

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)04-0554-05

论文索引信息: 马亚奇, 李忠科, 王先泽. 基于测地路径的牙齿模型交互分割算法研究 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(4): 554-558

# 基于测地路径的牙齿模型交互分割算法研究

马亚奇, 李忠科, 王先泽

(第二炮兵工程学院 401 教研室, 西安 710025)

**摘要:** 从 3 维牙颌模型中精确地分离出单颗牙齿是计算机辅助正畸治疗的重要步骤。由于牙齿有不同的形状并且不同个体之间有很大差异, 其自动分离比较困难。为此, 提出一种交互分割单颗牙齿的方法: 首先, 在牙颌模型上交互选定特征点, 然后计算特征点间近似测地路径, 待测地路径封闭后, 利用区域生长方法从整个牙颌模型上精确分离出单颗牙齿。实验结果显示, 该算法执行速度快, 用户交互量少, 且分割得到的牙齿边界线平滑, 较好地满足口腔正畸的临床要求。

**关键词:** 测地路径; 牙齿分割; 区域生长; 三角网格

## Research on interactive algorithm of teeth segmentation based on geodesic path

Ma Yaqi, Li Zhongke, Wang Xianze

(The Second Artillery Engineering College 401 Staff Room, Xi'an 710025 China)

**Abstract:** Separation individual tooth from three-dimensional dental model is an important step in computer aided orthodontics treatment. Because of different shapes of every tooth and huge difference among different people, it is difficult to partition individual tooth automatically. Therefore, this paper presents an interactive segmentation algorithm, whose process is firstly picking up feature points on triangle mesh of dental model interactively, then approximating the geodesic path between feature points and finally partitioning individual tooth from dental model by region grow algorithm once the geodesic path is closed. The experiment indicates that our algorithm runs fast and needs little interactive operation, while the border of the segmented tooth is smooth and meets the clinical requirement of orthodontics.

**Keywords:** geodesic path; teeth segmentation; region grow; triangle mesh

## 0 引言

近年来, 随着精密测量技术、计算机图形图像处理技术以及快速原型制造技术的不断进步, 各种计算机辅助诊断与治疗技术广泛地应用于口腔正畸, 出现了一些比较成功的临床应用, 如自动专家诊断系统<sup>[1]</sup>和牙齿 CAD/CAM<sup>[2]</sup>系统, 以及比较著名的

商业系统 Invisalign<sup>[3]</sup>。在这些系统中, 为了测量牙齿特征参数, 模拟牙齿的移动以及重新排列牙齿, 都需要预先从整个牙颌 3 维网格模型中分离出单颗牙齿。

在计算机图形学领域, 有许多三角网格自动分割算法<sup>[4-7]</sup>, 直接使用它们来处理牙齿分割很难得到理想效果, 主要是因为这些算法都依赖模型离散微分几何量的指导, 如离散高斯曲率, 离散平均曲

收稿日期: 2009-11-05; 修回日期: 2010-01-09

基金项目: 国家科技支撑计划项目(2009BAI81B00)。

第一作者简介: 马亚奇(1982—), 男, 计算机科学与技术专业博士研究生, 主要研究方向为 3 维网格模型分割、3 维模型检索、基于三角网格的几何建模。E-mail: mayaqi\_1982@163.com。

率。由于牙齿模型形态的复杂性,其微分几何量分布复杂且无规律(图 1 所示),通过曲率来实现牙齿自动分割很难。近年来,也有学者研究了专门针对牙齿三角网格模型的分割算法:Toshiaki 等人<sup>[8]</sup>介绍了一种自动分割牙齿的方法,该方法使用两副灰度图像:投影图和全景图,通过这两幅图寻找牙齿之间的缝隙,在缝隙处使用平面来分割模型,在某些排列不整齐的牙颌模型上会得到很不理想的分割结果。文献[9]介绍了一种交互分割方法,但用户交互较多,操作不便。

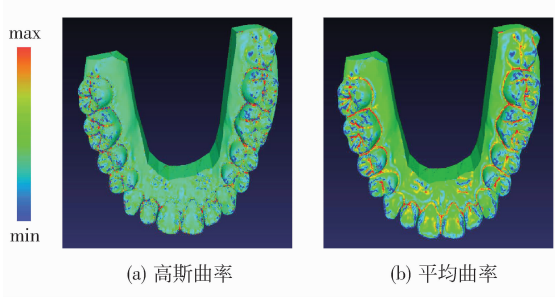


图 1 离散曲率可视化

Fig. 1 Visualization of discrete curvature

## 1 算法总体描述

要实现牙齿完全自动分割是一件比较困难的事情,因为牙齿形态各异,并且不同人的牙齿排列也有很大差异,因此使用用户提供的交互信息是一种效果不错的折中选择。提出一种基于三角网格测地路径的牙齿交互分割方法,对输入的牙颌三角网格模型,用户在牙龈边缘交互选择特征点,算法计算特征点对间的近似测地路径,待测地路径封闭后,根据网格的拓扑结构,采用区域生长的方法分离出单颗牙齿,其流程如图 2 所示。该算法具有用户交互量少,执行速度快,且分割得到的牙齿边界线平滑等优点,较好地满足计算机辅助口腔正畸的临床要求。

## 2 算法详细描述

### 2.1 特征点拾取

拾取操作在 3 维交互性程序中具有基础地位,是对屏幕中对象进行定位,并确定所选物体的操作。特征点拾取其基本原理是求通过鼠标位置点的观察线与网格模型的交点中离观察者最近的点,即表面

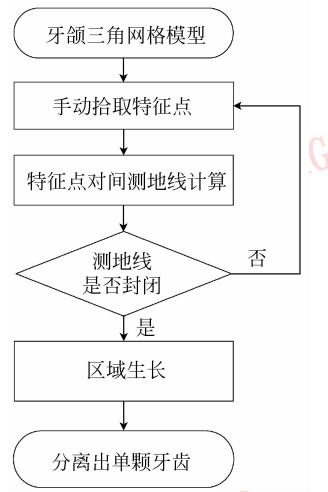


图 2 算法流程图

Fig. 2 Flow diagram of the proposed algorithm

点拾取操作实际上是求交计算操作。不失一般性,本文所考虑的模型为三角网格模型(多边形模型可通过平面三角剖分转化为三角网格模型),其拾取过程为射线与三角形求交运算。起点为  $O$  单位方向向量为  $D$  的射线  $R(t)$  参数方程为

$$R(t) = O + tD$$

3 个顶点分别为  $V_0, V_1, V_2$  的三角形,其内部点  $p(u, v)$  的坐标为

$$p(u, v) = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2$$

计算射线  $R(t)$  与三角形的交点等价于求解下述方程

$$O + tD = (1 - u - v)V_0 + uV_1 + vV_2$$

定义  $E_1 = V_1 - V_0, E_2 = V_2 - V_0, T = O - V_0$ , 根据 Cramer 法则,交点坐标为

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{|-D, E_1, E_2|} \begin{bmatrix} |T, E_1, E_2| \\ |-D, T, E_2| \\ |-D, E_1, T| \end{bmatrix}$$

距交点坐标最近的三角形顶点为拾取的特征点。

### 2.2 特征点对间测地路径求解

三角网格模型上两点间测地线是平面直线概念的推广,其本质是曲面上任意两点之间的最短路径,是计算几何中一个基础性问题。已有算法按精度分为两类:一是精确计算方法,另一类是近似计算方法。精确算法需要耗费较高的运算时间和运算空间,如文献[10]提出的算法时间复杂度为  $O(n^2 \log_2 n)$ ,空间复杂度为  $O(n^2)$ , Kapoor<sup>[11]</sup> 算法时间复杂度为  $n \log_2^2 n$ ,而近似算法在牺牲一定的计算精度条件下,

能够快速得到三角网格表面测地线的近似值,因而在计算机视觉、机器人导航、地理信息系统、网格模型分割、3 维模型型等方面有着广泛应用。

通常求解近似测地路径算法<sup>[12-14]</sup>是利用边细分技术,即先通过对模型进行细分,然后构造细分后的带权图,再利用带权图两点间的最短路径算法进行求解。各种算法的差别主要在于带权图上最短路径算法、细分方法和带权图的构造过程不同。由于三角网格模型本身就是一个带权图,其中三角片的顶点就是图的顶点,三角片的边就是图中的边,其权值就是三角片的边长。网格模型上两顶点间最短路径的求取本质上可以通过图的最短路径算

法求解。

在比较分析了现有的近似测地线算法基础上,考虑到三角网格模型的三角面片数据量庞大,本文采用文献[12]介绍的迭代细分近似测地线算法,该算法改进了文献[13-14]中原始网格上的顶点为陷阱点的算法,加快迭代收敛速度。其基本步骤分为两步:1)初始路径求解,根据原始三角网格形成初始带权图,采用 Dijkstra 算法求取特征点对间的初始最短路径(图 3 蓝线所示);2)利用邻域扩展方法生成细分顶点,细分迭代获取近似测地线(图 3 绿线所示)。图 4 为网格模型上采用 3 种不同测地线算法的计算结果。

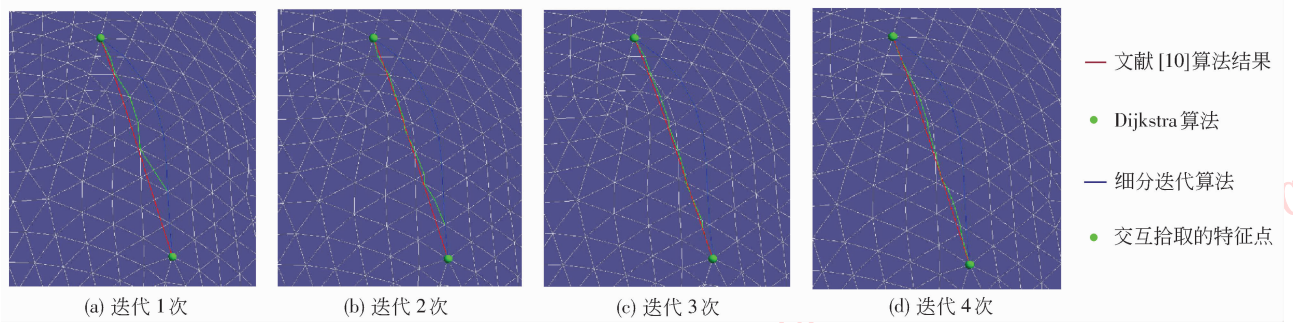


图 3 迭代细分算法

Fig. 3 Iterative subdivision algorithm

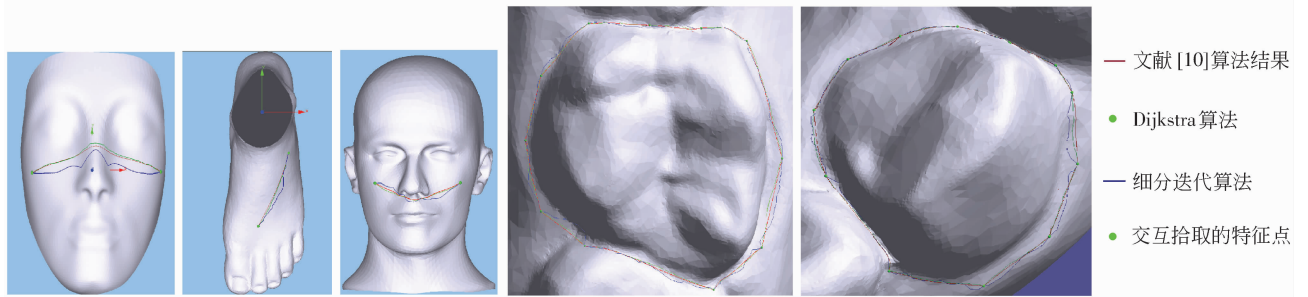


图 4 三角网格模型上测地线

Fig. 4 Geodesic path on triangle mesh models

### 2.3 区域生长

三角网格模型是由 3 维空间中的顶点和边连接而成的片线性曲面,其中每边最多包含在两个三角形中(非流形的三角网格除外)。三角网格的典型描述为三角网格  $M = (V, K)$ , 其中  $V = (v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N)$  ( $v_i \in R^3, N$  为模型顶点数) 表示网格形状,由点集在 3 维空间中的几何位置定义;  $K$  是一种单纯复形,表达点、边、面的一种连接关系,

决定了网格的拓扑类型。任意点  $v_i$  的 1 邻域集合,由与  $v_i$  边连接的  $m$  个顶点组成,如图 5 所示,记为  $nhd^1(v_i) = (v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_m) = \{v_j | \exists edge(v_i, v_j)\}$  点  $v_i$  的  $n$  环邻域集合可由一环邻域嵌套定义得出

$$nhd(v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_k) = \bigcup_{i=1}^k nhd(v_i)$$

$$nhd^n(v_i) = nhd^1(nhd^{n-1}(v_i)) \quad n > 1$$

测地路径封闭后,利用三角网格的拓扑邻域关系,采

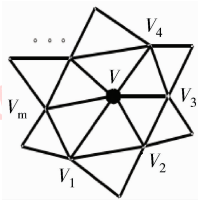


图 5 点的邻域

Fig. 5 Neighborhoods of vertex

用区域生长算法获取测地线所包围的三角面片。如图 6 所示,黑色方块所形成的封闭线为交互选择控制点所生成的牙齿边界线,黄色原点所标示的三角面片为边界顶点一环邻域与边界点所形成的三角形,绿色点所标示的三角形为二环邻域点所组成的三角形。其原理可假想为火势以相同的燃烧速度沿封闭边界线向内燃烧直至熄灭,火所烧面积即为分离牙齿的表面数据,牙齿分割区域生长过程如图 7 所示。

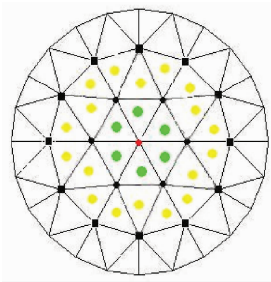


图 6 区域生长算法原理图

Fig. 6 The principle diagram of region growing

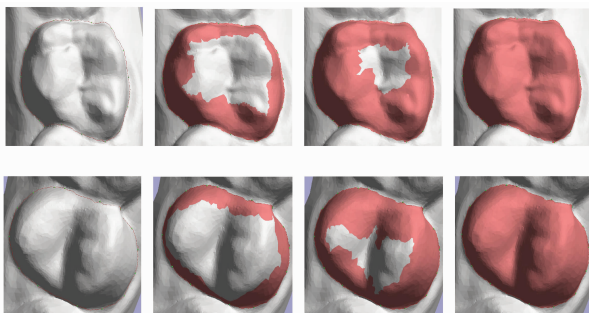


图 7 区域生长分离单颗牙齿

Fig. 7 Partition individual tooth through region growing

### 3 算法实验及分析

为验证本文牙齿分割算法的健壮性和有效性,

利用自行研制的 3 维激光扫描仪<sup>[15]</sup>采集多副牙齿模型进行测试,包括排列整齐的模型(图 8(a)(b)),排列拥挤的模型(图 8(c))以及牙齿有缺失的模型(图 8(d))。实验结果表明,对于以上几种情况,本文算法都可以得到比较满意的结果。相对于文献[8]介绍的自动分割算法,本文算法可以快速准确分割严重错颌畸形的牙齿模型,而相对于文献[9]的交互分割算法,本文算法仅需要较少的用户交互操作就可完成牙齿的分割,且分割后的牙齿边缘光滑,较好地满足计算机辅助口腔正畸的要求。

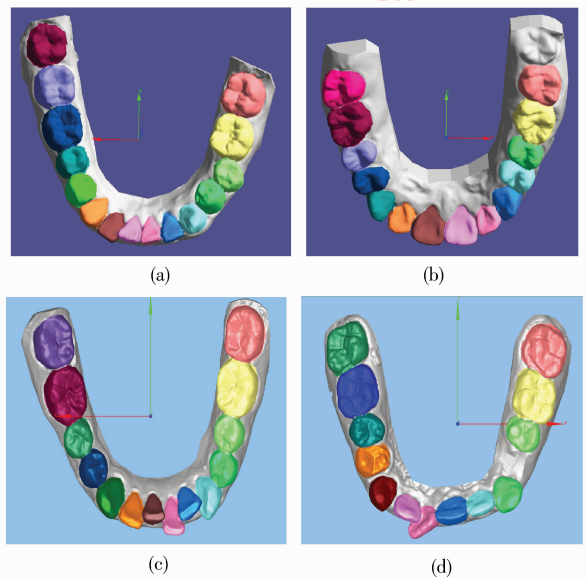


图 8 本文算法实验结果

Fig. 8 The experiment outcome of the proposed algorithm

### 4 结 论

介绍的牙齿分割算法可以分割严重错颌畸形的牙齿,适用于计算机辅助口腔正畸系统。该算法具有以下优点:1)运行速度快,每次迭代求解所用的 Dijkstra 算法的时间复杂度为  $O(n \log_2 n)$  ( $n$  为相应图中边的个数),区域生长算法的时间复杂性为  $O(N)$  ( $N$  为三角网格模型顶点个数);2)用户交互操作少,为分离一次牙齿,用户只需在牙齿边缘交互选择几个特征点,算法会自动生成通过特征点的封闭测地线;3)该算法分割后的牙齿边界光滑顺直,且可通过控制迭代细分次数来控制边界光滑度,较好地满足了口腔正畸学的要求(准确、高效、光滑)。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] Lanrendeau D, Guimond L, Poussart D. A computer-vision technique for the acquisition and processing of 3D profiles of dental imprints: an application in orthodontics [ J ]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1991, 10(3):453-461.
- [ 2 ] Paulus D, Wolf M, Meller S, et al. Three-dimensional computer vision for tooth restoration [ J ]. Medical Image Analysis, 1999, (3):1-19.
- [ 3 ] Bai Yuxing, Wang Bangkang. Opportunities and challenges during the development of the orthodontic invisible aligner technique [ J ]. West China Journal of Stomatology, 2007, 25(6): 217-220. [ 白玉兴, 王邦康. 无托槽隐形矫治技术—口腔正畸的机遇与挑战 [ J ]. 华西口腔医学杂志, 2007, 25(6): 217-220. ]
- [ 4 ] Guillaume Lavoue, Florent Dupont, Atilla Baskurt. A new CAD mesh segmentation method based on curvature tensor analysis [ J ]. Computer-Aided Design, 2005, 37(5):975-987.
- [ 5 ] Alexander Agathos, Ioannis Pratikakis, Stavros Perantonis, et al. 3D mesh segmentation methodologies for CAD applications [ J ]. Computer-Aided Design & Applications, 2007, 35(7): 832-847.
- [ 6 ] Lee Yunjin, Lee Seungyong. Intelligent mesh scissoring using 3D snakes [ J ]. Computer Graphics and Applications, 2004, 24(5): 279-287.
- [ 7 ] Thomas Funkhouser, Michael Kazhdan, Philip Shilane, et al. Modeling by example [ J ]. ACM Computer Graphics, 2004, 23(3):652-663.
- [ 8 ] Kondo T, Ong S H, Foong K W. Tooth segmentation of dental study models using range images [ J ]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2004, 23(3):350-362.
- [ 9 ] Zhao M, Ma L, Ta W. Interactive tooth segmentation of dental models [ J ]. IEEE EMBC, 2005, 33(7): 654-657.
- [ 10 ] Mitchell J S B, Mount D M, Papadimitriou C H. The Discrete geodesic problem [ J ]. Siam J. Comput. 1987, 16:647-668.
- [ 11 ] Kapoor S. Efficient computation of geodesic shortest paths [ C ] // Proceedings of the Thirty-first Annual ACM Symposium on Theory of Computing, Atlanta, Georgia. New York: Assn for Computing Machinery, 1999:770-779.
- [ 12 ] Tong Jing, Chen Zhengming. Approximate geodesics path on triangle mesh [ J ]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2008, 20(2):179-185. [ 童晶, 陈正鸣. 三角网格表明近似测地线的计算 [ J ]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2008, 20(2):179-185. ]
- [ 13 ] Zhang Liyan, Wu Xi. Approximate shortest path on triangular mesh surface [ J ]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2003, 15(5):592-597. [ 张丽艳, 吴熹. 三角网格模型上任意两点间的近似最短路径算法研究 [ J ]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, 15(5):592-597. ]
- [ 14 ] Yu Xiaorong, Yang Xiaodong, Shen Changyu. Approximate shortest path on a curve surface [ J ]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10(7):900-904. [ 余晓容, 杨晓东, 申长雨. 曲面上任意两点的近似最短路径算法研究 [ J ]. 中国图象图形学报, 2005, 10(7): 900-904. ]
- [ 15 ] Li Zhongke, Wang Yong, Qin Yongyuan. Research on structure and calibration of dental cast 3-D laser scanner [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2004, 18(5): 233-238.