

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)10-1430-06

索引信息: 雷杰, 杜歆, 朱云芳, 刘济林. 基于泰勒模型的全向图像展开[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(10): 1430-1435

# 基于泰勒模型的全向图像展开

雷杰<sup>1)</sup>, 杜歆<sup>1)</sup>, 朱云芳<sup>2)</sup>, 刘济林<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(浙江大学信息与通信工程研究所, 杭州 310027) <sup>2)</sup>(浙江工商大学信息与计算机学院, 杭州 310035)

**摘要:** 由于具有快速的宽视角成像特性, 全向相机引起了计算机视觉界越来越多的关注。但是严重失真的图像也使得后期的处理复杂化, 不便于经典的透视相机算法的应用。本文在泰勒成像模型下, 推导了柱面全景图的重投影展开过程, 同时进一步提出了一种新的  $N$  面透视全景图的展开方法。这种重投影展开不依赖于精确的全向相机模型参数。两种展开全景图像中每个像素都与 3 维空间中的一条光线对应, 方便了普通相机的外极线校正和 3 维重建算法的应用。模拟数据和真实图像的实验都表明该算法的有效性。

**关键词:** 全向图像重投影展开; 圆柱全景图;  $N$  面透视全景图

## Omni-directional image unwarping based on Taylor model

LEI Jie<sup>1)</sup>, DU Xin<sup>1)</sup>, ZHU Yunfang<sup>2)</sup>, LIU Jilin<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(Institute of Information and Communication Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

<sup>2)</sup>(College of Computer and Information Engineering, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310035)

**Abstract:** Omni-directional camera has attracted more attentions in computer vision community due to its quick wide-angle imaging. But the great distortion makes the post-processing complex, which limits the algorithm applications of classical perspective camera. This paper deduces an unwarping algorithm from arbitrary ring omni-directional image to cylinder panorama based on the Taylor model of omni-directional imaging system. And we also present an unwarping method to produce a novel kind of panorama which is composed of  $N$  perspective planer images. Both two reprojection unwarpings do not depend on a particular model or accurate parameters of omni-directional system. In the unwarping panoramas, each pixel is assigned with a light ray in the 3D space, which makes the applications of stereo rectification and 3D reconstruction simple. Finally, the experimental results with the simulations and real data illustrate the validity of the proposed method.

**Keywords:** omni-directional image unwarping; cylinder panorama;  $N$ -profiles panorama

## 0 引言

近年来, 全景相机被应用到越来越多的领域中, 如机器人导航, 视频监控等。早期的全景图像主要通过多摄像机<sup>[1]</sup>或单相机旋转拼接获取<sup>[2-4]</sup>。但上述方法都需要普通透视图像之间的校正与配准, 不

适合实时成像应用。与之相比, 折反射全景传感器能一次性获得 360° 环境信息, 是视觉应用的理想传感器。折反射全景相机一般可由普通相机和二次镜面组成, 如图 1 所示, 两者之间需要合适对齐放置以满足单视点约束<sup>[5]</sup>, 使得由焦点  $F_1$  经过镜面反射的光线都能在位于焦点  $F_2$  的相机中成像。由于二次镜面的旋转对称性, 四周环境被“压缩”成像于普通

基金项目: 国家自然科学基金项目(60502006, 60534070); 国家重大计划(90820306); 浙江省科技计划项目(2007C21007)。

收稿日期: 2009-01-07; 改回日期: 2009-07-07

第一作者简介: 雷杰(1985—), 男, 浙江大学通信与信息系统博士研究生。主要研究方向为全向计算机视觉, 3 维重建等。

E-mail: leijie@zju.edu.cn。

相机的一个环状区域。这种图像不符合人对环境的感知与理解,给许多经典视觉算法的应用带来不便。一般需要重投影展开以便进一步处理。目前对全向图像的展开主要基于两种思路:一是基于极坐标系和笛卡儿坐标系之间的直接变换<sup>[6-8]</sup>。该方法在极坐标系下分析环形图像,重投影展开的柱面全景图则用笛卡儿坐标系表示,环形图像中的方位角映射为柱面全景图的水平轴,径向距离则映射为垂直轴。这种变换只是简单的平面展开,没有借助相机的成像模型,忽略了图像和 3 维空间的映射关系。二是基于精确成像参数的重投影展开<sup>[9-13]</sup>。这类方法在展开前,必须对全向相机进行成像建模和相机参数的标定,在满足单视点约束前提下,图像中的点能够精确找到 3 维世界中的对应光线,确定的物像关系使得基于柱面全景图的重建成为可能。这种解析展开方式依赖于相机模型,使得它对参数变化非常敏感,当镜面与相机之间存在比较大的对齐误差时,该方法就会失效。此外,在很多情况下,全向系统的精确模型是很难获得的。

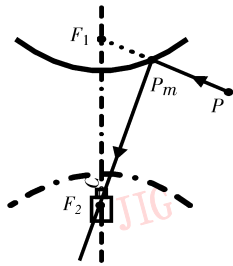


图 1 折反射全景相机

Fig. 1 Catadioptric omni-directional camera

针对上述问题,用泰勒模型<sup>[14]</sup>对全向成像系统进行建模。泰勒级数的系数表示了从 3 维世界到图像平面的映射关系。推导了从环形全向图像到圆柱全景图的映射关系,并且进一步提出了一种新的  $N$  面体透视全景图的展开方法,展开后的  $N$  面体的每个侧面上的图像都可以看成是由一个虚拟透视相机产生。全景图像中每个像素都与 3 维空间中的一条光线对应,从而使传统的透视相机算法在重投影展开的全景图上得以适用。最后的模拟数据和真实图像的实验结果证明了本文方法对任意环形全向图像的有效性。

### 1 泰勒模型

在泰勒模型下,所有的成像模型用一个泰勒级

数来表示<sup>[14]</sup>。如图 2(a),曲面为由泰勒级数表示虚拟镜面,参考坐标系原点  $O_m$ 。假设 3 维空间中的点  $P_w = [X_w, Y_w, Z_w]$  在虚拟镜面上投影为  $P_m = [X_m, Y_m, Z_m]$ ,对应图像平面的点为  $p_i = [u_i, v_i]$ ,传感器平面点为  $p_s = [u_s, v_s]$ ,成像过程为

$$RP_w + T = M[P_w \ 1]^T = \lambda \cdot \overline{O_m P_m} = \lambda \cdot g(p_s) = \lambda \cdot g(Ap_i + t) \tag{1}$$

$$g(p_s) = \begin{pmatrix} u_s & v_s & f(\rho_s) \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} u_s & v_s & a_N \rho_s^N + a_{N-1} \rho_s^{N-1} + \dots + a_1 \rho_s + a_0 \end{pmatrix}^T \tag{2}$$

式中,  $M = [R \ T]$  是投影矩阵;  $A$  和  $t$  是传感器平面  $O_s$  和图像平面  $O_i$  之间的仿射变换,如图 2(b) 所示;函数  $g(\cdot)$  表示了从点  $p_s$  到向量  $\overline{O_m P_m}$  的映射,  $\rho_s = \sqrt{u_s^2 + v_s^2}$  是点的径向距离。将式(2)代入式(1),求解了一个四步线性最小二乘问题后,可以得到内参  $a_N, a_{N-1}, \dots, a_1, a_0$  和外参  $M = [R \ T]$ 。这种基于泰勒级数的标定方法避开了精确求解相机模型的问题,得到的反射模型是一个虚拟的镜面。

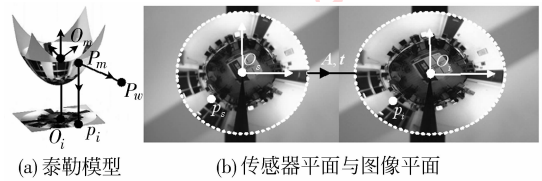


图 2 泰勒模型和全向相机的标定  
Fig. 2 Taylor model and omnidirectional camera calibration

### 2 圆柱全景图

基于泰勒成像模型,将环形图像投影到圆柱面上,一次性产生柱面全景图。图 3 给出了该投影过程。假设所要投影的圆柱面与虚拟镜面的对称轴重合,镜面的焦点为投影坐标系原点,圆柱的半径为  $R$ ,它与折反射镜面的最大仰角处到对称轴的距离有关。圆柱的周长为  $2\pi R$ ,高度为

$$H = R(\tan \theta_1 + \tan \theta_2) \tag{3}$$

式中,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  为最大仰角和最大俯角。

由于镜面和圆柱面的旋转对称性,图 3(a) 表示了某个垂直截面上 2 维投影。对于圆柱面上高度  $h$  和旋转角  $\varphi$  的点  $A(h, \varphi)$ ,连接原点  $O_m$  和  $A(h, \varphi)$  的直线方程为

$$f(\rho) = h\rho/R \tag{4}$$

式(4)与联立等式(2)联立求解可得两个比例因子, 由于交点  $\rho_0$  位于原点与  $A(h, \varphi)$  之间, 所以非负值满足要求。将这个截面上的交点  $\rho_0$  投影到图像上:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \rho_0 \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中,  $u$  和  $v$  为点  $A(h, \varphi)$  在环形全向图像的反投影点,  $c_x, c_y$  为投影中心在图像平面的坐标。图 3(b) 则表示了水平横截面上的几何投影关系。

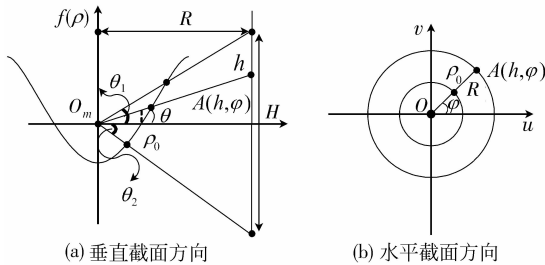


图 3 环形折反射与圆柱面全景图间的投影关系  
Fig. 3 Geometry projection from ring omni-directional image to cylinder panorama

### 3 N 面透视全景图

前述的圆柱全景图虽然也能够全部包含  $360^\circ$  的环境信息, 但是投影在非线性的圆柱面上, 使得处理复杂化。这里提出了一种新的环形全景图像,  $N$  面体透视全景图。这种变换将环形像径向  $N$  等分投影到  $N$  面体的每个侧面上, 生成的全景图等效于  $N$  个光心重合且无公共视场的透视相机组产生的图像连接。如图 4(c) 所示,  $\theta_0 = 2\pi/N$  为相邻两个相机光轴的夹角。假设投影半径  $R$ , 它与折反射镜面的最大仰角处距离对称轴的距离有关, 实际上  $R$  相当于理想针孔相机的焦距, 所以  $N$  面体全景图像的尺寸为

$$H = R(\tan\theta_1 + \tan\theta_2) \quad (6)$$

$$W = N \times L_0 \quad L_0 = 2 \cdot R \cdot \tan\theta_0$$

$\theta_1$  和  $\theta_2$  的定义与圆柱全景图相同。图 4(a) 给出了从环形像到  $N$  面体全景图的几何映射关系。对于第  $i$  个侧面上旋转角  $\omega$  和高度  $h$  的点  $P(\omega, h)$ , 连接原点  $O_m$  和  $P(\omega, h)$  的直线:

$$f(\rho) = \rho h \cos \omega / R \quad (7)$$

与式(2)的镜面表达式联立可以求出镜面上的投影点  $P_0(\rho_0, f(\rho_0))$ , 对应于在环形全向图像上的点  $u$  和  $v$  为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \rho_0 \begin{bmatrix} \cos(\theta_0 \cdot (i-1) + \omega) \\ \sin(\theta_0 \cdot (i-1) + \omega) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

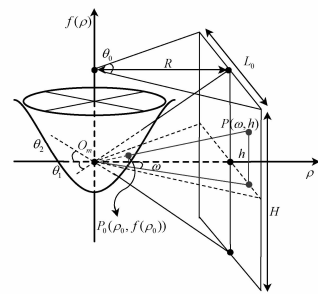
式中,  $\theta_0 \cdot (i-1) + \omega$  为第  $i$  个侧面上点  $P(\omega, h)$  在环形图像上的方位角,  $c_x, c_y$  为投影中心在图像平面的坐标,  $P(\omega, h)$  的灰度通过插值方法得到。

由于  $0 \leq \omega \leq \theta_0/2$ , 且  $\theta_0 = 2\pi/N$ , 当透视图像侧面数  $N$  增大时, 有:

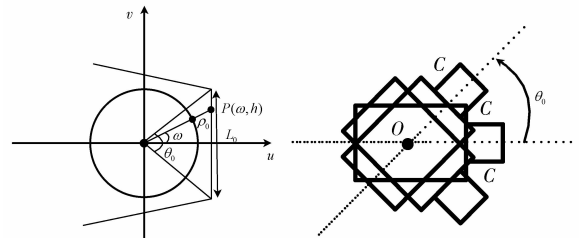
$$\lim_{N \rightarrow \infty} \theta_0 = 0 \Rightarrow \lim_{N \rightarrow \infty} \omega = 0 \Rightarrow$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} f(\rho) = \lim_{N \rightarrow \infty} \rho h \cos \omega / R = \rho h / R \quad (9)$$

这与式(4)相同, 也就是说, 当透视投影面数无限增大时,  $N$  面透视全景图与圆柱全景图具有相同的投影形式。当  $N = 1, 2$  时, 由于单个平面不能完全包含  $360^\circ$  的图像信息, 所以投影侧面数必须满足  $3 \leq N < \infty$ 。



(a) 第  $i$  个侧面成像图



(b) 水平方向上的关系

(c) 等效的普通相机网

图 4 环形折反射与  $N$  面透视全景图之间的投影关系  
Fig. 4 Geometry projection from ring omni-directional image to  $N$ -profiles panorama

值得注意的是, 对于每个柱面上的点, 重投影展开理论上都需要按照前述推导求解环形图像上的对应像素, 也是就求解式(4)或式(7)表示的直线与式(2)表示的虚拟镜面的交点, 这个过程一般都需要数值计算方法, 多次重复计算对实时应用带来很大的运算量。对于圆柱面全景图来说, 每一列对应的直线个数与展开图的总行数相关, 都是固定的。所以只计算其中一列中的直线与镜面相交, 将结果作为一个查找表, 其他列的交点计算直接按照行  $H$  来

检索这个查找表。假设圆柱全景图有  $M$  列, 则用查找表计算所需时间为原来的  $1/M$ 。对于  $N$  面透视全景图, 由于每个侧面的计算相同, 只将一个面的计算结果作为查找表中, 不同的是, 它为一个 2 维的查找表, 分别为展开图的行数  $H$  和相对中线的偏移角  $\omega$ 。

对于由多相机获得的图像, 需要图像之间的配准融合以得到全景图。而  $N$  面透视全景图只对环形图像进行几何处理即可达到目的。

### 4 实验结果及应用

为验证本文算法的有效性, 分别在模拟数据和真实图像上进行了实验测试, 并在展开的全景图上进行了立体校正和 3 维重建验证算法的有效性。

#### 4.1 模拟数据

假设由抛物镜面和正交相机组成的折反射全向

系统, 镜面表达式和相机内参分别为

$$z = \frac{x^2 + y^2}{4 \times 0.015} - 0.015$$

$$K = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 320 \\ 0 & 100 & 240 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

所产生图像尺寸为  $640 \times 480$ 。利用文献[14]的标定方法对系统进行标定得到泰勒模型参数为  $f(\rho) = 0.0167\rho^2 - 14.9986$ 。

此外, 模拟生成分布在圆柱面上的 3 维点云, 它在模拟折反射系统下对应的图像如图 5(a) 所示。根据前文所述, 假设虚拟镜面的焦点与全景图的投影中心重合, 在泰勒模型下, 分别将图 5(a) 的环形图像展开到圆柱面上, 图 5(b)。以  $N=4$  为例展开到图 5(c) 所示的四面体的每个侧面上, 对应点也在图中标出, 圆柱和四方体中的曲面表示泰勒模型对应的虚拟镜面。

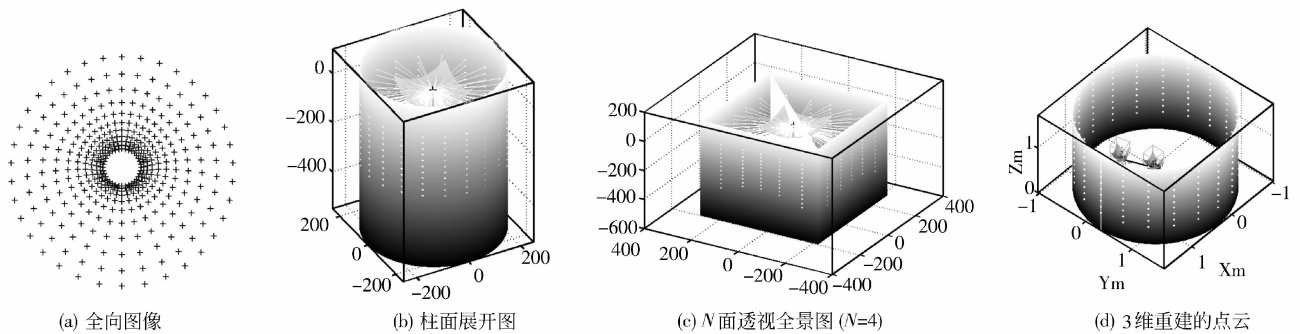


图 5 环形全向图的重投影展开

Fig. 5 Reprojection unwarping of omnidirectional image

对于全景展开图, 可以利用普通相机的一些算法求解相关的对应问题。不失一般性, 以柱面全景图为例, 假设有同一场景的两个柱面全景图, 展开半径为  $R$ , 其中一帧图像中的点  $p_1 = [\varphi_1, h_1]$ , 在镜面坐标系中的 3 维坐标为  $q_1 = [R \cos \varphi_1, R \sin \varphi_1, h_1]$ , 另一帧中的对应点  $p_2 = [\varphi_2, h_2]$ , 3 维坐标  $q_2 = [R \cos \varphi_2, R \sin \varphi_2, h_2]$ , 根据普通相机的对极几何关系<sup>[15]</sup>有:

$$q_1 \cdot E = q_2^T = q_1 \cdot [t]_{\times} R \cdot q_2^T = 0 \quad (11)$$

式中,  $t$  和  $R$  为两幅柱面全景之间的相对旋转和平移。利用归一化 8 点算法<sup>[15]</sup>求解  $t$  和  $R$  之后, 即可重建出对应与  $q_1$  和  $q_2$  的 3 维空间点, 如图 5(d) 所示, 圆柱面内的两个曲面表示不同位置的全向相机, 它们之间的连线为相机运动方向。

#### 4.2 真实图像

真实图像由 SONY RPU-C251 全向相机产生, 分辨率  $640 \times 480$ , 如图 6(a) 所示, 泰勒模型参数为  $f(\rho) = 0.0032\rho^2 - 105.3535$ 。圆柱面展开图和  $N=4$  的透视全景图分别为图 6(b) 和图 6(c)。直线在折反射图像中的投影为二次曲线<sup>[16]</sup>, 如图 6(a) 中的  $q_1$  和  $q_2$  所表示的两条边缘线。由于直线与镜面原点组成的平面与柱面相交于一个平面, 对于两种展开的柱面全景图, 交线的具体形状是椭圆和四边形, 以镜面焦点为参考坐标系原点, 椭圆和四边形分别展开为正弦曲线和 4 条直线组成的不连续折线, 如图 6(b) 中的部分正弦曲线  $c_1, c_2$  和图 6(c) 中的直线  $l_1, l_2$  所示, 其中  $q_i$  分别与  $c_i, l_i$  对应,  $i=1, 2$ 。

在展开的两种全景图上图 6(b) 和图 6(c), 以

外极线校正来检验本文方法的可行性。实验中,全向相机沿主轴方向垂直上下运动,其中一帧如图 6(a)所示。理论上,这种立体配置对应的外极线关系为通过投影中心的直线簇<sup>[17]</sup>,在展开的全景图上则为与列重合的垂直直线。但是由于一些噪声或抖动,这种垂直上下运动产生的两帧图像并不完全有公共的对称轴,如图 7 的第 1 和第 3 行图像所示,相机运动对应的外极线为互相不平行的直线。

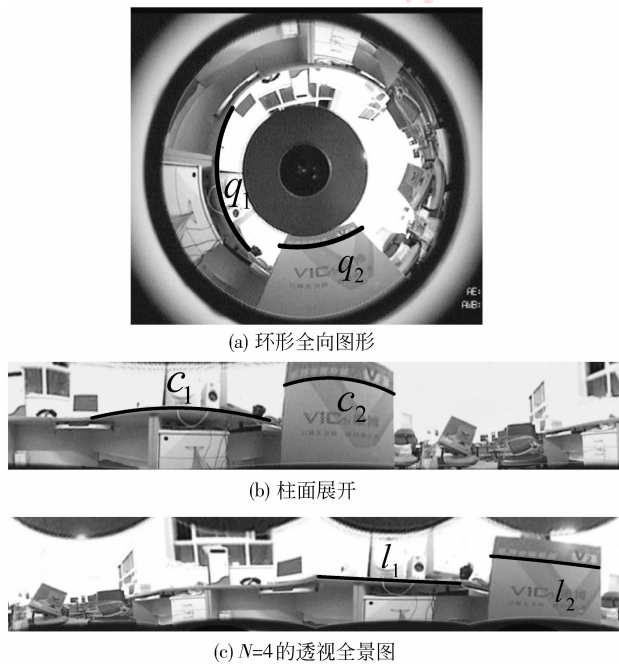


图 6 环形全向图的展开

Fig. 6 Reprojection unwarping of omni-directional image

为了方便立体视觉计算,在展开的图像上需要进行外极线校正,使极线与全景图的列重合。实验中,首先寻找两幅图中的对应特征点,计算展开的全景立体图对之间的基本矩阵,然后采用普通透视图像的方法<sup>[18]</sup>,求解两个变换使得全景图的极点位于无穷远处。校正结果为图 7 的第 2 和第 4 行,经过校正后的图像对之间,对应点位于与列平行的垂直极线上,与普通图像相似,可以在校正后的图像上进行相关立体视觉计算。

上述实验中,普通相机的经典算法可以直接应用在所展开的全景图像上,避免了环形全景图的非线性极线校正和立体匹配,降低计算成本,无论模拟数据还是真实图像都验证了文中所提方法的有效性。

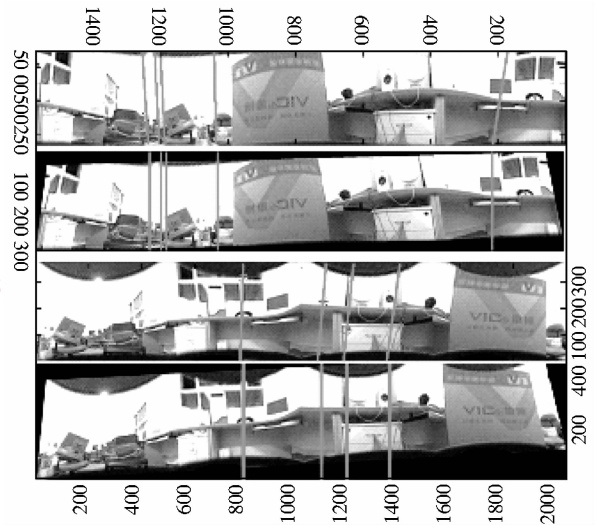


图 7 基于展开全景图的外极线校正

Fig. 7 Stereo rectification for unwarped panorama

## 5 结论

基于全向成像的泰勒模型,推导了圆柱面全景图和  $N$  面透视全景图的展开过程。它不需要具体的镜面模型和相机内参,只依赖于标定产生的泰勒级数,适用于所有环形全向图像。柱面展开后,在方便人理解的同时,也能利用普通图像的算法来解决对应的全景视觉问题,减少了针对全向视觉开发新算法的成本。计算成本只由重投影展开过程来承担。实际中,采用了查找表减少了多次重复求解直线和虚拟镜面相交的耗时。实验中,分别用模拟数据和真实图像数据,以 3 维重建和柱面全景立体图之间的外极线校正为应用实例,验证了本文方法的有效性。

## 参考文献 (References)

- [1] Swaminathan R, Nayar S K. Nonmetric calibration of wide-angle lenses and polycameras [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(10): 1172-1178.
- [2] Kang S B, Szeliski R. 3-D scene data recovery using omnidirectional multibaseline stereo [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 25(2): 167-183.
- [3] Shum H Y, He L W. Rendering with concentric mosaics [C]// Proceedings of SIGGRAPH. Los Angeles, USA: ACM Press, 1999: 299-306.

- [ 4 ] Benosman R, Kang S B. Panoramic Vision: Sensors, Theory and Applications[M]. New York: Springer-Verlag, 2001.
- [ 5 ] Baker S, Nayar S K. A theory of single-viewpoint catadioptric image formation[J]. International Journal of Computer Vision, 1999, 35(2): 175-196.
- [ 6 ] Argyros A A, Tsakiris D P, Groyer C. Biomimetic centering behavior: Mobile robots with panoramic sensors[J]. In IEEE Robotics and Automation Magazine, Special Issue on Panoramic Robotics, 2004, 11(4): 21-30.
- [ 7 ] Menegatti E, Maeda T, Ishiguro H. Image-based memory for robot navigation using properties of omni-directional images[J]. In Robotics and Autonomous Systems, 2004, 47(4): 251-267.
- [ 8 ] Spacek L. Coaxial omni-directional stereopsis[C] // Proceedings of European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2004, 4: 354-365.
- [ 9 ] Venkata N P, Nayar S K. Generation of perspective and panoramic video from omni-directional video[C] // Proceedings of Image Understanding Workshop, 1997: 243-245.
- [ 10 ] Onoe Y, Yokoya N, Yamazawa K, et al. Visual surveillance and monitoring system using an omnidirectional video camera[C] // Proceedings of the 14th International Conference on Pattern Recognition. Washington, DC, USA: IEEE, 1998, 1(1): 588.
- [ 11 ] Jeng S W, Tsai W H. Precise image unwarping of omni-directional cameras with hyperbolic-shaped mirrors [J]. Proceedings of 16th IPPR Conference on Computer Vision, Graphics Image Process. 2003, 17(19): 414-422.
- [ 12 ] Ehlgen T, Thom M, Glaser M. Omni-directional cameras as backing-up aid[C] // Proceedings of IEEE Workshop on Omni-directional Vision. New York, NY, USA: IEEE 2007, pp: 1-5.
- [ 13 ] Jeng S W, Tsai W H. Analytic image unwarping by a systematic calibration method for omni-directional cameras with hyperbolic-shaped mirrors [J]. Image and Vision Computing, 2008, 26(5): 690-701.
- [ 14 ] Scaramuzza D, Martinelli A, Siegwart R. A toolbox for easy calibrating omni-directional cameras[C] // Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. New York, NY, USA: IEEE, 2006: 5695-5701.
- [ 15 ] Hartley R, Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [ 16 ] Geyer C, Daniilidis K. Catadioptric projective geometry [J]. International Journal of Computer Vision, 2001, 45(3): 223-243.
- [ 17 ] Lin S S, Bajcsy R. High resolution catadioptric omni-directional stereo sensor for robot Vision [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. New York, NY, USA: IEEE, 2003, 2: 1694-1699.
- [ 18 ] Ma Y, Soatto S, Kosecka J, et al. An Invitation to 3-D Vision: From Images to Geometric Models[M]. New York: Springer-Verlag, 2003.