

中图法分类号: TP319.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)11-1603-05

检索信息: 王晓涛, 吴纪桃. 加移动因子的 C-V 模型[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(11): 1603-1607

加移动因子的 C-V 模型

王晓涛, 吴纪桃

(北京航空航天大学数学与系统科学学院, 北京 100191)

摘要: 在变分水平集方法中, C-V 模型的优点之一是能够提取以非梯度形式定义的图像边界, 然而, 在提取该类型边界时, 模型仅考虑了图像各区域的均值信息而没有考虑图像的局部信息, 因此尽管 C-V 模型能够得到渐进型边界图像的分割结果, 但是存在分割误差。将移动因子引入到 C-V 模型以解决上述问题。其中移动因子定义为图像局部凸凹性的函数, 通过该因子可以调整模型 0-水平面的高度, 进而使得解平面与目标所在平面更加接近或重合, 以达到消除分割误差的目的。文中给出了偏微分形式的模型, 并通过实验验证了模型的有效性。

关键词: C-V 模型; 水平集方法; 图像分割; 移动因子

The C-V model with motion factor

WANG Xiaotao, WU Jitao

(School of Mathematics and Systems Science, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract: One advantage of C-V model among the variational level set methods is that it can detect image boundaries which were not defined by gradient. However, when detecting these type boundaries, the C-V model only consider the mean value of each region without local information, so though the C-V model can get non-gradient defined image boundary, its segmentation result contains errors. The above problem is solved by importing the motion factor to the C-V model in this paper. Where, the motion factor is defined as a function of local convexities of image. By adjusting parameters of the motion factor, the novel model can adjust the height of its 0-level set, i. e., can make the 0-level set get close to the plane which the target belongs to, so can eliminate the partition errors. We present the partial differential model, and experiments validate the quality of the segmentations obtained.

Keywords: C-V model; level set method; image segmentation; motion factor

0 引言

基于水平集^[1]的活动轮廓模型是图像分割的重要方法之一, 对于外形复杂、拓扑结构发生变化的图像能够得到稳定的结果。目前, 活动轮廓模型主要分为基于边界信息的模型、基于区域信息的模型或者是二者的结合。基于边界信息的模型有 snakes^[2]、几何活动环路模型^[3]与测地活动环路模型^[4]。它们的特征是依据图像的梯度信息提取目

标边界, 即通过边界检测算子找到目标边界, 其中的边缘检测算子为梯度的递减函数。但是, 由于依赖于梯度信息, 这些模型无法提取以非梯度形式定义的边界。基于区域信息的模型有 M-S 模型^[5-6]与 C-V 模型^[7-9], 它们的特征是考虑了图像各区域的整体信息, 通过分片平滑的区域逼近原始图像, 将对图像的特定分割作为模型的解, 因此能够解决非梯度定义的边界提取问题。其中 C-V 模型还具有求解速度较快、与初始曲线位置无关、能够提取内部边界等特点。

基金项目: 国家科技支撑项目(2008BAC34B03-4); 教育部数学、信息与行为重点实验室(LMIB)。

收稿日期: 2009-03-16; **改回日期:** 2009-07-24

第一作者简介: 王晓涛(1983—), 男。现为北京航空航天大学数学与系统科学学院在读硕士研究生。目前研究方向为基于 PDE 的图像处理。E-mail: wangxt@ss.buaa.edu.cn。

然而,在非梯度形式的边界提取中,C-V 模型仅考虑了图像 0-水平集内外部区域的均值信息而没有考虑边界附近的具体情况,分割结果不理想,即在图像分割中,尤其在具有渐进型边界的图像分割中,尽管 C-V 模型能够得到结果,但是存在分割误差。

针对上述问题,通过在原 C-V 模型中引入移动因子来消除分割误差。其中,移动因子定义为图像局部凸凹性的函数,该因子可以通过改变局部点的灰度值达到改变各区域均值的目的,进而可以调整 0-水平集平面所在高度,使得 0-水平面与目标所在平面更加地靠近或与之重合,以此来消除分割误差,得到满意的分割结果。

1 C-V 模型

设 C 是可变曲线, $I(C)$ 与 $O(C)$ 分别表示曲线 C 的内部与外部。C-V 模型由如下的 fitting 项扩展得到:

$$F_1(C) + F_2(C) = \int_{I(C)} |u(x) - c_1|^2 dx + \int_{O(C)} |u(x) - c_2|^2 dx \quad (1)$$

式中 c_1, c_2 分别为图像位于曲线 C 内部与外部的灰度均值, u 为图像灰度值。在上述 fitting 项中加入正则项——曲线 C 的长度 $L(C)$ 和(或)曲线 C 内部的面积 $A(I(C))$,得到 C-V 模型的原始能量泛函

$$F(c_1, c_2, C) = \mu \cdot L(C) + v \cdot A(I(C)) + \lambda_1 \int_{I(C)} |u_0(x) - c_1|^2 dx + \lambda_2 \int_{O(C)} |u_0(x) - c_2|^2 dx \quad (2)$$

式中, μ, v 及 λ 为权字数,将式(2)映射为水平集的形式,得到:

$$F(c_1, c_2, \phi) = \mu \int_{\Omega} \delta(\phi) |\nabla \phi| dx + v \int_{\Omega} H(\phi) dx + \lambda_1 \int_{\Omega} |u(x) - c_1|^2 H(\phi) dx + \lambda_2 \int_{\Omega} |u(x) - c_2|^2 (1 - H(\phi)) dx \quad (3)$$

式中, H 是 Heaviside 函数, δ 是 Dirac 函数。极小化上述泛函,即分别对于 c_1, c_2, ϕ 求偏导数得到相应的 Euler-Lagrange 方程:

$$\delta(\phi) \left[\mu \nabla \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - v - \lambda_1 (u - c_1)^2 + \lambda_2 (u - c_2)^2 \right] = 0 \quad (4)$$

$$c_1 = \frac{\int u(x) H(\phi) dx}{\int H(\phi) dx} \quad (5)$$

$$c_2 = \frac{\int u(x) (1 - H(\phi)) dx}{\int (1 - H(\phi)) dx}$$

将式(4)改为负梯度的形式,并借助于加性分裂算法(AOS 算法),采用半点格式离散化即可迭代求解模型,详见文献[7,10]。

2 加移动因子的 C-V 模型

C-V 模型的分割是基于区域均值的。通过在 C-V 模型中加入移动因子,将图像局部信息引入到模型。

2.1 局部凸凹性与移动因子定义

定义 1 $\forall x \in \Omega \subset \mathbf{R}^n$, 定义其邻域集为

$$N(x) = \{y \in \Omega \mid \sum_{i=1}^n |y_i - x_i| = 1\}$$

并定义点 x 在 i 轴的子邻域集为

$$N_i(x) = \{y \in N(x) \mid |y_i - x_i| = 1\}$$

则若

$$\sum_{y \in N_i} (u(y) - u(x)) / |N_i| > 0$$

称 x 在 i 轴是局部凸的,若

$$\sum_{y \in N_i} (u(y) - u(x)) / |N_i| < 0$$

称 x 在 i 轴是局部凹的。其中 u 为图像灰度值, $| \cdot |$ 表示集合包含元素的个数。

定义 2 $\forall x \in \mathbf{R}^2$, 定义该点的移动因子为

$$w(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 w_i, \text{ 其中}$$

$$w_i(x) = \begin{cases} w_1 \geq 1 & x \text{ 在 } i \text{ 轴是局部凹的} \\ 0 < w_2 \leq 1 & x \text{ 在 } i \text{ 轴是局部凸的} \\ 1 & \text{其他} \end{cases}$$

因子的移动性通过调整 w_1, w_2 的值实现。

2.2 改进模型

首先考虑 C-V 模型,决定其在曲线 C 的内外部区域均值的中值附近取得最优解的决定因素是 fitting 项式(1),如图 1 所示(图像在竖直面上的投影),设 c_1 为与 fitting 项的最优解对应的灰度值较大区域的均值, c_2 为灰度较小区域的均值,则可知所有满足 $u(x) < (c_1 + c_2)/2$ 的点都会被分到 $O(C)$,所

有满足 $u(x) > (c_1 + c_2)/2$ 的点会被分到 $I(C)$ 。即 fitting 项的最优解 $((c_1 + c_2)/2)$ 由各区域的均值控制,那么通过改变 0-水平线内外部区域的均值即可达到调整 0-水平集平面所在高度的目的。

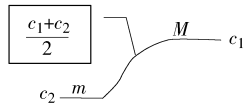


图 1 投影图像

Fig. 1 Projection image

为此在各区域的均值方程中加入权值 ω ,以调整 0-水平集的高度,如下式所示:

$$c_1 = \frac{\int \omega(x) u(x) H(\phi(x)) dx}{\int H(\phi(x)) dx} \tag{6}$$

$$c_2 = \frac{\int \omega(x) u(x) (1 - H(\phi(x))) dx}{\int (1 - H(\phi(x))) dx}$$

在式(6)中,调整 ω 即可改变 c_1, c_2 的值。为了分析简便,首先令

$$\omega(x) = \begin{cases} \omega_1 & \phi(x) > 0 \\ \omega_2 & \phi(x) < 0 \end{cases}$$

那么如果固定 $\omega_2 = 1$,并令 $\omega_1 \geq 1$ 增大,则 c_1 也会随之增大,而使得边界 $(c_1 + c_2)/2$ 向 M 方向移动;同理若固定 $\omega_1 = 1$,而令 $\omega_2 \leq 1$ 减小,则 c_2 也会随之减小,这又会使得边界向 m 方向移动。即 ω_1, ω_2 相互抑制, ω_1 能够提高 0-水平集平面高度,而驱使边界向灰度值大的方向移动; ω_2 能够降低 0-水平集平面高度,而驱使边界向相反方向移动。

与上述改进的均值方程式(6)对应的原始能量泛函为

$$F_1(C) + F_2(C) = \int_{I(C)} [\omega(x)u(x) - c_1]^2 dx + \int_{O(C)} [\omega(x)u(x) - c_2]^2 dx \tag{7}$$

在式(7)中加入正则项 $L(C)$,然后关于 ϕ 求极小值,即利用变分法求出相应的 Euler-Lagrange 方程,可得

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left\{ \mu \nabla \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \underbrace{\lambda_1 [\omega(x)u - c_1]^2}_1 + \underbrace{\lambda_2 [\omega(x)u - c_2]^2}_2 \right\} \tag{8}$$

然而,在水平集函数 ϕ 的演化过程中,方程式(8)与方程式(6)的驱动作用相反。原因如下:如果固定 $\omega_2 = 1$,并增加 ω_1 ,则 c_1 也会随之增大,设增大到 c'_1 ,则相应的 0-水平线也应从 $A((c_1 + c_2)/2)$ 移动到 $A'((c'_1 + c_2)/2)$,如图 2 所示,即介于 A 与 A' 间的点应该由分配到 $I(C)$ 改为分配到 $O(C)$ 。但是观察式(8)中的第 1,2 项,对于介于 AA' 中的点(属于 $I(C)$),由于 $\omega = \omega_1 \geq 1$ 增大, $\omega(x)u$ 也随之增大,但在第 2 项中 c_2 并未增大,并且 $\omega(x)u > c_2$,故第 2 项的改变量大于第 1 项的改变量,因此 1,2 项的合速度大于 0(原速度 ≈ 0),这驱使 AA' 中的点又分配到 $I(C)$ 。固定 ω_1 并减小 ω_2 有相同的结论。

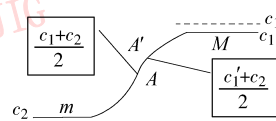
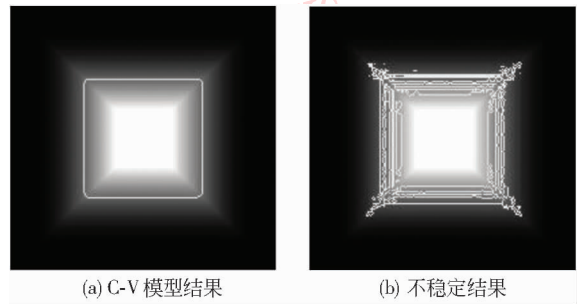


图 2 边界移动简图

Fig. 2 Curve moving sketch map

因此可知,由式(6)直接反推出其原能量泛函将使得改进的模型不稳定,图 3(b)给出了相应的实验结果。为了解决上述不相容问题,将式(8)改为如下形式:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left\{ \mu \nabla \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \lambda_1 \omega(x) [u - c_1]^2 + \lambda_2 \omega(x) [u - c_2]^2 \right\} \tag{9}$$



(a) C-V 模型结果

(b) 不稳定结果

图 3 渐进型边界图像分割

Fig. 3 Smooth boundary image segmentation

按照上面的分析方法,不难得出式(9)与式(6)在驱动 0-水平面运动上具有一致的效果。但是同时满足方程式(6)与方程式(9)的原能量泛函并不存在,故参照测地活动轮廓模型^[4],给出偏微分形式的模型对引入了移动因子的新算法加以总结:

$$\begin{cases} c_1 = \frac{\int \omega(x)u(x)H(\phi(x))dx}{\int H(\phi(x))dx} \\ c_2 = \frac{\int \omega(x)u(x)(1-H(\phi(x)))dx}{\int (1-H(\phi(x)))dx} \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left\{ \mu \nabla \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \lambda_1 \omega(x) [u - c_1]^2 + \lambda_2 \omega(x) [u - c_2]^2 \right\} \end{cases} \quad (10)$$

给定初始水平集函数及相应的参数,按照 C-V 模型的离散格式,仍然采用 AOS 算法,依次循环计算上述方程即可得到模型的解。尽管改进模型不具有原始能量泛函,但对于固定的 ω ,模型的稳定性与 C-V 模型完全一致,是 C-V 模型的推广。

2.3 因子选择依据

在上节中,权值 ω 在曲线内外部都取为常数。在实际应用中,这种选择得不到想要的结果。原因在于,尽管随着 ω_1 (ω_2) 的增加(减小),0-水平集平面的高度能够得到增加(减小),但是 0-水平线内(外)部所有点的灰度值也得到了增加(减小),并且增(减)幅大于 0-水平面,因此如此选择并不能移动 0-水平曲线。

ω 的选择应满足如下准则:能够改变曲线内外区域区域的均值,即能够改变 0-水平集平面的高度,但是又不改变目标主体部分的灰度值。这样才能使得 0-水平面与目标所在平面靠近。选择 2.1 节定义的移动因子 w 作为 ω 。一方面,随着 w_1 的增加或者 w_2 的减小,移动因子仍然能够增加或减小各区域的均值,进而能够改变 0-水平集平面的高度。另一方面,由于局部凹凸性体现在各目标的边界附近,即在各目标的主体部分 $w = 1$,因此因子通过改变少量像素点的灰度达到了调整均值的目的,即满足了上述准则的要求。并且,因子能够根据边界附近的凹凸性改变边界点的灰度,使得凹性边界灰度增大,凸性边界灰度减小,即使得边界附近点的划分更加合理。另外,由于考虑了图像的局部信息,模型能够根据图像局部实际情况做出反应,得到理想的结果。实验结果表明这种选择也是合理的。

3 实验结果分析

将改进模型应用到医学图像的分割上,并与 C-V 模型进行实验结果比较。医学图像具有低对比度与具有模糊边界的特点,因此能够更好地反映本文模型的性质。在医学图像分割中,提取特定目标是分割的主要目的,因此能否成功提取目标可以作为模型有效性的评价标准。

在实验 1 中,将模型作用于肝脏 C-T 图像上,以验证模型的有效性。如图 4 所示。C-V 模型根据区域均值确定了其 0-水平集所在高度,将处于 0-水平集上方的所有像素点归为了一类,这种结果不具有实际意义。通过增加 w_1 ,移动因子提高了改进模型 0-水平集平面的高度,将处在更高水平面的肝脏、脊柱等成功分离(图 4(d)),达到了分割的实际目的。

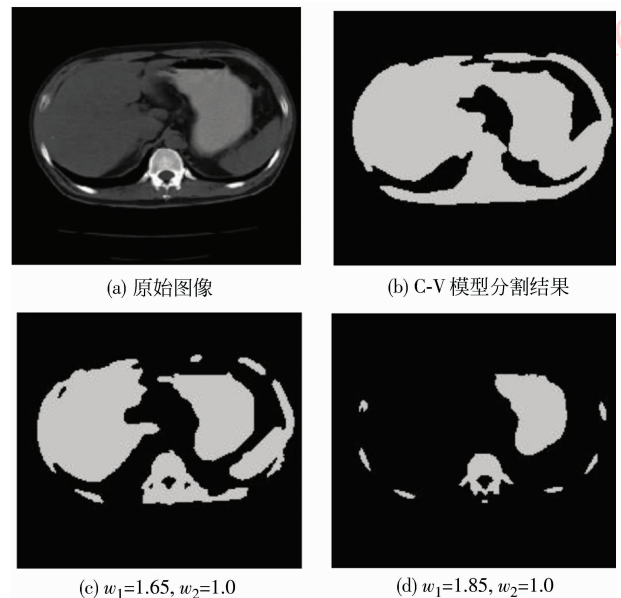


图 4 C-T 图像分割结果

Fig. 4 C-T image segmentation results

在实验 2 中,将改进模型应用到脑核磁共振图像的白质提取中。如图 5 所示,由于在核磁共振图像中,目标与背景(纯黑色)的对比度较强,因此 C-V 模型仅能提取出图像的基本轮廓线图 5(b)。为进一步提取处在高平面上的白质区域,通过增加 w_1 ,本文模型将脑白质与灰质成功分离,并且分割结果理想图 5(d)。即有监督的改进模型能够根据需要解决原 C-V 模型无法处理的目标提取问题。

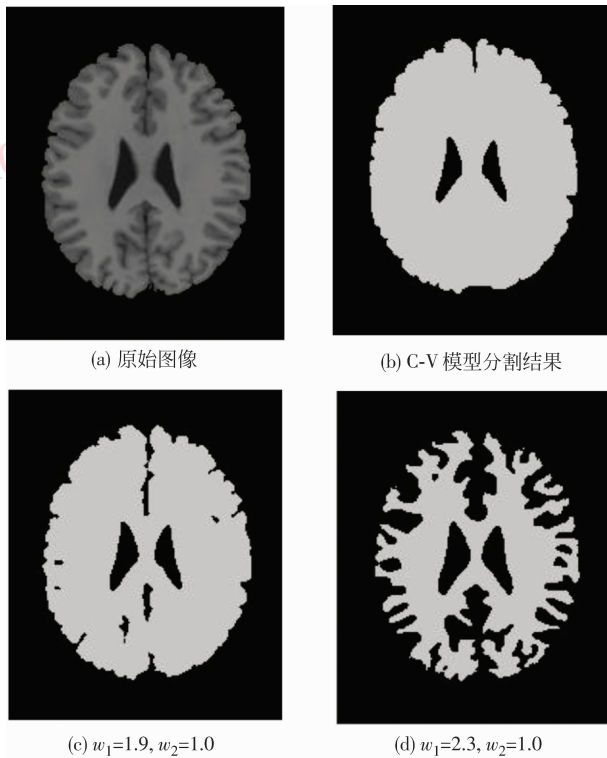


图 5 核磁共振图像分割结果
Fig.5 MR image segmentation results

4 结 论

与基于梯度信息的模型相比,C-V 模型具有很多优点。但是在具有渐进型边界的图像分割中,C-V 模型仅根据各区域的均值确定 0-水平面所在高度,而没有考虑边界附近的局部信息,分割结果不理想。本文在 C-V 模型中引入移动因子,得到了能够调整其 0-水平集平面高度的有监督的模型,解决了 C-V 模型在渐进型边界提取中存在误差的问题。改进模型具有偏微分方程形式的,不具有原始能量泛函,在文中已指出调整 0-水平线高度与具有能量泛函是矛盾的。

然而,新模型需要选择合适的参数以得到理想的分割结果,即模型为有监督的模式。我们尝试选择合适的方法来自适应地确定参数,但是还未得到满意的结果,这方面还需要进一步的研究。

参考文献 (References)

- [1] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on hamilton-jacobi formulation [J]. Journal of Computational Physics, 1988, 79(1) : 12-49.
- [2] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: active contour models [J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4) : 321-331.
- [3] Caselles V, Catta T, Coll T, et al. A geometric model for active contours in image processing [J]. Applied Numerical Mathematics, 1993, 66(1) : 1-31.
- [4] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. On geodesic active contours [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1) : 61-79.
- [5] Mumford D, Shah J. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42(6) : 577-685.
- [6] Gao S, Tien D B. Image segmentation and selective smoothing by using Mumford-Shah model [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(10) : 1537 -1549.
- [7] Chan T F, Vese L A. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2) : 266-277.
- [8] Chan T F, Sandberg B Y, Vese L A. Active contours without edges for vector-valued images [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2000, 11(2) : 130-141.
- [9] Li C, Huang R, Ding Z, Chris G, et al. A variational level set approach to segmentation and bias correction of images with intensity inhomogeneity [M]//Medical Image Computer-Assisted Intervention-MICCAI 2008. Berlin: Springer, 2008; 1083-1091.
- [10] Aubert G, Kornprobst P. Mathematical problems in image processing [M]//Partial Differential Equations and the Calculus of Variations. New York: Springer, 2002; 150-211.