

# 基于智能符号回归的路径规划 A\* 算法 均衡控制方法

周亮 陆锋 郑年波

(中国科学院地理科学与资源研究所 资源与环境信息系统国家重点实验室, 北京 100101)

**摘要** 随着地图网站和在线导航系统的普及,多用户网络并发出行信息查询服务的需求日益增长。如何满足多用户并发路径查询效率需求,同时又使得路径查询精度可控,是网络地理信息服务的瓶颈技术问题。本文提出了一种多用户并发路径查询精度效率均衡控制方法,利用系统抽样和智能符号回归技术,根据动态变化的在线路径查询用户规模和系统响应效率容忍阈值,在经典的路径查询 A\* 启发式算法基础上,根据大样本确定的路径查询严密算法和对应启发式算法得到的系统耗时比和精度比,实时自动确定启发式路径查询启发因子权重,有效平衡多用户并发路径查询的响应效率和精度损失,自适应地控制路径查询算法的精度和效率之间的平衡,在精度预先可控的前提下,最大限度地提升多用户并发路径查询效率,缩短用户的路径查询等待时间。

**关键词** 路径规划 A\* 算法 均衡控制 智能符号回归

中图法分类号: P208 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)05-802-06

## A Trade-off Control Approach for A\* Algorithm Based on Intelligent Symbolic Regression

ZHOU Liang, LU Feng, ZHENG Nianbo

(LREIS, Institute of Geographic Sciences and Natural Resources Research, CAS, Beijing 100101)

**Abstract** With the widespread use of map websites and on-line navigation systems, the need for multi-user concurrent queries for travel information is ever-increasing. In such a case, a bottleneck problem is how to improve the efficiencies of the multi-user concurrent path queries as much as possible, with only a controllable, as little as possible loss of the precisions of the query results. In this paper, an efficiency/accuracy trade-off control approach for the A\* heuristic shortest path algorithm is presented, which fits a curve function of the heuristic factor, the efficiency and the accuracy with large samples, by the techniques of systematic sampling and intelligent symbolic regression. The efficiency and the accuracy of the A\* algorithm are measured by the comparison with the Dijkstra exact algorithm. Through the use of the derived trade-off control model, the effective heuristic factor can be automatically determined with the input of the on-line user number and the required path accuracy, and as a result, the service response time for each user is much shortened.

**Keywords** route planning, A\* algorithm, trade-off control, intelligent symbolic regression

## 0 引言

路径查询是地图网站、公众出行信息平台和服务

器端导航系统的核心功能。在多用户环境下,路径查询的响应时间将随着并发访问的用户数呈线性增长,用户平均等待时间也将急剧增加。解决此问题的技术包括服务器硬件升级、网络性能优化<sup>[1-2]</sup>、

**基金项目:** 国家高技术研究发展计划(863)基金项目(2007AA12Z241);国家自然科学基金项目(40871184);资源与环境信息系统国家重点实验室自主创新团队计划项目(088RA400SA)中国博士后基金项目(20090450563)

**收稿日期:** 2010-01-14; **改回日期:** 2010-01-22

**第一作者简介:** 周亮(1984—),男。现为中国科学院地理科学与资源研究所地图学与地理信息系统专业博士研究生。研究方向为交通地理信息系统。E-mail: zhouli@lreis.ac.cn

数据库查询优化<sup>[3]</sup>、发展路径查询并行算法<sup>[4]</sup>等。这些方法存在成本高、限定条件苛刻、实现困难、灵活性不足等缺点,而且其核心的路径查询算法并未得到优化。

目前应用最为广泛也最有效的单源最优路径算法是理论严密的Dijkstra算法和Pallottino算法群<sup>[5]</sup>。虽然这些算法结果精确,但时间复杂度基本达到极限,效率提高余地很小<sup>[6]</sup>。因此,针对多用户并发环境,采用启发式策略进行路径查询,以牺牲路径查询结果一定程度的理论严密性和精度为代价,获得算法运行效率的极大提高,是一个较好的选择。

然而,在多用户并发环境下基于启发式策略进行路径查询,如何对启发式策略中的用户控制因子进行量化,在能够容忍的精度损失范围内,尽可能提高路径查询效率,或者在能够容忍的系统反馈效率下,尽可能提高路径查询精度,是多用户并发环境下启发式路径查询需要解决的瓶颈技术问题。

启发式路径搜索利用先验知识对解空间进行约束,在地理信息系统、人工智能等领域得到广泛应用<sup>[7-9]</sup>。然而,针对启发式算法启发因子强度对路径搜索效率和精度影响的研究却不多。Pohl提出了启发式搜索误差分析的概念,对启发式因子的值以1/2为界,详细讨论了启发式因子增大或减小时,启发式算法搜索过程的变化过程<sup>[10]</sup>。Pearl从理论上分析了启发式因子对算法结果的影响,讨论了启发式搜索复杂度和精度的关系,A\*、回溯方法平均复杂度的比较等<sup>[11]</sup>。Prieditis等提出了一套对可接纳启发式算法的抽象方法,试图从理论上去研究算法的精度,但效果一般<sup>[12]</sup>。以上研究均从理论的角度出发,在实际问题中难以实施应用。

钟敏<sup>[13]</sup>、叶桥会<sup>[7]</sup>分别讨论了A\*算法估价函数的构造问题,给出了不同情况下,构造估价函数应考虑的因素,而对于含有加权系数的评估函数,权重系数的值也只是实验得出的经验值,对实际操作的参考意义有限。

高松等使用统计采样的方法,定量研究启发式算法效率和精度的关系<sup>[14]</sup>,但其用的多项式拟合方法本身并不可靠,需要先验知识和大量人为操作进行干预。

启发式算法的效率、精度均和估价函数系数(权重)密切相关。本文以A\*算法作为启发式路径搜索算法的典型代表,提出一种基于智能符号回

归模型的方法,在统计采样基础上,确定A\*启发式算法效率、精度与启发式因子之间的定量化函数关系,科学指导A\*算法中启发式因子的取值过程。

## 1 A\*算法的效率与精度

路径规划常用的A\*算法的估价函数为 $f(n) = g(n) + h(n)$ ,我们通常使用一些非低约束的函数 $h(n)$ 以可接纳性为代价来换取搜索效率。另一种估价函数的形式为 $f(n) = g(n) + \tau h(n)$ ,通过调节 $\tau$ 来改变启发式搜索的权重,非常大的 $\tau$ 会过分强调启发式部分,而非非常小的 $\tau$ 会突出搜索的广度优先特性。即增大 $\tau$ ,会提高算法的效率,但可能找不到最优解,减小 $\tau$ ,会扩大搜索空间,增加找到最优解的概率。但算法的效率并非与 $\tau$ 呈线性相关,而且效率的提升不是无限的。

根据A\*算法的性质,当满足可接纳性时,算法一定能找到最优解路径,算法的效率随 $\tau h(n)$ 的增大而提高,精度始终没有损失。当 $\tau h(n)$ 大于某一值后,可接纳性无法满足时,算法的效率仍会随 $\tau h(n)$ 的增大而提高,但精度开始下降。算法的效率 $E$ 、精度 $P$ 和 $\tau$ 的关系可表示为 $E = f(\tau); P = g(\tau) (\tau > X), P = 1 (0 < \tau \leq X)$ 。效率 $E$ 、精度 $P$ 如何随 $\tau$ 的变化而变化,是否存在极值,是否存在平衡点等问题很少被定量研究。本文的主要内容是定量化研究A\*算法的效率、精度和启发式因子 $\tau$ 之间的关系,为解决多用户环境下路径查询的效率问题提供解决的思路和方法。

## 2 均衡模型求解方法

### 2.1 符号回归方法

研究中,建立函数模型的实质是进行符号回归,目标是寻找一个符号函数,使之能很好地拟合给定的数据,过程包括数学函数形态的确定,函数中数字常量和系数的确定。传统的曲线拟合方法,如最小二乘法,先要根据专业知识,从理论上推导或者根据以往的经验,确定变量之间的函数关系,从而预先确定方程的结构形式(线性形式、对数形式、或多项式等),然后再进行参数估计。但实际中往往很难准确判定方程的结构形式,因此传统的曲线拟合都存在一定的局限性<sup>[15]</sup>。

在均衡控制模型中,采用遗传规划算法作为智

能符号回归方法。遗传规划(GP)是一种进化符合一些客观标准程序的方法<sup>[16]</sup>,基本思想是:随机产生一个适用于所给问题环境的初始种群,即搜索空间,种群中的每个个体为树状结构,计算每个个体的适应值;依据达尔文的进化原则,选择遗传算子(复制、交叉、变异等)对种群不断进行迭代优化,直到在某一代上找到最优解或近似最优解。遗传规划在符号回归问题上的优势在于,不需要给出具体的函数形式即可获得拟合的函数表达式,并且在初始群体足够大而且交叉和变异概率设置合理的情况下,不会陷入局部优化<sup>[17]</sup>。

遗传规划算法得出的结果并不恒定,检验的标准为函数表达式的适应度,满足适应度的结果都视为有效结果。样本空间的大小决定了拟合结果与实际函数间的差距,拟合本身只能找到有效解,而非唯一解。所以,利用遗传规划算法进行符号回归是可行的,也能满足自动化处理的需求。

## 2.2 均衡模型求解步骤

通过 A\* 算法的特性及 Pearl, Pohl 等人的工作<sup>[10-11,18]</sup>可知,估价函数部分的值在一定范围内时,A\* 算法满足可接纳性,这时能找出最短路径,即精度无损。随着启发式因子  $\tau$  值的增大,A\* 算法可接纳性无法满足时,A\* 算法路径搜索结果存在精度损失。因此,需要根据系统采样集合,计算启发式搜索算法和理论严密算法在最短路径搜索过程中的系统耗时和结果精度比值;根据结果进行符号回归,得到均衡控制函数模型,利用函数模型指导启发式算法估价函数系数的设定。具体步骤如下:

### 1) 选取样本

设定样本空间大小为  $n$ ,对道路网中所有路段进行系统抽样,获取路段对(A,B)作为样本,A为路径搜索的起始路段,B为路径搜索的终止路段。抽取的路段应满足:作为起始的路段,其出度应大于0;作为终止的路段,其入度应大于0。

### 2) 定义启发式算法的时耗比 $E$ 和精度 $P$

启发式路径规划算法的精度  $P$  定义为

$$P = 1 - (l_2 - l_1) / l_1 = (2 - l_2 / l_1) \times 100\% \quad (1)$$

$l_1, l_2$  分别为采用理论严密的 Dijkstra 算法和启发式算法得到的最优路径耗费(如路径长度)。

启发式算法的时耗比为

$$E = t_2 / t_1 \quad (2)$$

$t_1, t_2$  分别为采用理论严密的 Dijkstra 算法和启

发式算法花费的 CPU 时间。

3) 使用经典 Dijkstra 算法,计算各样本进行路径搜索耗费的时间  $t_j$  和得出的最优路径的耗费  $l_j, j \in (1, n)$ 。

4) 计算采用不同的 A\* 启发式因子的值时,启发式算法的时耗比(反映算法的效率)和精度。步骤为

(1) 设置启发因子  $\tau$  的范围。

(2) 设定启发因子  $\tau$  的增长步长  $t$ ,对于每个  $\tau_m = \tau_0 + (m - 1) \times t$ ,计算样本空间中各样本路段对采用启发式算法所消耗的时间  $T_j$  和得出的路径耗费  $L_j, j \in (1, n)$ 。

(3) 计算样本空间中各样本路段,对采用启发式算法的时耗比  $E_j = T_j / t_j$  和精度  $P_j = (2 - L_j / l_j) \times 100\%$ 。

(4) 对于  $\tau_m$ ,采用统计平均的方法,计算  $E_m = \sum_{j=1}^n E_j / n, P_m = \sum_{j=1}^n P_j / n$ 。

(5) 获得一组离散的  $(\tau, E)$  值和  $(\tau, P)$  值。

5) 将步骤 4) 中计算所得的离散的  $(\tau, E)$  和  $(\tau, P)$  分别作为智能符号回归方法的输入值进行符号回归。

(1) 设置智能符号回归方法的控制参数,定义求解的搜索空间和求解次数。

(2) 执行,获得满足精度要求的解。

6) 根据所求得的  $\tau-E$  和  $\tau-P$  的函数关系,即精度/效率均衡控制模型,选择合适的启发式因子。步骤为

(1) 定义当前在线用户数为  $n$ ,单个用户查询使用 Dijkstra 算法需要耗费的时间预估为  $t_i$ 。具体实施中,可用来计算  $t_i$  的方法为在步骤 3) 中,采用 Dijkstra 算法得到各样本对间严密的最优路径后,求得计算单位曼哈顿距离所需的耗时  $t_{\max}$ ,计算起点到终点的曼哈顿距离  $l$ ,则  $t_i = t_{\max} \times l$ 。

(2) 估算当前环境下,系统计算所有用户的查询所需要耗费的时间  $t_e$ 。则有  $t_e = \sum_{i=1}^n t_i$ 。

(3) 若  $t_e$  不大于设定的时间标准  $t_s$ ,即用 Dijkstra 算法能满足时间需求,此时无须使用有损精度的 A\* 算法,否则转入步骤(4)。

(4) 计算预估计启发式因子  $\tau$  的值,步骤如下:

① 计算估计效率  $E_{\text{est}}, E_{\text{est}} = t_e / t_s$ 。

② 根据  $\tau-E$  函数关系,计算启发式因子  $\tau$  的

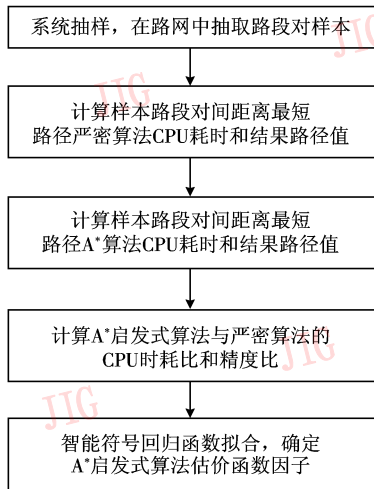


图 1 均衡模型求解过程

Fig. 1 Flow chart of trade-off control model

值  $\tau_{est}$ 。

(5) 根据  $\tau$ - $P$  函数关系, 计算预估计启发式算法精度  $P_{est}$ 。

### 3 实验分析

#### 3.1 实验环境

采用北京市城市道路网络作为基础数据, 网络包括 33 402 个节点, 53 997 条路段。实验机器配置为 P4 双核 1.6 GHz CPU, 1 G 内存。

实验中 A\* 采用的评估函数形式为  $f'(n) = (1 - \tau) \times g'(n) + \tau \times h'(n)$ , 这样可以避免不适当的  $h$  影响 A\* 的搜索<sup>[19]</sup>。评估函数采用曼哈顿距离。实验对 A\* 算法进行统计时, 启发式因子  $\tau$  的值从 0 开始, 到 1 结束, 递进步长为 0.04。

实验中采用遗传规划算法进行符号回归, 运用遗传规划来解决符号回归问题, 包括以下基本要素: 定义终止符集 (terminals), 定义函数符集 (functions), 适应度值 (fitness), 终止运行准则的确定<sup>[19]</sup>。

实验中采用的 9 种函数形态 +, -, ×, /, ln, exp, sqrt, sin, cos, 基本包含了常见、常用的函数形态, 能够满足各种曲线拟合的要求; 1, 2, 3, 5, 7 这 5 个常数经过一次数学运算, 能得到 1 ~ 10 中的任意数字, 多次实验表明, 采用这 5 个数字作为数字常量, 能提高遗传规划算法的迭代效率, 使迭代迅速收敛, 并且能保证拟合的精度。

实验中遗传规划算法采用的参数如表 1 所示。

表 1 遗传规划算法参数

Tab. 1 Parameters of GP

群体规模	300	终止符集	1 2 3 5 7 X
迭代次数	150	选择方法	精英选择法
交换概率	0.75	函数符集	+, -, ×, /, sin, cos, ln, exp, sqrt
突变概率	0.1	样本大小	50 × 50
适应度计算公式	$A(i) = 1/(1 + s(i))$		

### 3.2 实验结果

实验结果如表 2 所示。可以看出, A\* 算法的启发式因子  $\tau$  小于 0.4 时, 算法满足可接纳性, 可以找到理论最短路径。当  $\tau$  大于 0.4 时, 算法无法满足可接纳性, 无法找到理论最短路径, 此时算法产生精度损失, 必须采用分段拟合。

表 2 A\* 算法实验结果

Tab. 2 Results of A\* Algorithm

耗时比 $E$	精度 $P$	$\tau$	耗时比 $E$	精度 $P$	$\tau$
0.9967	1	0	0.1454	0.9668	0.52
0.9399	1	0.04	0.1253	0.9475	0.56
0.9219	1	0.08	0.1191	0.927	0.6
0.8458	1	0.12	0.1163	0.9091	0.64
0.8283	1	0.16	0.114	0.8930	0.68
0.7571	1	0.2	0.112	0.8808	0.72
0.7239	1	0.24	0.114	0.8681	0.76
0.5906	1	0.28	0.1122	0.8546	0.8
0.5547	1	0.32	0.1108	0.8401	0.84
0.5146	1	0.36	0.1125	0.8266	0.88
0.434	0.9999	0.4	0.1107	0.8154	0.92
0.3622	0.9996	0.44	0.1135	0.8017	0.96
0.2328	0.9948	0.48	0.1112	0.76618	1

算法拟合结果如图 2 ~ 图 4 所示。拟合的误差分别为 4.34%, 0.57%, 2.40%, 误差均在 5% 以内。误差计算公式为

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n \frac{|x_i - a_i|}{a_i \times n} \times 100\% \quad (3)$$

式中,  $\varepsilon$  为误差,  $x_i$  为拟合的值,  $a_i$  为真实值,  $n$  为自变量的数量。

根据所需的效率提升值, 查询  $\tau$ - $E$  函数关系, 便能得出对应  $\tau$  的值, 再通过  $\tau$ - $P$  函数关系, 反查精度损耗值, 检验此时精度损失是否在可控范围之内。如图 5 所示, 当算法计算时间需求为严密算法的 14.5% 时,  $\tau$  值为 0.53, 此时算法的精度为 96.1%。

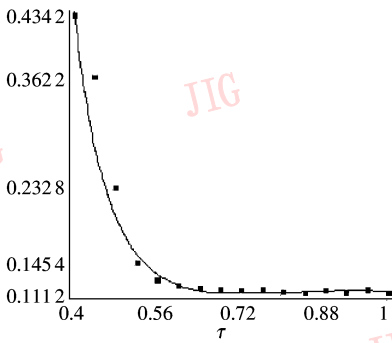


图 2 A\* 算法  $\tau$ - $E$  ( $0.4 < \tau < 1$ ) 拟合结果

Fig. 2 Regression result with A\*  $\tau$ - $E$  ( $0.4 < \tau < 1$ )

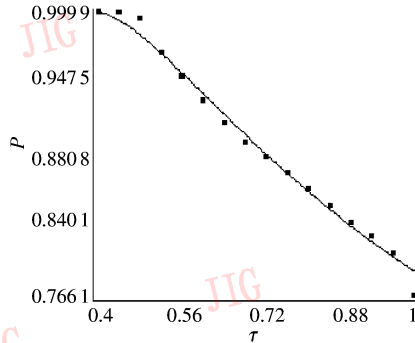


图 3 A\* 算法  $\tau$ - $P$  ( $0.4 < \tau < 1$ ) 拟合结果

Fig. 3 Regression result with A\*  $\tau$ - $P$  ( $0.4 < \tau < 1$ )

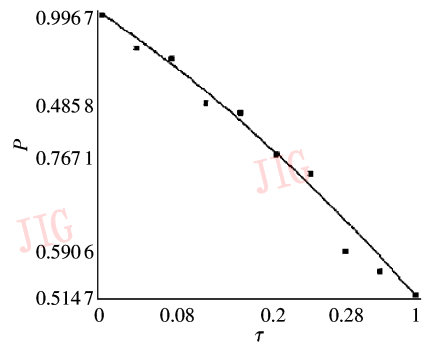


图 4 A\* 算法  $\tau$ - $P$  ( $0 < \tau < 0.4$ ) 拟合结果

Fig. 4 Regression result with A\*  $\tau$ - $P$  ( $0 < \tau < 0.4$ )

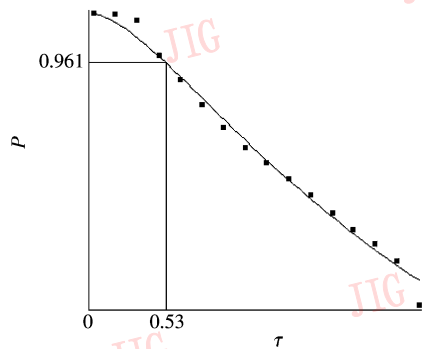
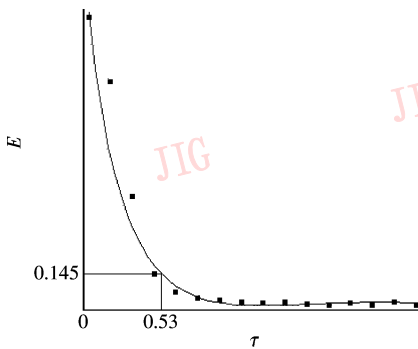


图 5 A\* 算法效率/精度控制方法

Fig. 5 Trade-off control of efficiency-accuracy of A\* algorithm

通过实验可以看出, A\* 算法的效率和精度与其评估函数存在函数关系。根据 A\* 算法可接纳性满足的条件,  $\hat{h}(n) \leq h(n)$ , 即当前节点到终止节点距离的估计值不大于真实值, 此时, A\* 算法才能找到最小代价路径。均衡模型中  $\hat{h}(n)$  采用的形式是曼哈顿距离, 函数形式  $f'(n) = (1 - \tau) \times g'(n) + \tau \times h'(n)$ , 可以转化为  $f'(n) = g'(n) + \frac{\tau}{(1 - \tau)} \times h'(n)$ 。即要使 A\* 算法满足可接纳性, 需满足  $\frac{\tau}{(1 - \tau)} \times h'(n) \leq h(n)$ 。根据曼哈顿距离的计算方式可推得  $\frac{h(n)}{h'(n)} \in (\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ , 故需  $\frac{\tau}{(1 - \tau)} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 得出  $\tau \leq \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ , 即  $\tau \leq 0.412$ 。实验中  $\tau$  的临界值为 0.4, 符合理论推导。

A\* 算法的效率与启发式因子成正相关, 精度与启发式因子成负相关, 值得注意的是, A\* 算法在效率近提升 100% 的情况下, 仍能保证精度无损 ( $\tau = 0.36$ )。精度损失为 80% 时, 效率提升达 900% ( $\tau = 0.96$ ), 在实际应用中是十分有意义的。从  $\tau$ - $E$  的函

数曲线可以看出, 在 A\* 算法不满足可接纳性之后, 随着启发式因子  $\tau$  的增大, 算法的效率迅速提升, 并很快趋于平稳, 证明采用的 A\* 的函数形式有效避免了不适当的  $\hat{h}(n)$  对搜索的影响。

对于指定路网, 在线用户数、效率和精度需求、用户查询路径长度等会对均衡模型的应用效率产生影响。当并发的路径查询较少时, 在满足路径查询效率需求前提下, 可使用精度无损的 Dijkstra 算法。随着并发路径查询的增多, 使用 Dijkstra 算法已经无法满足效率需求时, A\* 算法能在可控精度损失的范围内大幅度提高效率。当并发路径查询继续增加, 超过一定数量后, 效率与精度之间的平衡需求无法满足, A\* 算法也将不再适用, 此时可采用层次推理等多层次路网路径规划算法。

### 4 结 论

A\* 启发式路径搜索算法效率、精度的均衡控制应当根据道路网络特征进行定量化分析。本文基于

符号回归方法对A\*启发式路径搜索算法效率和精度之间的函数关系进行合理化拟合,在每次路径搜索查询之前,根据并发用户响应效率和精度需求,可以预先动态确定A\*算法中启发式因子取值,同时推算出计算结果精度,从而在可控制的精度损失范围内,最大限度地提高多用户并发路径搜索效率;或者在效率恒定的前提下,最大限度减少路径搜索精度损失。对于给定路网数据集,只需一次预先计算就可以得到路径搜索效率和精度的均衡控制曲线。本文方法也适用于其他路径启发式搜索算法的精度效率均衡控制过程。

本文方法还可进一步改进,如在取样本路段时,不采用系统抽取,而根据查询频率的高低对路段进行排序,则能进一步提高方法的精度。策略选择时,预估计的Dijkstra算法时间可以根据道路类型进行调整。允许路径搜索方法具有自适应和智能性,将是下一步的研究方向之一。

### 参考文献 (References)

- [1] Chen Zhonglin, Sun Yan, Gan Jing. Principle and arithmetic of load balance in distributing network system[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2003, 35(6): 97-100. [陈忠林,孙雁,干静. 分布式网络环境下的负载均衡原理及算法[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2003, 35(6): 97-100.]
- [2] Wang Hui, Chen Xinmeng. Performance analysis of the internet networking computing based on WWW[J]. Computer Engineering and Applications, 2001(14): 72-73. [王慧,陈莘萌. 基于WWW的Internet网络计算模式的性能分析[J]. 计算机工程与应用, 2001(14): 72-73.]
- [3] Cai Jian-yu, Yang Shu-qiang, Jia Yan. A survey of semantic caching in relational databases [J]. Computer Engineering & Science, 2005, 27(10): 62-64. [蔡建宇,杨树强,贾焰,等. 关系数据库语义缓存的研究进展[J]. 计算机工程与科学, 2005, 27(10): 62-64.]
- [4] Ni An'ning. Study and Implement of Parallel Shortest Path Algorithms in Transportation Network Analysis[D]. Jilin: Jilin University, 2004. [倪安宁. 交通网络分析中的最短路径并行算法研究与实现[D]. 吉林: 吉林大学, 2004.]
- [5] Chen Jie, Lu Feng. An optimization algorithm of pallottino implemented with two queues in transportation network [J]. Journal of Image and Graphics, 2006, 11(3): 419-424. [陈洁,陆锋. 一种基于双端队列的交通网络最短路径 Pallottino 优化算法[J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(3): 419-424.]
- [6] Deo N, Pang C. Shortest path algorithms: taxonomy and annotation[J]. Networks, 1984, 14(2): 275-323.
- [7] Ye Qiaohui. Application of heuristic factors in A\* algorithm[J]. Fujian Computer, 2008(3): 103-104. [叶桥会. A\*算法之启发值应用[J]. 福建电脑, 2008(3): 103-104.]
- [8] Hart P E, Nilsson N J, Raphael B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths in graphs [J]. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, 1968, 4(2): 100-107.
- [9] Wu Xueling, Du Qingyun, Ren Fu. Data organization for route-planning based on A\* algorithm [J]. Geospatial Information, 2006, 4(6): 11-13. [武雪玲,杜清运,任福. 基于A\*算法的路网数据组织[J]. 地理空间信息, 2006, 4(6): 11-13.]
- [10] Pohl I. Practical and Theoretical Considerations in Heuristic Search Algorithms [M]//Elcock E W, Michie D. Machine Intelligence, New York: Wiley, 1977, 8: 55-72.
- [11] Pearl J. Heuristic search theory: survey of recent results [C]//Proceedings of the 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Vancouver, BC, Canada: Morgan Kaufmann Publishers Inc, 1981, 1: 554-562.
- [12] Prieditis A, Davis R. Quantitatively relating abstractness to the accuracy of admissible heuristics [J]. Artificial Intelligence, 1995, 74(1): 165-175.
- [13] Zhong Min. Discussion of designing cost function of A\* algorithm[J]. Journal of Wuhan Engineering Institute, 2006, 18(2): 31-33. [钟敏. A\*算法估价函数的特性分析[J]. 武汉工程职业技术学院学报, 2006, 18(2): 31-33.]
- [14] Gao Song. Research on Heuristic Path Searching Algorithms and Efficiency/accuracy Trade-off Controlling [D]. Beijing: Institute of Geographic Sciences and Natural Resources Research. Beijing: Chinese Academic Science, 2008. [高松. 启发式路径搜索算法与效率/精度均衡控制研究[D]. 北京: 中国科学院地理科学与资源研究所, 2008.]
- [15] Huang Lijian, Li Haolin. The application of genetic plan in fitting of measurement data [J]. Process Automation Instrumentation, 2001, 22(10): 15-16. [黄丽剑,李郝林. 遗传规划在测量数据拟合中的应用[J]. 自动化仪表, 2001, 22(10): 15-16.]
- [16] Chen Zhiwei, Wang Wanliang, Wan Yuehua. Research actuality and development of genetic programming[J]. Journal of Zhejiang University of Technology, 2003, 31(2): 153-159. [陈志卫,王万良,万跃华. 遗传规划研究的现状及发展[J]. 浙江工业大学学报, 2003, 31(2): 153-159.]
- [17] Xia Yan. Theory of Genetic Programming and Its Application in Symbolic Regression [D]. Shang Hai: Shang Hai Jiao Tong University, 2007. [夏炎. 遗传规划理论及其在符号回归中的应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2007.]
- [18] Pohl I. Heuristic search viewed as path finding in a graph[J]. Artificial Intelligence, 1970, 1(3): 193-204.
- [19] Wang Xiaoping, Cao Liming. Genetic programming and its applications in the symbolic regression [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2001, 29(10): 1200-1204. [王小平,曹立明. 遗传程序设计及其在符号回归问题中的应用[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2001, 29(10): 1200-1204.]