以在分枝处取得自然光滑的拼接效果,最终导致3维树木缺乏真实感。近年来,隐式曲面因其具有骨架生成性和良好的光滑性而被引入到3维树木建模中。

Bloomenthal等人于1995年在3维树木建模中就应用了隐式曲面^[1]和卷积曲面^[2],并指出这两种曲面适用于模拟一般情况下的树木分枝结构的曲

基金项目:国家高技术发展研究计划“863”项目(2008AA10Z219)

收稿日期:2008-11-21;改回日期:2008-11-24

第一作者简介:温维亮(1983~),男,2008年于大连理工大学获计算数学专业硕士学位。主要研究方向为植物3维建模与可视化计算。E-mail:wlwen37@yahoo.com.cn

面,特别是在生成的曲面具有光滑过渡效果方面尤为突出。隐式曲面在融合两个或多个枝条时会在融合处形成突起^[1],而基于骨架的卷积曲面同样会在分枝结构中形成突起,用多边形作为骨架虽可以消除这种突起,但其截面却得不到树枝截面的圆环曲线,而且卷积曲面在一般情况下会增加计算量以及应用的复杂度。其后,利用隐式曲面进行树木建模又开展了较多的研究,例如 Hart 等人于 1996 年利用隐式曲面建模技术和过程树皮纹理来进行 3 维树木建模^[3],金小刚等人于 2001 年利用具有多项式分布的直线骨架卷积曲面对树木分枝结构进行 3 维建模^[4],Marिताud 于 2003 年利用枝条融合和过程树木纹理进行 3 维树木建模^[5],但这些方法建立的模型只具有整体光滑性。最近,Galbraith 等人基于 BlobTree 结构对树木进行 3 维建模^[6],实现了一些树木细节的真实感显示,但用他们的方法生成的树木模型中,每根树枝从基部到顶端都是相同粗细,视觉上具有一定的刚性,不符合真实树枝从基部到顶部末梢渐细的遗传特性。本文将 BlobTree 隐式曲面与具有多项式分布的直线骨架卷积曲面相结合,用来进行更具遗传特性和细节真实感的 3 维树木建模。

2 隐式曲面建模技术

2.1 隐式曲面

隐式曲面是 3 维空间中所有满足方程 $F(\mathbf{P}) = c$ 的点 \mathbf{P} 的集合^[7],其中 $F(\mathbf{P})$ 是定义在 3 维空间中的势函数,实数 c 为该隐式曲面的势值,曲面 S 的表达式如下:

$$S = \{ \mathbf{P} = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3, F(x, y, z) = c \} \quad (1)$$

当 $f(\mathbf{P}) > c$ 时,点 \mathbf{P} 位于曲面所形成物体的内部,当 $f(\mathbf{P}) < c$ 时,点 \mathbf{P} 位于曲面所形成物体的外部。

在树木建模中,常用的隐式曲面是基于线段骨架的隐式曲面,为了减小融合突起,以取得更好的融合效果^[8],本文采用的基于骨架的隐式曲面定义如下:函数 $r(\mathbf{P})$ 为空间点 \mathbf{P} 到骨架 L 的距离函数,与点 \mathbf{P} 对应的势函数定义为 $f(r(\mathbf{P}))$,并使势值 c 满足 $0 \leq c \leq 1$ 。本文采用的势函数为 Wyvill 函数^[9]:

$$f(r) = a_1 \frac{r^6}{R^6} + a_2 \frac{r^4}{R^4} + a_3 \frac{r^2}{R^2} + 1 \quad (2)$$

其中, $a_1 = -0.444\ 444$, $a_2 = -1.888\ 889$, $a_3 = -2.444\ 44$, R 为影响区域的半径,即当 $r > R$ 时, $f(r) = 0$ 。此势函数具有骨架上点的势函数值最大(为 1),并且随着与骨架距离的增加,势函数值减小,当距离为 R 时,减小到 0 的性质。

2.2 具有多项式密度分布的直线骨架卷积曲面

卷积曲面结合了势曲面与距离曲面的优点^[2],其既可以以线作为骨架,又能取得光滑融合的效果。卷积曲面可通过由空间点组成的骨架来隐式定义,骨架上的每个点可根据其与空间点 \mathbf{P} 的距离而贡献一定的势能。卷积曲面最重要的性质为可叠加性,它保证了在设计卷积曲面时,用户只需关心骨架本身的形状,而不必关心骨架是由一段还是由多段组成的。通过控制物体的骨架即可以控制物体的形状,正如很多物体可看成是用由骨架支撑起来,且骨架比物体的维数要低,故卷积曲面为用户构造复杂拓扑物体提供了一种直观有效的工具。

由树木的生长规律可知,树枝通常一端大一端小,为了使卷积曲面能够模拟这种变化,金小刚等人提出了一种具有非均匀密度函数分布的卷积曲面模型^[10],其具体表达式如下:

$$F(\mathbf{P}) = \int_V q(\mathbf{Q}) f(\mathbf{P} - \mathbf{Q}) dV = \int_V \frac{q(\mathbf{Q}) dV}{(1 + s^2 r^2)^2} \quad (3)$$

其中, \mathbf{P} 为空间中任意一点, \mathbf{V} 为骨架, \mathbf{Q} 为骨架上的点, s 为用来控制卷积核宽度的参数, r 为点 \mathbf{P} 与点 \mathbf{Q} 之间的距离, $q(\mathbf{Q})$ 为点 \mathbf{Q} 的密度函数。由式(3)可以推导出密度分布为 $1, t, t^2, t^3$ 的直线骨架卷积曲面的势函数。有了密度分布为 $1, t, t^2, t^3$ 的直线骨架卷积曲面的势函数,便可以用多项式函数 $q(t) = \sum_{i=0}^3 q_i t^i$ 来控制密度沿直线的分布,其中 $q_i (i=0, 1, 2, 3)$ 为多项式系数,该系数为控制参数。本文采用密度沿骨架直线呈线性分布的势函数,如果在直线段起始点的密度为 \tilde{q}_0 ,终止点的密度为 \tilde{q}_1 ,则在参数 t 处的密度为

$$q(t) = \tilde{q}_0 + \frac{\tilde{q}_1 - \tilde{q}_0}{l} t \quad (4)$$

其中, l 为线段长度,这样得到的具有线性密度分布的直线骨架卷积曲面的势函数为

$$F_{\text{line}}(\mathbf{P}) = \tilde{q}_0 F_{\text{line}}^1(\mathbf{P}) + \frac{\tilde{q}_1 - \tilde{q}_0}{l} F_{\text{line}}^t(\mathbf{P}) \quad (5)$$

这种方法同样适用于折线骨架的情况。

2.3 BlobTree 结构

BlobTree^[11]是基于隐式曲面来构造复杂模型的一种树形数据结构,也是一种可扩展的数据结构,并支持如下的隐式曲面建模技术:CSG (constructive solid geometry)、PCM (precise contact modeling)^[11]、空间变形、2 维纹理映射^[12]、局部优化方法^[13]、R 函数^[14]。BlobTree 的操作是通过对树的遍历^[11]来计算空间中任意点的势函数值,BlobTree 的操作主要包括布尔操作、融合操作、变形操作等,其中布尔操作包括对隐式曲面进行的交、并、差操作,融合操作是将两个或两个以上的隐式曲面进行光滑融合,变形操作是将单一的隐式曲面进行旋转、弯曲等操作。用 BlobTree 建立模型的可视化也是通过对 BlobTree 进行遍历完成的。BlobTree 的叶子节点是隐式曲面的原型,本文采用的原型是由式(2)和式(5)定义的曲面,BlobTree 的中间节点是用隐式曲面原型经过 BlobTree 操作而生成的隐式曲面,图 1 给出了用 BlobTree 结构建立复杂隐式曲面模型的示意图^[6]。

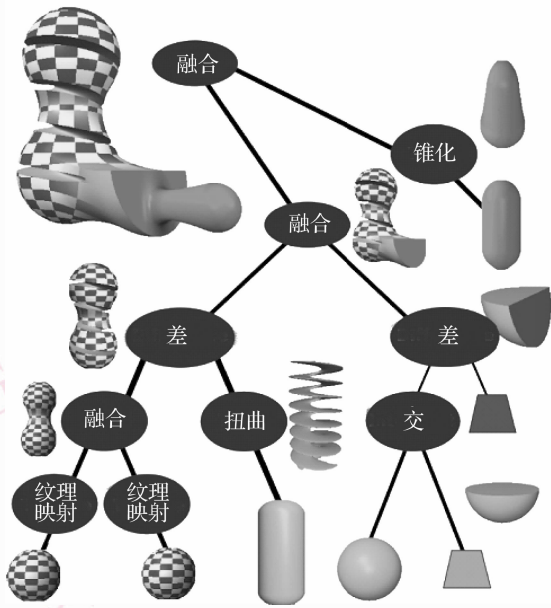


图 1 一个由 BlobTree 建立模型的过程示意图

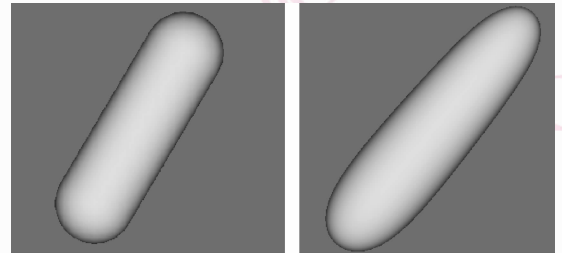
Fig. 1 A model built from the BlobTree

3 3 维树木建模

3.1 枝条模型

本文先采用 L 系统来生成树木的分枝结构,该分枝结构定义了每根枝条的长度、基部半径、末梢半径、枝条位置以及枝条之间的连接关系;然后以每根

枝条的位置以及由长度确定的线段为骨架,并以基部半径和末梢半径为曲面半径来生成枝条的隐式曲面模型。本文采用了以下两种枝条模型:一种是利用式(2)构造的隐式曲面模型(简称为 R 类型曲面,如图 2(a)所示);另外一种是利用式(5)构造的具有线性密度分布的直线骨架卷积曲面(简称为卷积曲面,如图 2(b)所示)。R 类型曲面具有统一的枝条半径,适合用于模拟基部半径和末梢半径相等的枝条;卷积曲面由于其半径具有线性分布,因此更适合用于模拟基部半径与末梢半径不等的枝条,而且由于卷积曲面可以以折线段为骨架,故对于树木枝条中的弯曲情况可以用一条连续的折线来逼近曲线,以取得枝条弯曲的效果。



(a) R 类型曲面

(b) 卷积曲面

图 2 两种曲面模型

Fig. 2 Two kinds of primitives

R 类型曲面的半径可以通过空间点到骨架的距离来精确控制,但由于卷积曲面半径不等,难以统一控制,因此本文取骨架线段起始点处的半径为枝条的基部半径,取骨架线段终点处的半径为末梢半径,而卷积曲面的半径则是通过控制卷积核宽度的参数 s 来控制的。在建模过程中,两种曲面的势值往往不在同一范围内,R 类型曲面的势值范围为 $[0, 1]$,由于卷积曲面的势值范围根据选择的不同卷积核而不同,因而可以通过实验的方法将卷积曲面的势函数乘以一个常数项,使两种曲面的势值在同一范围内,本文采取的势值为 0.5,相应的卷积曲面所乘的常数项的区间为 $[2.5, 4.5]$ 。

3.2 枝条的光滑拼接

隐式曲面融合通常会形成融合突起,而这种树木建模中的突起会产生不真实的融合效果。Galbraith 等人采用实验的方法^[6],通过改变隐式曲面的半径以及骨架间的距离来消除曲面的融合突起。形成融合突起的原因是由于曲面附近点的势函数值对融合产生了较大的干扰,因此减小曲面附近

点对曲面融合的影响是解决融合突起问题的关键。Wyvill 等人通过构造插值函数的方法^[8],由于在保留原有隐式曲面的同时,改变了曲面附近的势函数,从而大大减小了融合的突起。本文采用了以下改变曲面势函数的插值函数:

$$g_k(t) = \begin{cases} 0 & t < k \\ h_k(t) & k < t \leq c \\ 2c - h_k(2c - t) & c < t \leq 2c - k \\ 2c & t > 2c - k \end{cases} \quad (6)$$

$$h_k(t) = c \left(\frac{t-k}{c-k} \right)^2$$

其中, c 为隐式曲面势值, k 为控制变形精度的参数。图 3(a) 为对两个 R 类型曲面进行正常融合所产生的融合突起, 图 3(b) 为同样的两个 R 类型曲面, 采用改变曲面势函数方法取得的融合效果。

直线段骨架的卷积曲面由于适用于多条首尾相连的折线段, 在 3 维树木建模中一般不存在融合问题, 因此可以用改进骨架的方法来消除融合突起, 即将两个待融合的骨架线段改变成一条折线段骨架, 但在融合问题不可避免的情况下, 仍然可以采用改变曲面势函数的方法来减小融合的突起。图 3(c) 为折线段的卷积曲面。

另外一种融合方式为 R 类型曲面与卷积曲面之间的融合。由于两种曲面属于不同类型的曲面,

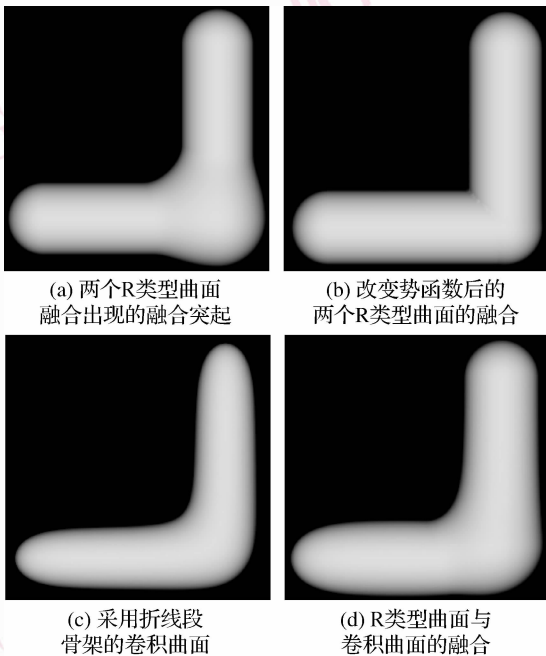


图 3 曲面的融合
Fig. 3 Surface blending

而且构造方式的不同在导致融合产生融合突起的同时, 还可能会出现曲面不连续, 而改变势函数的方法又会引起曲面的一阶不连续, 因此, 不同类型的隐式曲面融合也是值得研究的问题之一。本文采用直接融合并通过调整骨架位置来减小融合突起的方法则可以取得理想的融合效果。图 3(d) 为 R 类型曲面与卷积曲面的融合结果。

3.3 树枝拼接处的脊梁模拟

两个枝条连接的一种方法是用融合来获得光滑过渡的效果, 另外一种方法是利用 PCM^[11] 或通过融合产生的不连续来模拟分枝处的脊梁。

PCM 技术首先应用于软物质接触, 但不融合的模拟, 由于该技术可以获得树枝拼接处具有脊梁的视觉效果而被引入到隐式曲面的树木建模中来。PCM 把两个接触的隐式曲面分成以下 3 个区域 (如图 4(a) 所示): 第 1 个区域称为渗透区域, 即由空间中同时处于两个曲面内部的所有点组成的区域 (图 4(a) 中的 S_i 与 S_j 重叠部分), 这个区域首先生成接触面 (该接触面处两个隐函数 f_i, f_j 相等), 然后接触面把该区域又分成两个区域 (见图 4(b)), 且每个区域内的点要加上其对应的负变形项: 当点 P 在曲面 S_1 的渗透区域内时, 其对应的变形项为 $c - f_2(P)$, 当点 P 在曲面 S_2 的渗透区域内时, 其对应的变形项为 $c - f_1(P)$; 第 2 个区域是衍生区域 (图 4(a) 灰色区域), 该衍生区域内的点加上其对应的正变形项: 当点 P 在曲面 S_1 的衍生区域内时, 其对应的变形项为 $b(f_2(P))$, 当点 P 在曲面 S_2 的衍生区域内时, 其对应的变形项为 $b(f_1(P))$, 变形项函数 $b(t)$ 需要满足在与渗透区域相接处保持连续, 且与曲面未变形处保持一阶连续的条件, Angelidis 等人给出了几种比较方便的变形项函数^[15]; 第 3 个区域是原两曲面中未变形的区域 (图 4(a) 中渗透区域和衍生区域以外的区域), 这些区域只要保持其原有的势函数值即可。Galbraith 等人介绍了运用 PCM 技术对几根

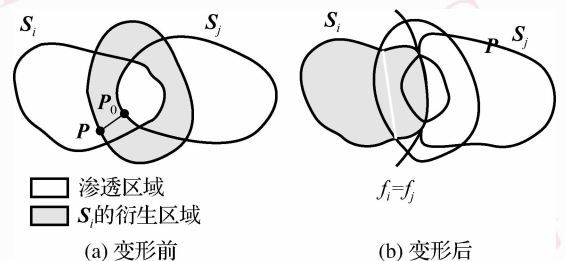
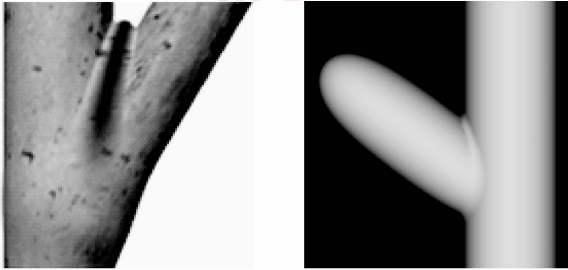


图 4 PCM 方法的 2 维截面原理图
Fig. 4 PCM view in cross section

枝条同时进行拼接,以及拼接后的曲面再同基部进行光滑拼接的方法^[6]。图 5(a)为用 PCM 方法模拟的树枝拼接处脊梁的效果^[16]。

R 类型曲面与卷积曲面在改变势函数后,再进行融合时,会产生一阶不连续的结果,因此可以利用这种方法来模拟树木的脊梁效果。图 5(b)是利用改变两种曲面融合的势函数来模拟脊梁的效果。



(a) 用 PCM 方法模拟树枝脊梁 (b) 改变曲面势函数融合 R 类型曲面与卷积曲面模拟树木脊梁效果

图 5 树木脊梁的模拟

Fig. 5 Modeling bark ridges

3.4 树木修剪及突起效果模拟

枝条脱落是自然界中树木广泛存在的一种现象,果树中也存在着大量的人工修剪,而枝条脱落和人工修剪后的树木经过一段时间的生长会形成树木突起(如图 6 所示)。枝条修剪就是将树枝切断,由于断面平直,因此 Galbraith 等人提出用 CSG 方法来模拟枝条修剪后形成的横截面^[6],对于枝条脱落的非平面可以通过在脱落处的曲面上增加一个负的变形项来模拟。

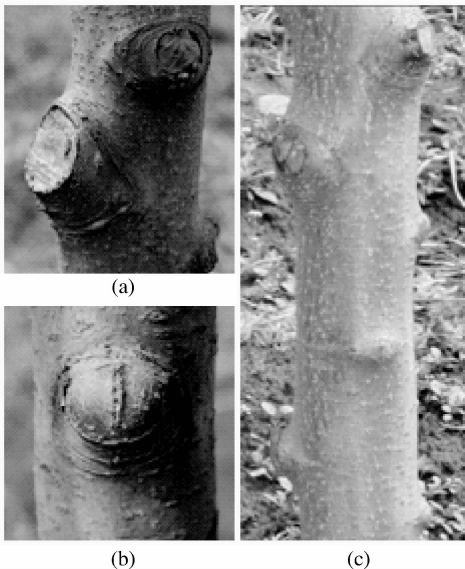
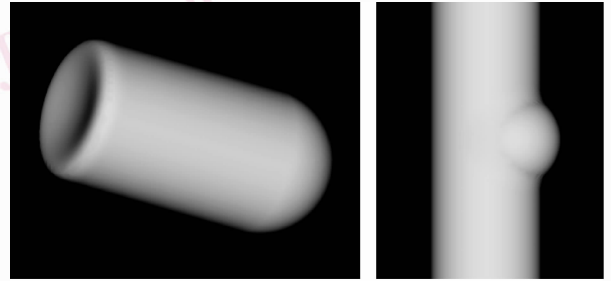


图 6 树木修剪及枝条脱落后再生长形成的突起

Fig. 6 Pruned branches and tree bulges

枝条修剪还可以用 BlobTree 中的两曲面进行求差操作来完成,图 7(a)给出了 R 类型曲面与一个球面通过求差操作模拟的枝条修剪效果。对于枝条修剪及脱落后再生长所形成的树木突起,由于笔者注意到具有多项式密度分布的直线骨架卷积曲面末梢并非球帽形,因此可在原树木的骨架上加上一条相对长度较短的线段骨架卷积曲面,用来模拟树木突起,图 7(b)给出了这种模拟的效果。



(a) 枝条修剪效果的模拟 (b) 树木突起的模拟

图 7 枝条修剪效果及树木突起模拟

Fig. 7 Pruned branch and bulge modeling

3.5 树皮纹理

在树木建模中,通常都是通过纹理映射来增加真实感。BlobTree 定义了几种 2 维纹理映射方法,其中广泛应用的是 Tigges 等人提出的 BlobTree 纹理映射方法^[17]。目前还有一种比较流行的过程生成纹理方法^[16],该方法是通过给采样点一定的初速度,使粒子沿着一定的轨迹运动,其生成的树木纹理具有树木生长疤痕的特色。在本文提出的利用隐式曲面生成的 3 维树木模型中,是利用实拍图片树木中的颜色概率分布来进行树皮纹理的模拟。

在纹理的颜色填充过程中,首先选取具有代表性的实拍图片,利用图像分析软件计算出颜色直方图;然后利用直方图计算出各种颜色的概率分布;最后依照各种颜色出现的概率,随机填充到所得到的 3 维树木模型中。

4 实验结果

上述建模方法已经采用 Microsoft Visual C++ 和 OpenGL 图形引擎在 PC 平台予以实现,该 PC 的基本配置如下:CPU 为 Intel P4 2.8 Hz,操作系统为 Windows XP。图 8 为用本文方法所建立的简单 3 维树木模型,本文采用的可视化算法为隐式曲面快速多边形化方法^[18]。表 1 给出了 4 组实验数据的算

法效率,其中前两组实现的是一个隐式曲面的简单模型,后两组为图 8 所示的模型。

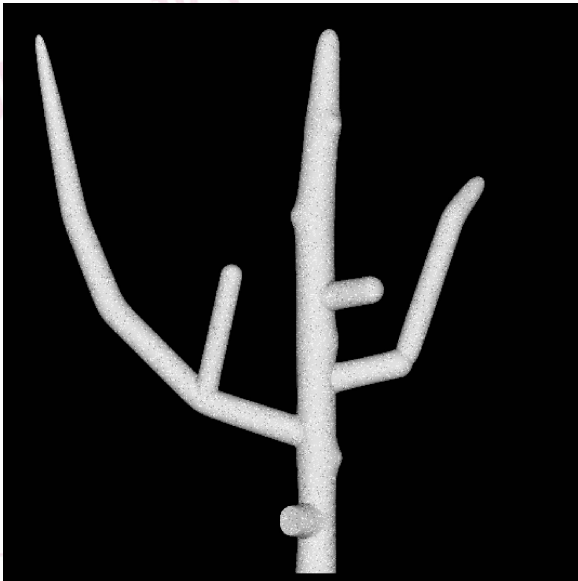


图 8 3 维树木模型
Fig. 8 A 3D tree model

表 1 网格可视化运行时间
Tab. 1 Time for mesh visualization

实验	网格步长	顶点数	三角网格数	运行时间(s)
第 1 组	0.02	3 534	7 064	0.891
第 2 组	0.006	39 406	78 808	4.297
第 3 组	0.02	45 344	90 610	31.593
第 4 组	0.006	507 428	1 014 600	347.797

从实验结果可以看出,本文算法能逼真地对树木的细节及枝条进行 3 维建模,与早期基于隐式曲面的 3 维树木建模方法相比,本文算法模拟建立的树木枝条更具有多样性,而且在枝条融合、脊梁模拟等细节方面与其他方法具有同样视觉效果的同时,还模拟了树木突起的生成。该方法在树木真实感建模方面具有较好的应用价值。

5 结 论

本文给出了一种 3 维树木的建模方法,该方法把 R 类型曲面与卷积曲面结合起来,用两类曲面解决了树木枝条曲面的单一性,并将树木的光滑曲面特性和细节上的不光滑性同时在一个模型中展现出来。该方法同样可以用来模拟其他复杂的自然景物,在曲面造型和计算机动画中具有较好的应用

价值。

在现今的主要 3 维树木建模方法中,过程式树木建模方法主要描述了 3 维树木模型的动态生长过程,其重点在于对树木生长过程的模拟,因此这种方法生成的 3 维植物模型,因对于器官尺度上的细节(如器官交叉处的有效连接)特征一般不予考虑,故效果尚有待加强;而基于图像的 3 维树木建模的主要目的是为了快速获得树木的 3 维结构,由于树木的结构较为复杂,致使在目前已有的利用图像进行树木 3 维重建的方法中,很难实现自动的、准确性高的重建,折中的方法是在重建中加入手工的交互,而且这种方法只能建立与真实图像大体一致的树木模型。本文的方法的出发点与这两种方法不同,其主要目的是为了对树木模型的树枝交叉处的自然过渡、突起、疤痕等细节特征进行精确建模和表示提供一种普适的方法,而这种方法也能够被应用于上面两种方法中,用来对这两种方法构建的植物模型进行细节特征的处理。

但在实验中也注意到,本文的方法在解决 R 类型曲面与卷积曲面融合时的效果不是十分令人满意,因此解决不同类型曲面之间的自然融合仍是有待解决的问题之一。另外,图 7 中生成的突起过于光滑,与图 6 所示的真实图片相比,差别较大,因此,生成各种类型的疤痕也是今后值得研究的问题之一。

参考文献 (References)

- Bloomenthal J. Skeletal Design of Natural Forms [D]. Calgary, CA, USA, University of Calgary, 1995.
- Bloomenthal J, Shoemake K. Convolution surfaces [A]. In: Proceedings of SIGGRAPH [C]. Las Vegas, Nevada, USA, 1991: 251-256.
- Hart J C, Baker B. Implicit modeling of tree surfaces [A]. In: Proceedings of Implicit Surfaces' 96 [C], New York, USA, 1996: 143-152.
- Jin Xiao-gang, Tai C L, Feng Jie-qing et al. Convolution surfaces for line skeletons with polynomial weight distributions [J]. Journal of Graphics Tools, 2001, 6(3):17-28.
- Maritaud K. Rendu Déaliste D'arbres Vus De. Près en Images de Synthèse [D]. University de Limoges, Limoges, France, 2003.
- Galbraith C, MacMurchy P, Wyvill B. BlobTree trees [A]. In: Proceedings of the International Conference on Computer Graphics [C], Crete, Greece, 2004: 78-85.
- Bloomenthal J, Wyvill B. Introduction to Implicit Surfaces [M]. San Francisco, CA, USA; Morgan Kaufmann, 1997.
- Wyvill B, Wyvill G. Better blending of implicit objects at different

- Scales[A]. In: Proceedings of ACM SIGGRAPH[C], New Orleans, Louisiana, USA, 2000.
- 9 Wyvill G, McPheeters C, Wyvill B. Data structure for soft objects[J]. *The Visual Computer*, 1986, **2**(4): 227-234.
- 10 Jin Xiao-gang, Feng Jie-qing, Peng Qun-sheng. Convolution surface modeling based on line segment primitive with polynomial density distribution[J]. *Journal of Computers*, 2002, **25**(3): 320-324. [金小刚,冯结青,彭群生. 具有多项式密度分布的直线骨架卷积曲面[J]. *计算机学报*, 2002, **25**(3): 320-324.]
- 11 Wyvill B, Galin E, Guy A. Extending the CSG tree: warping blending and Boolean operations in an implicit surface modeling system[J]. *Computer Graphics Forum*, 1999, **18**(2): 149-158.
- 12 Tigges M, Wyvill B. Texture mapping the BlobTree [A]. In: Proceedings of the Third International Workshop on Implicit Surfaces [C], Seattle, WA, USA, 1998: 123-130.
- 13 Liang X, Wyvill B. Hierarchical implicit surface refinement[A]. In: Proceedings of Computer Graphics International [C], Hong Kong, China, 2001: 291-298.
- 14 Savchenko V V, Pasko A A, Okunev O G, *et al.* Function representation of solids reconstructed from scattered surface points and contours[J]. *Computer Graphics Forum*, 1995, **14**(4): 181-188.
- 15 Angelidis A, Jepp P, Cani M P. Implicit modeling with skeleton curves-controlled blending in contact situations[A]. In: Proceedings of the International Conference on Shape Modeling and Applications (SMI2002)[C], Los Alamitos, CA, 2002: 137-144.
- 16 Hart J, Baker N. Implicit modeling of tree surfaces [A]. In: Proceedings Conference on Implicit Surfaces '96 [C], New York, USA, 1996: 143-152.
- 17 Tigges M, Wyvill B. Texture mapping the BlobTree [A]. In: Proceedings of the Third International Workshop on Implicit Surfaces [C], Seattle, WA, USA, 1998: 123-130.
- 18 Yu Li, Jin Xiao-gang, Feng Qun-sheng. Fast tessellation for implicit surfaces [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2005, **41**(2): 63-68. [余莉,金小刚,彭群生. 隐式曲面快速多边形化[J]. *计算机工程与应用*, 2005, **41**(2): 63-68.]