

中图分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)01-0032-05

论文索引信息: 任勇勇, 潘泉, 张绍武, 赵春晖, 程咏梅. 基于围线分层扫描的完全欧氏距离变换算法[J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(1): 32-36

基于围线分层扫描的完全欧氏距离变换算法

任勇勇, 潘泉, 张绍武, 赵春晖, 程咏梅

(西北工业大学自动化学院, 西安 710072)

摘要: 围线扫描欧氏距离变换算法是一种快速的完全欧氏距离变换算法,其时间复杂度达到最优,但需在围线区域进行全局搜索,计算时间并未优化。针对此问题,提出了一种基于围线分层扫描的完全欧氏距离算法。该算法首先根据中心像素的围线性质对二值图像像素点进行重新分类,然后按照围线区域像素与中心像素的空间关系,对中心像素的围线区域进行分层搜索,并给出了搜索的终止条件。该算法保持了最优的时间复杂度,可通过定量分析单个像素的计算时间来证明其计算时间已得到优化。实验结果表明,该算法能够得到准确的欧氏距离图像,且运行速度快。

关键词: 分层搜索; 围线扫描; 完全欧氏距离

Algorithm of complete Euclidean distance transformation based on contour hierarchical scanning

Ren Yongyong, Pan Quan, Zhang Shaowu, Zhao Chunhui, Cheng Yongmei

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072 China)

Abstract: Contour scanning based Euclidean distance transformation (EDT) is a fast and complete EDT algorithm and achieves the optimum complexity. But it needs to search all contour regions, so the computation is not optimal. To overcome this disadvantage, an EDT algorithm based on contour hierarchical scanning was proposed. First, reclassifying pixels of the binary image according contour character of central pixel is needed. Second, according the spatial relationship between contour region pixel and central pixel, searching contour region of central pixel hierarchically is the main step to reduce the computation. Finally, we use the proposed terminal condition ends the searching. Theoretically, the proposed algorithm maintains the optimum complexity and reduces the computation. Likewise, the experiments showed that the proposed algorithm can obtain the Euclidean distance images exactly and reduce the calculation time cost.

Keywords: hierarchical searching; contour scanning; complete EDT

0 引言

欧氏距离变换是计算机图像处理技术中一种基本的操作技术,广泛应用于图像合并、骨架抽取与目标细化,特别在图像配准^[1-3]中受到越来越多的重

视。欧氏距离变换是对二值图像进行处理,得到所谓的距离图像,该距离图像中每个像素点的灰度值为二值图像中对应像素与其最近取值为1的像素间的欧氏距离^[4]。现有的欧氏距离变换算法主要分为不完全欧氏距离变换算法和完全欧氏距离变换算法^[5]两类。前者复杂度低,效率高,但计算结果有

收稿日期: 2009-05-15; 修回日期: 2009-09-18

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(60634030); 教育部博士点基金项目(20060699032); 航空基金项目(2007EC53037); 陕西省科技攻关项目(2008k04-25)。

第一作者简介: 任勇勇(1984—), 男, 西北工业大学自动化学院控制理论与控制工程专业硕士研究生, 主要研究方向为计算机视觉、视频图像处理。E-mail: renyongyong@163.com。

通讯作者: 张绍武, E-mail: zhangsw@nwpu.edu.cn

误差,是对欧氏距离变换的一种近似。但在许多对计算精度要求较高的应用中,必须使用准确的欧氏距离。

欧氏距离的准确计算具有较高的复杂度,其时间复杂度可达 $O(n^4)$,其中 n 是图像的大小。因此,高效快速的完全欧氏距离算法成为了国内外许多学者的研究热点。为了解决这个问题,Yamada 等人提出了一种并行计算方法^[5],同时也证明了其并行欧氏距离是准确的。王征旋等人以基于边过程的围线追踪算法为出发点,设计并实现了一个在二值图像中进行完全欧氏距离变换的算法^[6]。Yves Lucet 提出了一种基于凸分析的精确欧氏距离变换^[7],该理论可以推广至其他变换。Li 提出了一种自适应的图像欧氏距离变换算法^[8],该算法更有利于欧氏距离在图像识别中的运用。以上算法虽能够得到精确的欧氏距离图像,但时间复杂度没有达到最优。

Beru 等人提出了一种计算欧氏距离的线性时间算法^[9],即按照图像中每行欧氏距离的递推延续性质对全局操作进行细化,将全局操作分割成局部线性时间操作,并证明了欧氏距离问题算法的最优时间复杂度为 $O(n^2)$ 。陈凌采用行列交叉处理方法,通过缩小搜索最近特征点的范围,提出了一种时间复杂度为 $O(n^2)$ 完全欧氏距离变换最优算法^[10]。这类算法虽然时间复杂度达到了最优— $O(n^2)$,但仍然存在耗时长的缺点。鲁继文等人^[11]采用围线扫描方法,不仅逐步搜索最近特征点,而且能够得到准确的欧氏距离,时间复杂度达到了最优 $O(n^2)$,而且在时间消耗上比上述完全欧氏距离算法有一定优势。

但文献[11]算法在进行围线扫描时,为了搜索最近的欧氏距离,需要计算围线区域内所有特征点到中心像素的欧氏距离,计算时间仍然较大。针对此问题,本文在围线扫描的基础上,提出了分层搜索机制,并修正了扫描终止条件,对于每阶围线区域只需进行一次欧氏距离计算就可以停止围线区域的搜索,从而减小了计算时间。

1 围线扫描欧氏距离

一幅二值图像包括特征和背景两种像素,欧氏距离变换是要寻找每一个像素与最接近它的特征像素间的距离。文献[11]提出了一种围线扫描快速完全欧氏距离算法。算法首先将二值图像中的像素

进行分类,并对那些本身既不是特征点且其4邻域内也没有特征点的像素进行标记,然后对这些标记的像素围线区域自内向外进行扫描。围线区域是由以像素 $P_{i,j}$ 为中心的一个 $(2r+1) \times (2r+1)$ ($r=0, 1, 2, \dots$) 的正方形环区域组成,称作 r 阶围线区域。当 $r=0$ 时,围线区域就是该像素本身。图1为 $r=1$ 时的围线区域(r 表示围线区域中心像素到围线的距离)。当 $r=1$ 时围线区域就是像素 $P_{i,j}$ 的8邻域,搜索按照围线区域逆时针方向的顺序进行,扫描顺序为 $\{P_0, P_1, P_2, \dots, P_7\}$ 。若在 $r=1$ 时, $(2r+1) \times (2r+1)$ 的围线区域没有找到特征点,则此时需要将搜索区域的正方形边长 $(2r+1)$ 扩大,取 $r=2$,然后在 5×5 围线区域进行扫描搜索。

P_0	P_7	P_6
P_1	$P_{i,j}$	P_5
P_2	P_3	P_4

图1 以点 $P_{i,j}$ 为中心的 3×3 围线区域

Fig.1 The 3×3 contour region around $P_{i,j}$

该算法能够得到精确的欧氏距离,但也存在一些不足:1)在对围线区域扫描时需要进行全局搜索,搜索时间不是最优;2)对中心像素的分类不够准确,没有理论依据。算法首先对值为0,且4邻域存在特征点的中心像素进行处理,然后又对值为0,且4邻域不存在特征点的中心像素的围线区域进行扫描。这种分类方法由于对4邻域进行了重复扫描,因此浪费了运行时间。

2 围线分层扫描欧氏距离算法

2.1 分层搜索

文献[11]中的围线区域搜索按照逆时针方向的顺序进行,以 5×5 围线区域为例,搜索顺序为 $\{P_0, P_1, P_2, \dots, P_{15}\}$ (如图2所示)。

5×5 的围线区域共有16个点,它们距离中心像素的欧氏距离 d_{p_q} 有如下关系:

$$d_{p_2} = d_{p_6} = d_{p_{10}} = d_{p_{14}} < d_{p_1} = d_{p_3} = d_{p_5} = d_{p_7} = d_{p_9} = d_{p_{11}} = d_{p_{13}} = d_{p_{15}} < d_{p_0} = d_{p_4} = d_{p_8} = d_{p_{12}} \quad (1)$$

从式(1)中可以看出:像素点 $\{P_0, P_1, P_2, \dots, P_{15}\}$ 距离中心像素的欧氏距离变化不是单调的,必

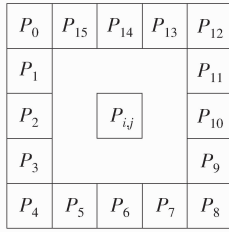


图 2 文献[11]搜索方式

Fig. 2 The searching way in reference 11

须对围线区域进行全局搜索后,才能得到当前阶围线区域的最小欧氏距离值。

根据围线区域像素点与中心像素的空间欧氏距离关系,提出了一种分层搜索机制,将第 r 阶围线区域像素分成 $r + 1$ 层依次进行扫描。前 r 层像素分别为 $\{P_{r \pm i}, P_{3r \pm i}, P_{5r \pm i}, P_{7r \pm i}\} (i = 0, 1, \dots, r - 1)$, 第 $r + 1$ 层像素为 $\{P_0, P_2, P_4, P_6\}$ 。分层搜索机制中层内像素距离中心像素的欧氏距离是相等的,从第 1 层至第 $r + 1$ 层,各层到中心像素的欧氏距离大小是单调递增的。

以 5×5 围线区域为例,如图 3 所示,此时 $r = 2$,将像素分成 3 层依次扫描,先对 $\{P_2, P_6, P_{10}, P_{14}\}$ 进行搜索(图 3(a)),然后搜索 $\{P_1, P_3, P_5, P_7, P_9, P_{11}, P_{13}, P_{15}\}$ (图 3(b)),最后搜索 $\{P_0, P_4, P_8, P_{12}\}$ (图 3(c))。

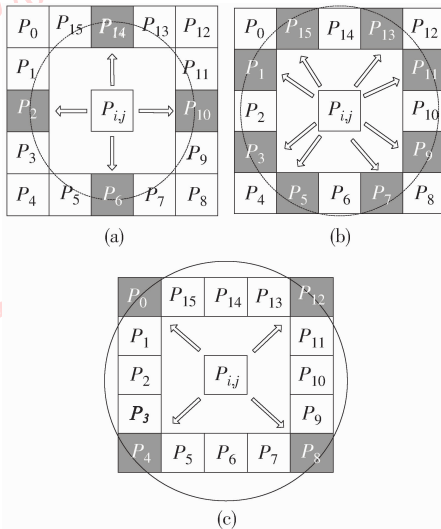


图 3 分层搜索方式

Fig. 3 The hierarchical searching way

由不等式(1)可以看出,层内像素距离中心像素的欧氏距离均相等,但 a、b、c 各层对应的欧氏距

离单调递增,从而可以保证扫描到的第 1 个特征点即为当前阶围线区域最小欧氏距离。因此对于每阶围线区域,若出现第 1 个特征点,则可以停止当前围线区域搜索。

如图 2 所示,若 P_2 为特征点,按文献[11]的搜索机制则必须将 $(P_0, P_1, P_2, \dots, P_{15})$ 全部扫描,且计算完成后,才可以得出 5×5 的围线区域的最小欧氏距离为 d_{P_2} 。而对于分层搜索机制,若在 a 层发现特征点 P_2 后,则可以立即停止搜索,计算 P_2 到中心像素的欧氏距离 d_{P_2} ,不再对剩余的像素点 $\{P_6, P_{10}, P_{14}, P_1, P_3, P_5, P_7, P_9, P_{11}, P_{13}, P_{15}, P_0, P_4, P_8, P_{12}\}$ 进行扫描,搜索时间达到了最优。

对于任意阶围线区域,按照空间关系分层搜索,若扫描发现第 1 个特征点,则停止当前阶围线区域搜索,不需要对当前阶围线区域内的其他剩余像素点进行扫描和计算。分层搜索机制不仅能够获得准确的欧氏距离值,而且计算时间也大大减少。

2.2 扫描终止条件

从中心像素自内向外进行围线扫描,当在第 k 阶围线区域首次发现特征点时,可认为 k 阶围线的区域最小欧氏距离就是 $P_{i,j}$ 的近似欧氏距离值。若要判断其是否全局最小,还需扩大围线区域继续扫描,因为高阶特征点的欧氏距离可能会更小。

设 m 为需要继续扫描的阶数,可以通过下式求取:

$$2k^2 = (d_{\max}^{(k)})^2 \leq (d_{\min}^{(k+m)})^2 = (k+m)^2 \quad (2)$$

式中, $d_{\max}^{(k)}$ 为 k 阶围线区域最大欧氏距离, $d_{\min}^{(k+m)}$ 为 $k+m$ 阶围线区域最小欧氏距离。式(2)表示只要 k 阶围线区域最大欧氏距离小于等于高阶区域的最小欧氏距离,就可以保证继续扫描 m 阶围线后能够得到全局最小欧氏距离。

由上式可得 $m \geq \lfloor (\sqrt{2} - 1)k \rfloor$, 取最小值

$$m = \lfloor (\sqrt{2} - 1)k \rfloor \quad (3)$$

$\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整。

当 $k = 0$ 时,中心像素为特征点,则离它最近的特征点就是它本身。

当 $k = 1, 2$ 时, m 等于 0,说明对于在一阶、二阶围线区域存在特征点的非特征中心像素不需要继续扫描。一阶或二阶围线区域的最小欧氏距离就是点 $P_{i,j}$ 的最小欧氏距离值。

当 $k > 2$ 时, m 不等于 0,需要继续扫描才能保证获取的欧氏距离为最小。

在对中心像素的围线性质进行分析后,按照 $k=0, k=1, 2$ 和 $k>2$ 将中心像素分成3类分别处理。该分类方法首先保证了所有像素都可以扫描到,而且在扫描围线区域的时候不会出现重复扫描问题,与文献[11]分类方法相比,明显缩短了计算时间。

$k=0, k=1, 2$ 时,首次扫描到特征点就可以终止扫描,不需要继续扫描。

$k>2$ 时虽可以继续扫描 m 阶围线,以获取最小欧氏距离,但式(3)用 k 阶的区域最大欧氏距离与高阶的围线区域的最小欧氏距离进行判断,虽然可以保证得到准确的欧氏距离值,却产生了不必要的时间消耗。

文献[11]算法在每次扫描新的围线区域前,是将当前全局最小欧氏距离 d_{\min} 与新的围线区域的最小欧氏距离 r 进行判断,若

$$d_{\min} \geq r \quad (4)$$

则终止扫描,并记录此时的全局最小欧氏距离为 d_{\min} ,这显然是错误的。若 d_{\min} 为全局最小,则 $d_{\min} \leq r$,与式(4)矛盾。因此本文将扫描终止条件修正为

$$d_{\min} \leq r \quad (5)$$

在扫描过程中,若满足式(5),则可以保证 d_{\min} 为全局最小欧氏距离,而且在每次扩大新的围线区域时,利用式(5)来实时判断是否继续扫描,条件虽更加严格,但搜索时间却明显减少。

2.3 时间复杂度

文献[11]算法的时间复杂度为 $O(n^2)$,本文算法改进了搜索策略和终止条件,其算法时间复杂度 $O(n^2)$ 也是最优的。为了证明本文算法的计算时间优势,下面从单个像素的计算耗时进行分析。

以任一点 $P_{i,j}$ 为例,用文献[11]算法计算点 $P_{i,j}$ 的最小欧氏距离需要的计算时间为

$$(4l^2 + 4l)t_s + \sum_{r=1}^l n_{i,j}^{(r)} t_w \quad (6)$$

式中, t_s 为扫描并处理一个像素所需的时间, t_w 为计算两个像素之间的距离需要的时间。 $P_{i,j}^l$ 为距离点 $P_{i,j}$ 最近的特征点, l 表示 $P_{i,j}^l$ 在 l 阶围线区域, r 阶围线区域内的特征点数为 $n_{i,j}^{(r)}$ 。

对于本文算法,在每阶围线区域内只计算一次欧氏距离。而且扫描处理像素一般都少于围线区域像素点的总数。计算时间最大为 $(4l^2 + 4l)t_s + l^* t_w$, l^* 为区域内含有特征点的围线区域数目。

由于 t_w 远远大于 t_s ,在算法中占据了大量时

间^[11],因此文献[11]和本文算法的运算时间分别为 $\sum_{r=1}^l n_{i,j}^{(r)} t_w$ 和 $l^* t_w$ 。显然

$$l^* \leq l \leq \sum_{r=1}^l n_{i,j}^{(r)} \quad (7)$$

由点 $P_{i,j}$ 的任意性可知,在算法时间复杂度相同的条件下,本文算法单个像素的计算时间优于文献[11]算法,因此本文算法整体计算耗时要小于文献[11]算法。另外由式(8)还可以看出,图像复杂特征点越多,算法的计算优势越明显。

3 算法步骤

以2维图像矩阵为例,输入是一个二值图像矩阵 $\mathbf{B} = [b_{i,j}]$,将输出距离变换结果存放在2维数组 $\mathbf{D} = [d_{i,j}]$ 中。围线区域由 $(2r+1) \times (2r+1)$ ($r=1, 2, \dots, n-1$) 正方形环组成,正方形环的宽度为单像素宽,并且 $r=k$ 的正方形环围线刚好被 $r=k+1$ 的正方形环围线所包含($k=1, 2, \dots, n-1$)。

遍历扫描二值图像 \mathbf{B} 。

1)若中心像素值为1,则将数组 \mathbf{D} 的相应位置处置为0;

2)若中心像素值不为1,自内向外分层搜索其围线区域;

(1)若在一阶或者二阶区域发现存在特征点,则将发现的第一个特征点到中心像素的欧氏距离值置于中心像素在数组 \mathbf{D} 中的相应位置处,同时终止围线扫描。

(2)若 $r=k$ 时($k>2$)搜索到第1个特征点,记录该点到中心像素的欧氏距离为 d_{\min} 。将 r 增加1: $r=r+1$,继续搜索新的 $(2r+1) \times (2r+1)$ 围线区域,在新的围线区域上寻找该层围线区域内离中心像素最近的特征点,并计算该特征点的距离 $d_{\min}^{(r)}$,将 $d_{\min}^{(r)}$ 与 d_{\min} 比较,更新 $d_{\min} = \min\{d_{\min}, d_{\min}^{(k)}\}$,继续不断将 r 增加1,直到 $d_{\min} \leq r$ 时,终止扫描,则中心像素的最小欧氏距离为 d_{\min} ,将中心像素在数组 \mathbf{D} 中的相应位置处置为 d_{\min} 。

3)输出结果

输出距离变换结果数组 $\mathbf{D} = [d_{i,j}]$,算法结束。

4 实验结果

为了验证本文算法的快速性,在双核 2.33G 的

微机上对大小从 16×16 至 256×256 的或选取或随机产生的大量二值图像进行欧氏距离变换实验,并与文献[11]算法进行对比。表 1,表 2 仅列出了部分仿真结果。表 1 中列出了图像大小不同,特征点数目相同的对比实验结果。表 2 列出了图像大小均为 128×128 ,但特征点数目不同的对比实验结果。

表 1 图像大小不同、特征点数目相同的仿真结果

Tab.1 The simulated results with images of various sizes but the same amount of feature points

二值图像大小/像素	平均运行时间/ms	
	文献[11]算法	本文算法
16×16	0.7	0.2
32×32	11	4
64×64	27	10
128×128	179	78
256×256	982	451

表 2 图像大小相同、特征点数目不同的仿真结果

Tab.2 The simulated results with images of same sizes but various amounts of feature points

特征点数目	平均运行时间/ms	
	文献[11]算法	本文算法
4	3786	2519
80	153	63
523	63	21
4225	8	2.5

从表 1、表 2 可以看出,本文算法运行时间基本上是文献[11]算法运行时间的一半,甚至更少。在图像由小变大时,算法依然能保持优势。图像大小相同、特征点越多本文提出的算法优势越明显,表明本文算法较适合场景比较复杂图像。

5 结 论

本文提出了一种基于围线分层扫描完全欧氏距离变换方法。该方法在围线扫描理论上,分析了像素的欧氏距离围线性性质,将像素点重新进行了分类,运用新的搜索机制对围线区域进行扫描,并修正了文献[11]算法的错误扫描终止条件。仿真结果表明:新算法不仅能够得到精确的欧氏距离图,而且其运算时间要优于文献[11]算法。改进后的算

法运算速度快,且易于编程实现,可应用于场景比较复杂图像。

参考文献 (References)

- [1] Rosenfeld A, Pfaltz J. Distance functions on digital picture [J]. Pattern Recognition, 1968,1(1):33-61.
- [2] Fischer M A, Barrett P. Aniconic transform for sketch completion and shape abstraction [J]. Computer Graphics and Image Processing, 1980,13(3):334-360.
- [3] Ye Q Z. The signed Euclidean distance transform and its application [C]// Proceedings of the IEEE 9th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'88). Rome, Italy: IEEE Computer Society Press, 1988:495-499.
- [4] Liu Xiangbin, Zou Beiji, Wang Shengchun. A new algorithm for complete Euclidean distance transform [J]. Computer Engineering and Applications, 2005,41(13):44-45. [刘相滨, 邹北骥, 王胜春. 一种新的完全欧氏距离变换算法[J]. 计算机工程与应用, 2005,41(13):44-45.]
- [5] Yamada H. Complete Euclidean distance transform by parallel operation [C]// Proceedings of IEEE Seventh International Conference on Pattern Recognition. New York, USA: IEEE Computer Society Press, 1984:69-71.
- [6] Wang Zhengxuan, Li Wenhui, Pang Yunjie. An algorithm for complete Euclidean distance transformation based on contour tracing [J]. Chinese Journal Computers, 1998,21(3):217-222. [王钰旋, 李文辉, 庞云阶. 基于围线追踪的完全欧氏距离变换算法[J]. 计算机学报, 1998,21(3):217-222.]
- [7] Yves Lucet. New sequential exact Euclidean distance transform algorithms based on convex analysis [J]. Image and Vision Computing, 2009,27(2):37~44.
- [8] Li Jing. An adaptive image Euclidean distance [J]. Pattern Recognition, 2009,42(3):349-357.
- [9] Breu H, Gil J, Kirkpatrick D, et al. Linear time Euclidean distance transform algorithms [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995,17(5):529-533.
- [10] Chen Ling. Optimal algorithm for complete Euclidean distance transform [J]. Chinese Journal Computers, 1995,18(8):611-616. [陈凌. 完全欧几里德距离变换的最优算法[J]. 计算机学报, 1995,18(8):611-616.]
- [11] Lu Jiwen, Zhang Erhu. A fast algorithm for complete Euclidean distance transformation based on contour scanning [J]. Journal of Image and Graphics, 2006,11(6):872-876. [鲁继文, 张二虎. 基于围线扫描的快速完全欧氏距离变换算法[J]. 中国图象图形学报, 2006,11(6):872-876.]