

基于结构张量和 Wasserstein 距离的 纹理图像分割

谢晓振, 吴纪桃

(北京航空航天大学数学与系统科学学院, 北京 100191)

摘要: 基于区域的非参数活动轮廓模型被广泛地应用于图像分割领域。在结构张量和图像灰度直方图基础上建立的新模型就属于这个范畴, 它被用于灰度和彩色纹理图像的分割。首先, 对经典的结构张量进行扩展, 使其能表达原始纹理图像的梯度信息和色彩信息。利用扩展的结构张量, 使一幅图像生成多个特征通道, 从而提取更多的纹理特征。然后, 在各个通道中, 利用像素点的局部灰度直方图的 Wasserstein 距离信息分割图像, 使图像不同分割区域的灰度分布近似同态。最后, 为了有效地降低模型的数值计算复杂度, 一些数值计算技巧被引入模型的计算过程, 产生了很好的效果。通过大量的实验对比, 利用新模型能得到更精确、更稳定的分割结果。

关键词: 水平集方法; 结构张量; Wasserstein 距离; 灰度直方图; 纹理图像分割

中图法分类号: TP319.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-8961(2010)09-1345-07

Texture segmentation based on the use of the structure tensor and the wasserstein distance

XIE Xiaozhen, WU Jitao

(School of Mathematics and System Science, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract: Nonparametric region-based active contour models have been widely used in the field of image segmentation. The proposed new model which is based on the use of the structure tensor and the Wasserstein distance belongs to this category. First, the classical tensor structure method is extended in order to express the gradient and color information of the original images. Using the extended tensor structure method, an image can yield more feature channels and more features of the texture can be extracted. Then, we use the Wasserstein distance between each pixels' local distribution functions of the image intensities to segment the image domain so that the local histograms within each region are approximately homogeneous. Some numerical mechanisms are introduced into the approach, which obviously reduce the computational complexity of the model. Comparing with related studies, experimental results show that proposed model is more precise and stable.

Keywords: level set methods; structure tensor; Wasserstein distance; histogram; texture segmentation

0 引 言

基于区域的活动轮廓模型被广泛地应用于图像分割领域。它的优点之一就是仅用分割线提供的信息就可以把一幅图像分割成几个具有统一特征的区域,

例如具有边界、灰度、纹理或者形状的统一性等。目前为止, 研究人员提出大量的基于区域的活动轮廓模型, 主要可以分为两大类: 基于区域的参数活动轮廓模型和基于区域的非参数活动轮廓模型。经典的 C-V 模型^[1]就是前者中具有代表性的一种方法。它的主要思想就是利用图像中分割线内外的像素灰

基金项目: 国家科技支撑计划(2008BAC34B03-4)。

收稿日期: 2009-03-26; **改回日期:** 2009-05-08

第一作者简介: 谢晓振(1984—), 男。现为北京航空航天大学数学与系统科学学院硕士研究生。主要研究方向为偏微分方程图像处理。E-mail: xiexiaozhen@ss.buaa.edu.cn。

度值的方差信息来达到图像分割的目的。由于在分割时它不需要用到图像的梯度信息,因此它得以广泛应用于不同场合的图像处理中,比如医学图像处理。但是它对所分割的图像有很高的要求,即假定目标或者背景区域的像素灰度值的分布要服从高斯分布,而且它的方差要非常的小。后续的对 C-V 模型的改进形式及其他的相关模型^[2-4]都需要依赖这样的假定。

然而在自然景观图像中,目标或背景区域很难达到这些要求,尤其是具有纹理特征的图像。这样前面提到的模型就无法继续适用于分割这些具有纹理特征的图像。为了克服这样的缺点,chi-2 函数^[5-6]被用于目标或者背景区域灰度直方图和它们相应的先验灰度直方图的比较。利用在此基础上建立的模型去分割具有轻微纹理特征的图像时比较有效。但 chi-2 函数却有它的致命弱点。Chen 等人^[7]对这些缺点进行分析,指出 chi-2 函数不是一个度量,在很多的情况下不能用来比较两个灰度直方图的相似程度。例如:在比较两个具有不相交紧支撑集的 delta 函数时,无论支撑区间相隔多远,它们的 chi-2 比较函数值都相同,而且这种情况在图像处理中是经常遇到的。因此用 Wasserstein 距离代替 chi-2 函数去比较图像不同区域像素的灰度分布函数。Wasserstein 距离具有很多优良的性质,使其能有效地比较两个 delta 函数的相似程度,克服 chi-2 函数的缺陷。但是 Chen 等人的模型^[7](简称 HSWD 模型)仅依赖于原始纹理图像不同区域像素的灰度直方图提供的信息。由于纹理本身的复杂性和定义的不确定性,原始图像灰度直方图仅能表示纹理的一部分特征信息,因此,HSWD 模型对纹理的分割效果不是很令人满意。在相关的研究中,结构张量的方法^[3]可以把一幅灰度纹理图像分成 4 个特征通道。这些特征通道包含了原始图像的灰度信息和 3 个方向梯度信息,有效地提取了图像的纹理特征。同时,可以通过添加图像的色彩信息使经典的结构张量得到扩展^[8]。利用扩展的结构张量建立起分割模型在处理图像时能得到好的分割效果。所以,结合 Wasserstein 距离和扩展的结构张量可以建立一种新的模型,用于分割灰度和彩色图像,可以得到更好的结果。

本文的创新之处是利用结构张量提取更多的纹理特征,使提供的新模型在处理灰度图像和彩色图像时能得到更好的分割结果;同时,提供快速的数值计算技巧,通过用合并灰度水平级和适应纹理的图像分块方法,大大地减少了模型的数值计算复杂度。

1 相关工作

1.1 HSWD 模型简介

Chen 等人^[7]在 HSWD 模型中提出了一种基于 Wasserstein 距离的可以比较任意灰度分布函数相似性的方法。它不需要假定图像目标或背景区域的像素灰度分布成特定的统计分布。若令 $F(y)$ 和 $G(y)$, $y \in [0, 255]$ 分别为两个灰度分布函数,那么指数为 1 的 Wasserstein 距离就为

$$W_1(F, G) = \int_0^{255} |F(y) - G(y)| dy \quad (1)$$

它是一个度量,具有如下优点:可以比较连续和不连续两种分布函数;对振荡不敏感;可以处理类 delta 函数和 L^p 范数意义下的点态度量问题;不需要对图像灰度直方图进行微分就可以求得模型的解等。

给定一个图像 $I: \Omega \rightarrow [0, 255]$, 它的像素点是独立同分布的。图像的分割曲线为 C , 它把图像分为 2 个主题部分。用 $inside(C)$ 表示分割线的内部,用 $outside(C)$ 表示分割线的外部。应用 Wasserstein 距离,提出了如下模型:

$$\int_{inside(C)} W_1(F_1, F_{x,r}) dx + \int_{outside(C)} W_1(F_2, F_{x,r}) dx$$

其中, $F_{x,r}(y)$ 是像素点 x 的 r 邻域内规则化的灰度分布函数, $F_1(y)$ 是区域 $inside(C)$ 规则化的灰度分布函数, $F_2(y)$ 是区域 $outside(C)$ 规则化的灰度分布函数。最小化上面的能量函数并且添加对曲线 C 的几何调整项约束就可以得到 HSWD 模型:

$$\inf_{C, F_1, F_2} \{ E = \mu Length(C) + \nu Area(inside(C)) +$$

$$\lambda \int_{inside(C)} W_1(F_1, F_{x,r}) dx +$$

$$\lambda \int_{outside(C)} W_1(F_2, F_{x,r}) dx \}$$

其中, μ, ν, λ 为正参数。 $Length(C)$ 表示分割曲线的长度, $Area(inside(C))$ 表示分割曲线内部区域的面积。上述的最优化问题可以利用水平集的方法求得结果。

1.2 结构张量

本文中用于生成图像特征通道的方法是基于经典的结构张量方法^[9-11]

$$J_\rho = G_\rho * (v^T v) = \begin{pmatrix} G_\rho * I_x^2 & G_\rho * I_x I_y \\ G_\rho * I_x I_y & G_\rho * I_y^2 \end{pmatrix}$$

其中, $v = (I_x, I_y)$, G_ρ 是以 ρ 为标准差的高斯函数, $*$ 表示卷积运算, I 的下标表示偏导数运算。在一

个尺度下,用结构张量方法就产生 3 个特征通道

$$u = (u_1, u_2, u_3) = G_\rho * (I_x^2, I_y^2, I_x I_y)$$

但是由于高斯函数光滑各个通道会导致目标边界的错位,使得模型的分割结果不精确。所以,在光滑各个通道的时候,高斯函数被非线性扩散方程^[12-14]代替。

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \text{div}(g(|\nabla I|)\nabla I) \quad (2)$$

其中, $I(t=0)$ 表示原始图像, g 是一个单调减函数。用非线性扩散方法可以在图像边界的地方拟制光滑,确保边界的完整性。这样一幅图像就生成 4 个通道:

$$u = (u_1, u_2, u_3, u_4) = TV(I, I_x^2, I_y^2, I_x I_y) \quad (3)$$

其中, TV 表示光滑算子(2)。

针对彩色图像,可以通过添加色彩通道使结构张量的方法得到扩展^[8]。

$$u = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6) = TV(I_R, I_G, I_B, I_x^2, I_y^2, I_x I_y) \quad (4)$$

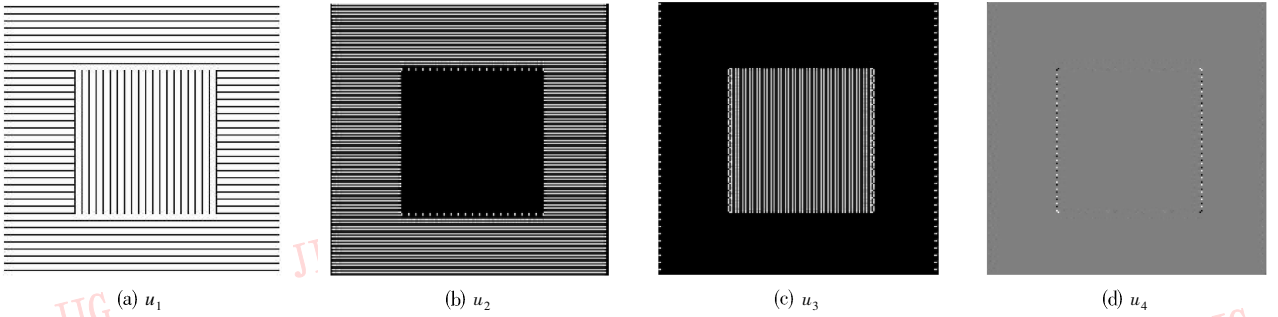


图 1 图像的四通道

Fig. 1 Four feature channels of the image

2 新模型

这部分讨论基于结构张量和 Wasserstein 距离的非监督的纹理图像分割方法。假定灰度图像 $I: \Omega \rightarrow [0, 255]$ 是一个可测的而且可以分为两部分图像区域,各个像素点是独立同分布的。以像素点 x 为中心,以 r 为半径的邻域为 $N_{x,r}$, 像素点 x 的局部灰度分布函数定义为

$$F_{x,r}(y) = \frac{|\{z \in N_{x,r} \cap \Omega : I(z) \leq y\}|}{|\{N_{x,r} \cap \Omega\}|} \quad 0 \leq y \leq 255$$

对于一幅灰度图像,利用结构张量的方法可以生成 4 个特征通道,即式(3)。寻找图像的分割就是让各个通道内分割线内外各点的局部灰度分布函数尽可能相似,使用 Wasserstein 距离来度量这种一

致性就可以表示为

致性就可以表示为

致性就可以表示为

致性就可以表示为

$$E_1(C, F_1, F_2) = \sum_{i=1}^4 \left[\int_{\text{inside}(C)} W_1(F_{1i}, F_{x,r}^i) dx + \int_{\text{outside}(C)} W_1(F_{2i}, F_{x,r}^i) dx \right] \quad (5)$$

式中, F_{1i}, F_{2i} 分别是第 i 个通道 $\text{inside}(C)$ 和 $\text{outside}(C)$ 的灰度累积分布函数, $F_{x,r}^i$ 是第 i 通道像素点 x 的局部灰度分布函数。仅最小化能量泛函(5)就可以对简单的纹理图像做出很好的分割,见图 2。

对能量泛函(5)添加几何调整项,即分割线的长度和分割线内部区域的面积,就得到本文提供的最终能量泛函:

$$E_2(C, F_1, F_2) = \mu \text{Length}(C) + \nu \text{Area}(\text{inside}(C)) + \sum_{i=1}^4 \left[\lambda_{1i} \int_{\text{inside}(C)} W_1(F_{1i}, F_{x,r}^i) dx + \lambda_{2i} \int_{\text{outside}(C)} W_1(F_{2i}, F_{x,r}^i) dx \right] \quad (6)$$

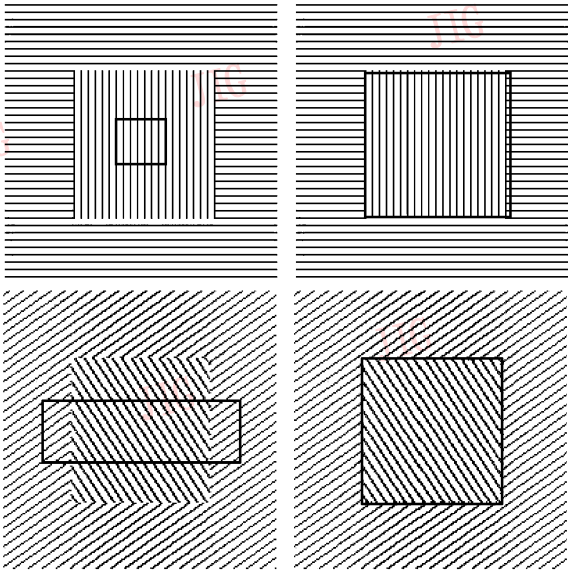


图 2 最小化泛函(5)得到的分割结果
Fig. 2 The results of minimizing the functional (5)

式中, $\lambda_{1i}, \lambda_{2i}$ 是第 i 个通道的参数, 且 $\mu, \nu, \lambda_{1i}, \lambda_{2i}$ 都是正参数。能量泛函(6)用水平集的方法表示, 且分割线可以由 Lipschitz 函数 $\phi: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ 的零水平集表示。

$$E_2(C, F_1, F_2) = \mu \int_{\Omega} |\nabla H(\phi)| dx + \nu \int_{\Omega} H(\phi) dx + \sum_{i=1}^4 \left[\lambda_{1i} \int_{\Omega} H(\phi) \int_0^{255} |F_{1i}(y) - F_{x,r}^i(y)| dy dx + \lambda_{2i} \int_{\Omega} (1 - H(\phi)) \int_0^{255} |F_{2i}(y) - F_{x,r}^i(y)| dy dx \right] \quad (7)$$

式中, H 是 Heaviside 函数, $H(\phi)$ 表示 *inside* (C), $1 - H(\phi)$ 表示 *outside* (C), $\int_{\Omega} |\nabla H(\phi(x))| dx$ 表示曲线 C 的长度, $\int_{\Omega} H(\phi(x)) dx$ 表示曲线所围内部区域的面积。

能量泛函(7)的最小化问题可以用两步迭代的方法求得极小值。首先固定 ϕ , 分别求关于 $F_{1i}, F_{2i}, i = 1, 2, 3, 4$ 的极小化问题。关于 $F_{1i}, F_{2i}, i = 1, 2, 3, 4$ 做变分分别产生下面对任意的 $y \in [0, 255]$ 都成立的优化条件:

$$\int H(\phi(x)) \frac{F_{1i}(y) - F_{x,r}^i(y)}{|F_{1i}(y) - F_{x,r}^i(y)|} dx = 0$$

$$\int (1 - H(\phi(x))) \frac{F_{2i}(y) - F_{x,r}^i(y)}{|F_{2i}(y) - F_{x,r}^i(y)|} dx = 0$$

故 $F_{1i}(y)$ 表示区域内的 $F_{x,r}^i(y)$ 的平均值

$$F_{1i}(y) = \frac{\int_{\Omega} H(\phi(x)) H(y - u_i(x)) dx}{\int_{\Omega} H(\phi(x)) dx} \quad (8)$$

$F_{2i}(y)$ 表示区域外的 $F_{x,r}^i(y)$ 的平均值

$$F_{2i}(y) = \frac{\int_{\Omega} (1 - H(\phi(x))) H(y - u_i(x)) dx}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi(x))) dx} \quad (9)$$

然后固定 $F_{1i}, F_{2i}, i = 1, 2, 3, 4$, 用关于 ϕ 的 Euler-Lagrange 方程的梯度下降法求得曲线的演化方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left\{ \mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \nu + \sum_{i=1}^4 \left[-\lambda_{1i} \int_0^{255} |F_{1i}(y) - F_{x,r}^i(y)| dy + \lambda_{2i} \int_0^{255} |F_{2i}(y) - F_{x,r}^i(y)| dy \right] \right\} \quad (10)$$

式中, δ 是 Dirac 函数。对式(8) ~ 式(10)交替迭代, 最终收敛的结果就是最小化能量泛函(7)的稳定解。

3 数值计算

AOS 方法是一种非常稳定的迭代格式^[15], 它高效, 无稳定条件, 时间步长 τ 的取值可以取的很大(例如 $\tau = 5$)。因此在对模型的数值求解的时候采用 AOS 格式。另外, HSWD 模型本身的算法复杂度很高。本文模型把原来一个通道变为多个通道, 模型的算法复杂度相应也会提高很多倍。为了克服这样的缺陷, 在数值计算时提出一些新的技巧来降低复杂度。

灰度图像的灰度值是区间 $[0, 255]$ 上的离散值, 它从 0 开始, 步长为 1, 把灰度区间分割为 256 个灰度等级。那么式(1)的离散形式就为

$$W_1(F, G) = \int_{[0, 255]} |F(y) - G(y)| dy = \sum_{i=0}^{255} |F(i) - G(i)|$$

在保证上面数值积分稳定精确的情况下, 加大灰度步长为 $h \geq 1$, 那么上面的数值积分就可以写为

$$W_1(F, G) = h \sum_{i=0}^{256/h-1} |F(ih) - G(ih)| = h \sum_{i=0}^{256/h-1} |F_i - G_i|$$

与灰度分布函数 F 相应的分布密度函数为 P , 则 $P_i = F_i - F_{i-1} = P((i-1)h < y \leq ih)$ 。这样, 只需计

算存储 P_i , 使计算量和存储变为原来的 $1/h$ 。由于 Wasserstein 距离的特殊性, 当灰度分布函数 F 和 G 连续时, 步长 h 的取值可以很大, 例如取 $h = 16$, 仍能保持数值积分精确和稳定。若 F 和 G 不连续, 较大的步长会使数值积分误差增大, 降低 Wasserstein 距离的识别能力。例如, 灰度值为 200 的区域和灰度值为 210 的区域, 它们的灰度直方图为 2 个 delta 函数。步长为 16 时, Wasserstein 距离无法分辨 2 个区域。若取步长小于 2 个 delta 函数支撑区间的距离, 例如取 $h = 4$, 就可以识别出 2 个区域的不同。因此, 为了提高计算的精确性, 同时降低计算的复杂性, 实验中均选择灰度步长为 $h = 2$ 。

通过实验观察可以发现, 在一个邻域内所有像素点的灰度分布直方图都近似相同。那么就可以考虑让该邻域内的所有像素点的局部灰度直方图都近似等于该邻域的灰度直方图。图像区域为 Ω , 它的灰度矩阵大小为 $M \times N$, $S_{a,b}$ 表示宽为 a 长为 b 的矩形区域, 用 $S_{a,b}$ 分割原始图像, 可以得到 $\text{ceil}(M/a) \times \text{ceil}(N/b)$ 个子图像, 其中 ceil 表示上取整。用 $S^{i,j}$ 索引这些子图像, 其中 $i = 1, 2, \dots, \text{ceil}(M/a)$, $j = 1, 2, \dots, \text{ceil}(N/b)$ 。每个子图像的灰度累积分布函数为

$$F_{i,j}(y) = \frac{|\{z \in S^{i,j} \cap \Omega : I(z) \leq y\}|}{|S^{i,j} \cap \Omega|}$$

令子图像内所有像素点的局部灰度直方图等于该子图像的灰度直方图, 这样计算量和存储量都变为原来的 $1/ab$ 。当然, 不能为了减少计算复杂度而过分增大 a 和 b 的取值。因为增大 a 和 b , 会使分割的子图像增大, 它里面各个像素点的局部灰度直方图的差异加大, 引起模型结果的不精确。如果它们的取值过小, 又不能表示图像纹理的局部特征。所以, a 和 b 的取值和像素局部灰度直方图的半径 r 相同, 它们所形成的区域 $S_{a,b}$ 最好是能包含图像纹理特征的最小区域。它的优点是可以通过调整 a 和 b 的取值, 使区域 $S_{a,b}$ 能更好地适应图像的纹理特征。但是, 它和局部灰度直方图的半径 r 有同样的缺点, 需要用户依据具体的局部纹理特征来调节它的取值大小。

4 模型结果

用合成图像和真实图像分别对本文提出的模型进行实验验证, 同时和其他相关的模型结果做比较。

合成图像, 如图 3, 是旋转由简单直线组成的原始图像的部分区域得到的。图中不同区域的灰度直方图一致, 不同的仅是直线纹理的方向。HSWD 模型得不到预期的结果, 而本文模型能够得到如下的分割效果。

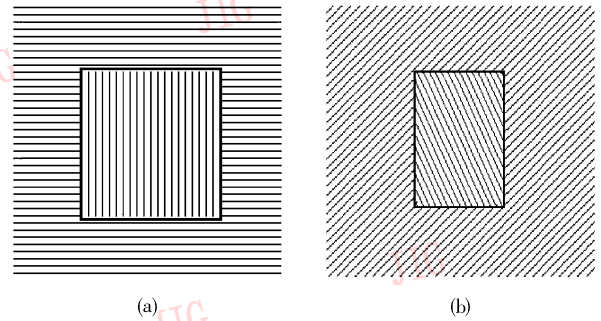


图 3 本文模型的分割结果

Fig. 3 The results of the proposed model

其中, 图 3(a) 用式(3)中的通道 u_2 和 u_3 来进行分割。而图 3(b) 用式(3)中的通道 u_4 来进行分割。如果只选用通道 u_1 参与运算, 本文模型就跟 HSWD 模型类似。

由于 Wasserstein 距离的优良性质, 即对噪声和振荡不敏感, 所以能够处理噪声图像。在用结构张量生成特征通道时, 由图像的噪声和图像的梯度运算产生的振荡并不影响本文模型的分割结果。所以, 本文模型可以省略针对各个特征通道的光滑操作。同时, 本文提供一些数值计算的技巧, 使模型的计算复杂度大大降低。下面就用无噪图像和有噪图像进行对比实验。在图 4(a) 中, a 和 b 的取值分别为 6 和 5。而图 5(a) 的斑点纹理比图 4(a) 的斑点纹理大, 故在分割图 5(a) 时, a 和 b 的取值分别为 10 和 8。

其中在图 4 中, (a) 是无噪图像; (b) 是加高斯噪声的图像; (c) 和 (d) 是用没有经过数值改进的方法得到的分割结果; (e) 和 (f) 是用经过数值改进的方法得到的分割结果; (g) 和 (h) 是用经过数值改进的方法且在不对各个特征通道进行光滑操作的情况下的分割结果; (i) 和 (j) 是 HSWD 模型的分割结果。为了使各个图像具有可比性, 模型参数取相同的值, 且都用式(3)的 4 个通道来分割图像。结果显示, 本文的模型对噪声图像同样适用; 取消对各个通道的非线性扩散光滑过程, 对本文模型的分割效果影响不大; 且数值改进之后, 模型的计算复杂度降低, 见表 1。

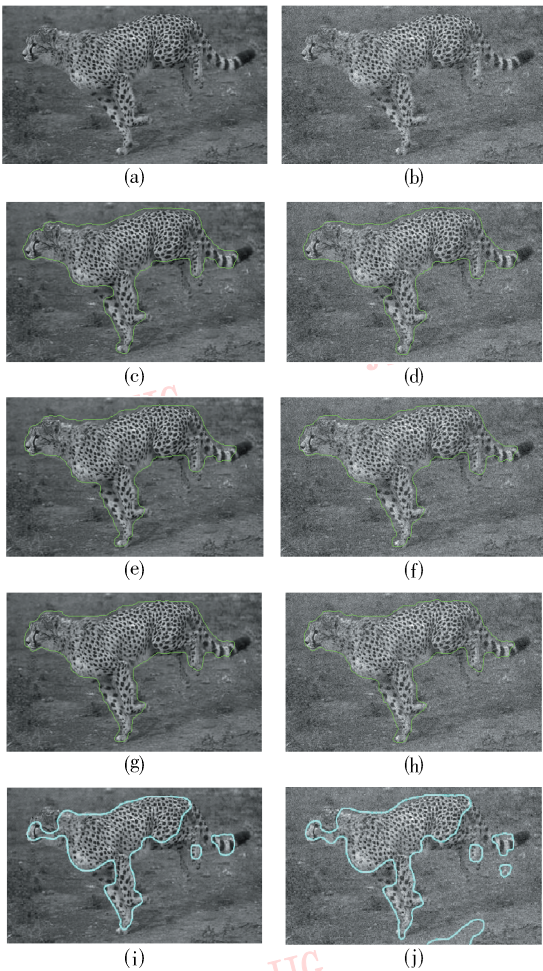


图 4 本文模型在不同情况下的分割结果

Fig. 4 Results of the proposed model in different conditions

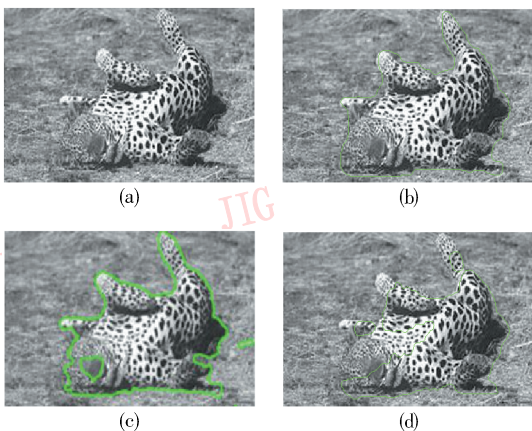


图 5 本文模型分割结果与相关文献中模型的分割结果

Fig. 5 The results of the proposed model and the results of related models

其中,图 4(a)和图 4(b)的大小均为 223×384 。实验程序是在 MATLAB7.0 中运行。为了使结果具有可比性,改进后算法中的步长参数为 $h = 2$,子图

表 1 模型计算复杂度分析
Tab.1 The analysis of the model's computational complexity

迭代结果	存储空间	迭代次数	迭代时间/s
图 4(c)	25.3MB	< 60	574
图 4(e)	5.28KB	< 50	27
图 4(g)	5.28KB	< 50	15

像的大小为 $a = 6, b = 5$ 。

图 5 中,(a)是原始图像,(b)是本文模型的分割效果,(c)是 Rousson 等人的模型^[3]分割效果,(d)是 HSWD 模型的分割效果。通过这些对比可以看出本文提供的模型可以获得较好的分割效果。

另外,对结构张量进行扩展之后,可以使用本文的模型对彩色图像进行分割。由于图像的色彩通道参与了分割过程,彩色图像的分割结果要比相应的灰度图像分割结果好。

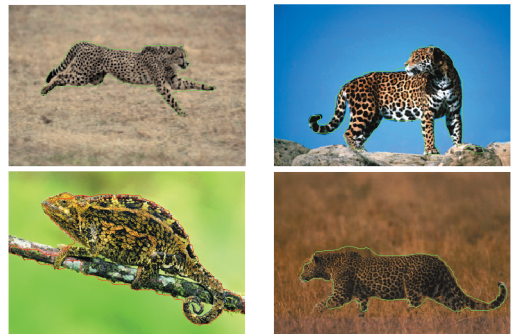


图 6 彩色图像的分割结果

Fig. 6 The results of the color images

5 结 论

提供了一种新颖的用于纹理图像的非监督分割模型。首先,利用结构张量,提取图像的纹理特征。其次,使用 Wasserstein 距离来度量不同分割区域内各点灰度分布的相似程度。由于 Wasserstein 距离的优良性质,与其他使用结构张量的模型相比,本文模型可以避免对各个通道进行光滑操作。而且这种简化对噪声图像仍然适用。最后,对模型的数值计算方法做了适当的改进,在保证模型分割精度的前提下,大大降低了计算复杂度。当然本文也有不足之处,这也是今后的努力方向。本文提供的模型仅

能提取一个目标区域,这与实际应用有一定的差距。因为实际应用中,一个图像往往有多个主题部分。另外,由于纹理的复杂性,结构张量和灰度直方图并不能表达所有的纹理特征。最后,为了能使不同图像的分割结果具有可比性,本文中所有的实验都取相同的模型参数。因而,本文提供的分割结果都不是最优的。实际应用中,可以依据不同的目的选择更为适当的参数,以便获得更好的分割效果。

参考文献 (References)

- [1] Chan T F, Vese L A. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277.
- [2] Yezzi Jr, Tsai A, Willsky A. A statistical approach to snakes for bimodal and trimodal imagery [C] // Proceedings of International Conference on Computer Vision. Washington, DC, USA: IEEE, 1999: 898-903.
- [3] Rousson M, Brox T, Deriche R. Active unsupervised texture segmentation on a diffusion based feature space [C] // Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Wisconsin, DC, USA: IEEE, 2003: 669-704.
- [4] Jeon M, Alexander M, Pedrycz W, et al. Unsupervised hierarchical image segmentation with level set and additive operator splitting [J]. Pattern recognition Letters, 2005, 26(10): 1461-1469.
- [5] Jehan-Besson S, Barlaud M, Aubert G, et al. Shape gradients for histogram segmentation using active contours [C] // Proceedings of International Conference on Computer Vision. Washington, DC, USA: IEEE, 2003: 408-415.
- [6] Aubert G, Barlaud M, Faugeras O, et al. Image segmentation using active contours: Calculus of variations or shape gradients [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2005, 1(2): 2128-2145.
- [7] Chan T, Esedoglu S, Ni K. Histogram based segmentation using wasserstein distances [C] // Proceedings of SSVM. Berlin, Springer, 2007: 697-708.
- [8] Luis-Gaicia R D, Deriche R, Alberola-Lopez C. Texture and color segmentation based on the combined used of the structure tensor and the image components [J]. Signal Processing, 2008, 88(4): 776-795.
- [9] Bigun J, Granlund G H, Wiklund J. Multidimensional orientation estimation with applications to texture analysis and optical flow [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(8): 775-790.
- [10] Forstner W, Gulch E. A fast operator for detection and precise location of distinct points, corners and centres of circular features [C] // Proceedings of ISPRS Intercommission Conference on Fast Processing of Photogrammetric Data. Interlaken, Switzerland: [s. n.], 1987: 281-305.
- [11] Weickert J. Anisotropic Diffusion in Image Processing [M]. Stuttgart, Germany: Teubner, 1998: 15-25.
- [12] Brox T, Weickert J. Nonlinear matrix diffusion for optic flow estimation [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2002, 2449: 446-453.
- [13] Perona P, Malik J. Scale space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629-639.
- [14] Weickert J, Romeny B M T H, Viergever M A. Efficient and reliable scheme for nonlinear diffusion filtering [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 398-410.
- [15] Weickert J, Kuhne G. Fast methods for implicit active contour models [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2002, 2449: 133-140.