

中图法分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)12-1818-08

论文索引信息: 彭小新, 唐月红. 自适应 T 样条曲面重建 [J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(12): 1818-1825

自适应 T 样条曲面重建

彭小新, 唐月红

(南京航空航天大学理学院, 南京 210016)

摘要: 为了进行快速高精度的曲面重建, 提出了一种新的基于 T 样条的曲面自动重建算法。由于 T 样条控制网格具有特殊性质, 因此在使用 T 样条进行曲面重建时, 一个关键的问题是如何构造好一个 T 网格。该新算法在进行曲面重建时, 用三角网络的参数化方法, 先将数据点同胚映射到平面, 然后再利用平面四叉树细分的方法将无结构散乱数据自动生成合理有效的 T 网格, 最后将曲面重构模型转化为最优化问题, 并由最小二乘法求解, 同时在误差较大的区域辅以 T 样条的局部修正, 以使重建曲面与原网格面的最大误差小于指定的误差值。由于该新的曲面重建方法是一个基于细节的重建方法, 因此采样点密集区域所插入的 T 网格点也就相应地增多, 这样既抓住了网格曲面的特征, 又能很好地减少过多的 T 网格控制顶点, 这就提高了算法效率。另外, 该新算法还具有高效、易操作、能适应复杂曲面重建、曲面自动生成且满足相应精度要求等优点。重构结果显示, 该新的曲面重建算法不仅重构应用范围广, 且重构精度高。

关键词: T 样条; T 网格; 拟合; 曲面重建

Automatic reconstruction of T-spline surfaces

PENG Xiaoxin, TANG Yuehong

(Science Institute, Nanjing University of Aeronautics Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract: A new procedure for reconstructing a smooth parametric surfaces using T-Splines from a triangulation mesh was present in this paper. In our solution, a key ingredient is that the scheme for automatically extract a quad-dominant control mesh (T-mesh) and a parameterization of the data points over the T-mesh. We use the discrete conformal parameterization as the solution of choice for mapping the 3D triangular mesh to a 2D domain, and we partition this two dimensional space by recursively subdividing it into four quadrants, then automatically constructing the T-mesh that we need for the reconstructing. By using least square approximation we can get the control point of the surface and finish our algorithm until the approximation error below a specified threshold. We use adaptive refinement of the T-mesh in order to satisfy user-specified error tolerances and demonstrate our method on real data.

Keywords: T-spline; T-mesh; fitting; surface reconstruction

0 引言

众所周知, 创建自由型曲面一直是计算机辅助几何设计的一个挑战性课题, 曲面重建是指先运用激光测距扫描器、医学成像仪等 3 维数据采样设备采集 3 维数据点; 然后从这些采样的部分信息来恢

复原始曲面几何模型的过程。网格曲面到参数曲面的重建是逆向工程中的高端问题, 其重建质量的好坏直接关系到重建结果的实用化程度。传统的基于 B 样条参数化曲面重构已有大量的研究工作和文献资料^[1]。然而由于传统的 NURBS 曲面 (B 样条曲面) 控制网格的控制顶点需整行整列地规则摆放, 这就对其在实际应用时有了更多的限制性, 从而使

基金项目: 国家自然科学基金项目 (10772082)。

收稿日期: 2009-02-11; 改回日期: 2009-09-08

第一作者简介: 彭小新 (1984—), 男。南京航空航天大学硕士研究生。从事 CAGD 研究。E-mail: xiaoxin@nuaa.edu.cn。

得 NURBS 曲面在实际造型中的控制点冗余度很大,且自由度不高,这往往只是由于要保持控制网格的矩形拓扑结构而加入了过多的控制顶点,从而给后继的数据处理带来了许多的不便;另外,对控制网格的局部修正操作代价高,因为为了插入一个控制顶点进行修正,同时又要保持其仍就是一个 B 样条曲面的控制网格,所以就必须要向控制网格里面加入成排成列的控制顶点;在进行多张 B 样条曲面的合并时,也因其网格拓扑条件的限制而变得十分困难等。Sederberg 等人提出的 T 样条方法允许出现 T 节点^[2],是一种新的参数曲面表示方法,这种 T 样条曲面可视为允许 T 型节点的 B 样条曲面,其在继承 B 样条曲面优点的基础上,又允许很多非常有价值的操作:比如控制网格的生成简单、控制网格的局部细化、多张样条曲面的高效合并,其可以容易地转化为 B 样条曲面,以便应用到当前计算机辅助设计(CAD)系统等。T 样条还有一个很特别的性质就是它是一种基于点的 B 样条(PB),由于这种样条除去奇异点处之外的每一个控制点都有一个基函数与之对应,从而使 T 样条曲面在非奇异点处有一个统一的表达式,这也为曲面的重建等相应的分析与处理带来了极大的方便。但当前有关 T 样条曲面重建的研究仍显不足。

如今有关 T 样条技术的研究较为活跃,已有相当多的文献给出了 T 样条理论方面和应用方面的研究成果。Sederberg 等人提出了 T 样条控制点简化与局部细分算法^[3-4],并完善了 T 样条的理论框架。T 样条既具备了传统张量积曲面的许多良好特性(如紧支性、连续性),又增强了表示形式的灵活性与有效性,因此较传统的张量积方法更为灵活,能适用于更一般的拓扑结构。特别地,该曲面很容易将不同节点序列的张量积 B 样条曲面片拼接。Deng Jiansong 等人给出了 T 样条基的线性无关性的证明,进一步完善了 T 样条的理论框架^[5]。文献[6-8]等给出 T 样条在 3 维情况下的推广。这些都为当前 T 样条技术的研究与应用注入了新的活力,引起了 CAD 领域内学者的普遍关注。

对于简单拓扑结构的数据点(如 z-map,地形数据等)为了构造相应的 T 网格,只需将所有的点投影到 xy 平面就可以了,文献[9]给出了拟合 z-map 数据点的方法,其主要应用于 z-map 等拓扑简单的情形。由于给出的初始 T 网格面非常粗糙,因此虽然经过若干步的迭代可对初始网格进行加细,但这样要达到相应的精度就可能要进行多次迭代,而这

个迭代过程是非常消耗资源的。通过 periodic global parameterization(PGP)^[10]的参数化方法,文献[11]给出了拟合任意拓扑结构的 T 样条曲面。文献[8]通过将 T 样条推广到 3 维的情况,即在 3 维情况下,通过求取隐式 T 样条曲面来进行 T 样条曲面的重建,较好地解决了任意拓扑面的几何重建工作,但由于 T 样条在 3 维情况下的控制点的插入与删除方法还未相应提出,使得 T 样条变成了仅允许 T 节点的曲面,由于许多局部性质缺失,从而导致其实用性和灵活性的下降。

本文应用 T 样条这一新的曲面造型表示技术,同时应用网格曲面的参数化及四边网格化对基于 T 样条的曲面自动重建进行了深入的研究,并给出了相应的曲面重建算法。

1 T 样条和 T 网格

在 2003 年召开的 SIGGRAPH 会议上, Sederberg 等人推广了参数张量积曲面,首次提出 T 样条与 T-NURCCs^[2],同时引进了一种基于点的样条——PB-splines,用来代替传统的基于网格的样条。在 PB-splines 里没有控制网格的概念,但在其每个控制顶点上定义一个基函数,因为每个基函数的节点向量与其他基函数的节点向量相互间完全独立,所以 PB-splines 非常灵活。PB-splines 的方程为

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m q_i B_i(u, v)}{\sum_{i=0}^m B_i(u, v)} \quad (u, v) \in D \quad (1)$$

式中 q_i 为相应的控制顶点。基函数定义为

$$B_i(u, v) = N^3[\mathbf{u}_i](u)N^3[\mathbf{v}_i](v) \quad (2)$$

$N^3[\mathbf{u}_i](u)$, $N^3[\mathbf{v}_i](v)$ 为三次 B 样条基函数,其节点向量分别为 $\mathbf{u}_i = [u_{i,0}, u_{i,1}, u_{i,2}, u_{i,3}, u_{i,4}]$ 和 $\mathbf{v}_i = [v_{i,0}, v_{i,1}, v_{i,2}, v_{i,3}, v_{i,4}]$ 。

T 样条是在 PB-splines 的基础上加上一定限制条件的特例,其控制顶点满足一定的关系,并通过 T 网格描述。T 网格是一种允许 T 节点的矩形网格,其不仅能够更好地组织起各控制顶点,并能为基函数传递节点信息。在 T 网格中,又以节点区间来保存节点信息,节点区间值是一个与每条边相关连的一个非负数。每个基函数的节点向量都是由这些节点区间值来确定。本文选择 T 样条作为曲面重建的表示形式,主要有以下优点:

1) T 样条的控制网格的建立相对于 B 样条控制网格的建立更加容易也更加灵活;

- 2) 允许 T 节点可使得其有灵活的局部修改性;
- 3) 除奇异点外, T 样条曲面有一个统一的表达式, 而且使用 T 样条能够得到一张完整的样条曲面, 这样就为拟合带来了统一处理的方便;
- 4) T 样条曲面有 C^2 阶的连续性, 并且能与 NURBS 曲面间实现转换。

2 LSCM

曲面参数化是 CAD 中的一个相当活跃的研究领域, 因为其在计算机图形处理中有着相当多的应用, 如纹理映射、模型变换变形、曲面重建、重新网格化和网格修正等。曲面参数化是一个由 3 维到 2 维的一个可逆变换。三角网格面也是计算机图形学里面很常用的一种网格面。由于后续章节会多次提到三角网格, 所以在先给出相应三角网格符号的说明, 本文以 $\mathbf{p} = (x, y, z)$ 来表示 3 维欧氏空间 \mathbf{R}^3 中的点, 用 $\mathbf{u} = (u, v)$ 来表示平面上的点, 特别地可用其来表示参数化平面上的点, \mathbf{T} 表示三角形的集合, 点间的线段用 $\mathbf{e} = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ 来表示, 三角形用 $\mathbf{t} = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)$ 来表示, 三角网格用 $\mathbf{S}_T = [\mathbf{V}, \mathbf{E}, \mathbf{T}]$ 来表示, 其中 $\mathbf{V} = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n)$, $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_l)$, $\mathbf{T} = (\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_m)$ 分别代表顶点集合, 边集合以及三角形集合。

对于本文的曲面重建而言, LSCM (least squares conformal maps)^[12] 所具有的既保角又保面积的自由边界参数化方法就能够很好地满足所要求, 其实现过程又是通过求解非线性超定方程来实现, 这可用预处理的共轭梯度法很快地求解。下面给出 LSCM 方法的线性方程系统的构建。

对于一个三角网格 $\mathbf{S}_T = [\mathbf{V}, \mathbf{E}, \mathbf{T}]$, 在每一个三角形上都可以给出一个局部正交基, 在这组基下三角形的 3 个顶点都有一个相应的局部坐标 $\mathbf{z}_1 = (x_1, y_1)$, $\mathbf{z}_2 = (x_2, y_2)$, $\mathbf{z}_3 = (x_3, y_3)$ 。设 S 为三角网格所在的曲面, 即有 $\mathbf{p}_i = S(u_i, v_i)$, 则当 S 的逆映射 $U: (x, y, z) \rightarrow (u, v, 0)$ 作用在三角网格上的局部坐标系上时, 就会有如下 Cauchy-Riemann 等式

$$\frac{\partial S}{\partial u} - i \frac{\partial S}{\partial v} = 0 \text{ 或 } \frac{\partial U}{\partial x} + i \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

LSCM 参数化方法用于生成一个保形离散逼近参数映射。其方法是基于上面 cauchy-Riemann 等式的最小平方逼近, 目标映射 U 的保形能量函数 ξ_c 以最小化角度扭曲定义如下:

$$\xi_c(\mathbf{t}) = \int_{\mathbf{t}} \left| \frac{\partial U(\mathbf{t})}{\partial x} + i \frac{\partial U(\mathbf{t})}{\partial y} \right|^2 dt \quad (4)$$

\mathbf{t} 为 \mathbf{T} 中的一个三角形。最终可写为如下一个线性方程:

$$(\mathbf{z}_2 - \mathbf{z}_1)(\mathbf{u}_3 - \mathbf{u}_1) = (\mathbf{z}_3 - \mathbf{z}_1)(\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \mathbf{z}_3$ 分别为相应的局部坐标点 (已知量), $\mathbf{u}_1 = u_1 + iv_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ 为相应点的参数值 (待求量)。

将所有三角形上的能量相加, 所得的最终能量方程为

$$\xi_c = \sum_{\mathbf{t} \in \mathbf{T}} \xi_c(\mathbf{t}) \quad (6)$$

要最小化 ξ_c , 即是求解 $|\mathbf{T}|$ 个如式 (5) 所示的超定线性方程组, 其中 $|\mathbf{T}|$ 为三角形集合 \mathbf{T} 中三角形的个数。最后利用预处理共轭梯度法来求解线性方程组, 即可得到相应的参数化值。

3 构造 T 网格

T 网格的构造步骤为: 首先对输入的三角网格数据点进行预处理, 如三角网格的简化, 这样就可以消去重建过程中的过多的数据点, 以加快重建速度。

在本文的处理中, 输入的数据为三角网格 $\mathbf{S}_T = [\mathbf{V}, \mathbf{E}, \mathbf{T}]$, 先通过 LSCM 参数化将 $\mathbf{S}_T = [\mathbf{V}, \mathbf{E}, \mathbf{T}]$ 映射到 2 维平面, 与直接投影到一个平面的方法相比, 经过参数化后的网格能减少几何变形。这样经 LSCM 参数化后所建的平面网格就更加自然, 而且也更满足重建复杂拓扑信息的曲面要求, 其所形成的 T 网格更加合理。然后在此 2 维平面上本文利用四叉树细分的方法把其细分为四边块。细分的步骤如下:

- 1) 定义一个细分的最大次数, 以控制细分四边块的数量;

- 2) 定义一个最大容量值 T (阈值)。它是控制每个小四边块里所包含点数的最大值;

- 3) 计算每个四边块里所包含的点数, 如果其值大于阈值 T , 则将这个四边块细分一次, 具体地就是在这个四边块中间插入一个点, 再连接此插入点与 4 条边的中点, 即可将原边块形细分成 4 个新的子四边形;

- 4) 重复步骤 3), 直到所有的小四边块里所含的点数小于阈值 T 。图 1(a) 为一个输入的三角网格, 图 1(b) 中小黑点为相应的 LSCM 参数化结果, 网格线为平面四叉树细分结果。一个完整的 T 网格包括相应的控制顶点、T 网格面、网格边和相应的边权值, 为了自动构造出合理高效的初始 T 网格, 就需生成相应的初始 T 网格点、边、面及边权值。对于初始三

角化网格面 $S_T = [V, E, T]$ 参数化后的平面点集,再用平面四叉树的细分过程来生成初始 T 网格。

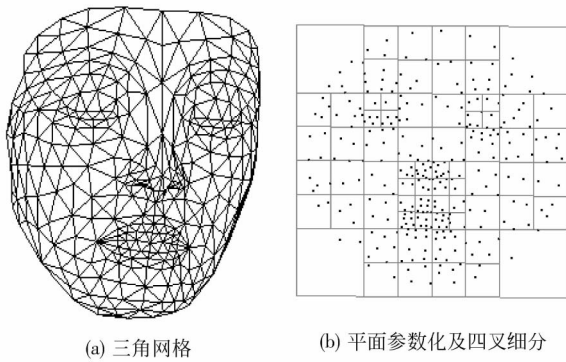


图 1 三角网格参数化及四叉细分

Fig. 1 Input mesh & quadtree

理论上说, T 网格的生成并无相应的约束,在满足 T 网格的定义^[2]下可以任意给出,因为 T 样条是一种 PB 样条,其控制顶点之间相对独立,每个点对应一个基函数。为了充分描述原曲面的相应几何特征,以便提高曲面重建的质量和减少重建资源消耗,在采样点密集的地方需要插入更多的控制顶点。具体地就是在四叉树细分过程中,对于点密集的区域细分次数相应增加(如图 1(b)所示),可以通过一个小面片里所包含点的最大个数是否大于给定阈值 T 和是否达到细分的最大次数来控制四叉树细分。平面四叉树自动生成 T 网格的步骤如下:

1) 将四叉树的所有节点插入 T 网格中作为 T 网格的控制顶点,因其控制顶点是待求量,所以这里只要记录下 T 网格的控制顶点数目即可;

2) 在 T 网格中加入四叉树的所有四边块面,并在这些面内加入相应的 T 节点;

3) 迭代所有 T 网格中的面,将所有的边加入到 T 网格中,并给每条边赋予一个非负值(节点区间值),此非负值可以为这条边在参数平面上的长度;

4) 给 T 网格加入相应的虚边,并给虚边赋予一非负值。经过上述步骤后得到的 T 网格如图 2 所示。由于 T 样条它允许出现若干个 T 节点,因此在每个点处都必须有一个局部坐标系,以此坐标系即可得到每个控制顶点的相应参数向量,进而得到 T 样条基函数。所以在具体的实现过程中,本文对 T 网格除了要保存相应的顶点(vertex)、边及边权值(edge,这里的边权值为相应的节点区间距 Knot Intervals^[3])、网格面(facet)外,还要能从这个 T 网格中推导出每个控制顶点处的相应局部坐标系。

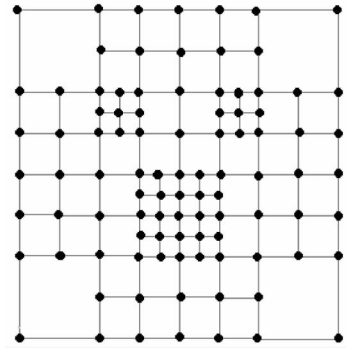


图 2 T 网格

Fig. 2 T-mesh of face

考虑到 T 网格的网格面中的顶点数目随着 T 样条控制顶点的插入与删除操作后,会相应改变,所以可将每个网格面存储在一个链表中,或者存在一个可变长度的数组中,如 `stl::list, stl::vector` 中。除奇异点外, T 网格面都是由四边形组成,而矩形的 4 条边线上并不仅有 4 个点,其还可能有 T 节点,但矩形必须有 4 个直角,本文把这 4 个直角所对应的顶点称为角点,在 T 网格中,可先给面中的点附加上一个标记信息项用来标记各点是否为角点,然后以此为探测角点再推导出各控制顶点局部坐标系的相应信息。依据 T 样条的定义,两对角点间边的权值累加之和必须相等。若一个点被 3 个面所共有,且 3 个面中以这个点为角点的面有两个,则这个点为 T 节点,若在 3 个面中都为角点,则这个点为度数为 3 的奇异点。同时也要记录好点云中各点所在的面片和到此面中两相垂直边的相对距离,以便后面优化计算的方便。

4 模型拟合

对于给定的三角网格 $S_T = [V, E, T]$ 和相应的 T 网格, $Q = (q_1, q_2, \dots, q_m)$ 为 T 网格中待求的控制顶点集, $m < n$ 。此 T 网格所定义的 T 样条曲面为

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m q_i B_i(u, v)}{\sum_{i=0}^m B_i(u, v)} \quad (7)$$

可通过相应的曲面 S 来拟合所给定的三角网格面 $S_T = [V, E, T]$, 使得网格面到曲面 S 的距离最小,即可以得到以下目标方程:

$$E_{fit}(q_1, q_2, \dots, q_m) = \sum_{i=1}^n (S(u_i, v_i) - p_i)^2 \quad (8)$$

(u_i, v_i) 为相应点云在 T 样条中的参数值。通常地,为了曲面的光滑,在曲面重建过程中加一个附加光滑能量函数

$$E_{\text{fair}}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_m) = \sum_{i=1}^n (S_{u,u}^2(u_i, v_i) + 2S_{u,v}^2(u_i, v_i) + S_{v,v}^2(u_i, v_i)) \quad (9)$$

一般情况下, $\sum_{i=0}^m B_i(u, v)$ 变化较小,在实际求二次偏导操作中,可以在计算 $S_{u,u}(u_i, v_i)$, $S_{u,v}(u_i, v_i)$, $S_{v,v}(u_i, v_i)$ 时,将曲面 $S(u, v)$ 有理项的分母忽略,这样可减少相应的计算量,并可得到以下一个新的目标能量函数

$$E(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_m) = E_{\text{fit}} + \sigma E_{\text{fair}} \quad (10)$$

这里 σ 不能设置得太大,一般取值在 0.01 到 0.1 之间。重建曲面的目标就是在最小化 E 时得到控制顶点集 \mathbf{Q} 。为求解式 (7),其等价于求解 $\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{Q} = \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{[13]}$, 矩阵 \mathbf{A} 的系数为 $a_{k,i} = B_i(u_k, v_k)$ 。再加上光滑项即有

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \sigma(\mathbf{A}_{u,u}^T \mathbf{A}_{u,u} + 2\mathbf{A}_{u,v}^T \mathbf{A}_{u,v} + \mathbf{A}_{v,v}^T \mathbf{A}_{v,v})) \mathbf{Q} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \quad (11)$$

$\mathbf{A}_{u,u}, \mathbf{A}_{u,v}, \mathbf{A}_{v,v}$ 的系数 (a_{ki}) 为相应基函数的二阶偏导 $B_{i,u,u}(u_k, v_k), B_{i,u,v}(u_k, v_k), B_{i,v,v}(u_k, v_k)$, 解此线性方程即可得到相应的 T 样条曲面的控制顶点集 \mathbf{Q} , 进而即可得到 T 样条曲面。

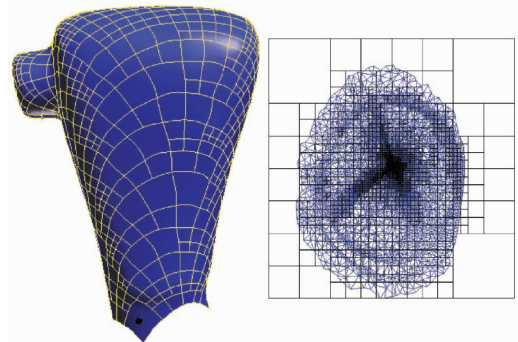
5 T 样条的插值

在上节所述的拟合过程中,如果给定 m 个点 $\{d_i, i=1, 2, \dots, m\}$, 要使得如下 $m \times m$ 阶线性方程组成立:

$$S(u_i, v_i) - d_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

则原始拟合问题就变成了插值于给定点的插值问题。在 B 样条曲面或 Bezier 样条曲面的插值中算法,往往是先给出一个呈拓扑矩形阵列的数据点 $d_{i,j} (i=0, 1, \dots, k; j=0, 1, \dots, l)$, 然后再进行曲面的反算,反算时,为避免在计算机上因求解庞大方程组所带来的困难而不将插值问题表达为一个求解未知控制点集 $\{\mathbf{q}_{i,j}\}$ 的线性方程组,一般地,可将反算曲面的过程化解为两阶段的曲线反算问题,具体的可参见文献[14]。在本节中的 T 样条插值中,因 T 样条的控制顶点相对 B 样条而言,明显减少,故减轻了计算的压力。另外,由于所给的插值点不用呈拓扑矩形结构,从而给曲面的插值带来了很大的灵活性,这就可以在 T 样条网络里插入任意的网格顶点,以满足曲面插值的要求。

图 3 为一个机械手柄的 T 样条插值示例。插值时,对原始网格进行参数化,先得到图 3(b) 中的三角网格,然后再由二叉树细分这个参数平面,即得到图 3(b) 中的黑色四边 T 网格,在本文的插值算法中,为得到每个控制顶点的插值点 d_i , 需先找出在参数平面上每个控制顶点 \tilde{d}_i 落在哪个平面三角形 $\tilde{t}_{i,j,k}$ 中(图 3(b) 三角网格), $\tilde{t}_{i,j,k}$ 在参数化的逆映射下对应原 3 维空间中的三角形为 $t_{i,j,k}, p_i, p_j, p_k$ 为相应 3 维空间中的点,最后计算出点 \tilde{d}_i 在三角形 $\tilde{t}_{i,j,k}$ 中的重心坐标 (x_c, y_c, z_c) , 最后再以重心的加权平均值作为插值点 $d_i, d_i = p_i x_c + p_j y_c + p_k z_c$ 。若要对其进行编辑,例如插入顶点或删除顶点,则利用 T 样条的局部修正算法便可实现。图 3(a) 与图 3(b) 中的 T 样条有 1073 个控制顶点,有 T 网格面 883 个,插值所用时间为 9.04 s,原三角网格有 21878 个网格顶点。



(a) T 样条曲面

(b) 参数平面上的 T 网格

图 3 T 样条的插值

Fig. 3 Interpolate of T-spline

6 局部修正

在曲面生成后,再检测所生成的曲面是否满足相应的误差要求,即在经过上面最小化目标方程 $E(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3)$ 后得到的 T 样条曲面 S 上,给定一个容许误差 $\varepsilon > 0$, 以及三角网格上的任何一个顶点与曲面的距离 $d(p_i, S) \leq \varepsilon$ 。如果重建后的曲面 S 与原三角网格面间没有满足误差要求,则对 T 网格进行控制顶点的局部编辑操作。T 样条的局部节点插入算法^[3]如下:

- 1) 在 T 样条网络中插入一个新的控制顶点;
- 2) 如果存在一个基函数不能从当前 T 网格中得出其相应的节点值,则对此基函数进行相应的节点插入;

3) 如果存在一个基函数,它有一个节点在 T 网格中找不到相应的控制顶点与之对应,则对此网格进行相应的控制顶点插入;

4) 重复步骤 2) 和步骤 3) 操作,直到没有新的节点与控制顶点的插入。

在重建曲面误差检测过程中,当发现某局部区域误差大于 ε ,则只对此局部区域进行网格控制点的插入,以形成一个新的 T 控制网格,为简化相应的插入算法,可以先找到误差超过阈值的对应网格面,然后再对这些网格面进行分割操作,即将一个网格面分解成两个更小的面,这样所需的插入操作将会大大减小。分割网格面可以按如下规则进行:如果这个矩形网格面中有 T 节点,则从这个 T 节点处对其进行分割,如果没有 T 节点,则对此矩形面从其边长较长的一边的中点处进行分割。在 T 网格中,这样的分割一次最多引入两个控制点。分割过程中,相应边的边权值也要相应改变。经过节点插入算法之后即可得到一个新的控制网格,进而可生成新的更精确的重建 T 样条曲面。

若在误差检测中发现误差过大或不满足误差要求的区域过多,则可能要经多步的分割操作,这样将因产生大量的重复计算而消耗过多资源。考虑到在生成初始 T 网格时,由于采用的是四叉树细分方法,所以只要回到四叉树生成 T 网格的过程,即可在细分时,先把每个小面片内所包含的参数点数目减小,进而生成一个更密集的 T 网格,然后再一次利用优化方法反求控制顶点来得到新的 T 样条曲面。

7 算法与示例

此节描述了重建算法的总体结构,并给出 3 个实例。具体由如下几个步骤:

1) 对输入的三角网格 $S_T = [V, E, T]$, 利用 LSCM 参数化^[12]的方法将其同胚映射到平面上;

2) 对于 2 维平面上的参数化点,先利用四叉树细分的方法自动生成合理有效的 T 网格,然后自动给网格边赋予边权值和给 T 网格加上边界条件(虚边及其权值);

3) 用以上两步已生成好了的 T 网格所定义的 T 样条(控制顶点待求)和拟合三角网格模型来构造出相应的最优化模型,并用最小二乘法求得 T 样条的控制顶点;

4) 对于由第 3 步所得的 T 样条曲面与原始三角网格 $S_T = [V, E, T]$ 进行分析,看是否满足相应的精度要求,当重建曲面到点云间的距离大于给定的

阈值的区域,则利用局部插入控制顶点的方法对 T 网格进行加细,再回到第 3 步生成新的曲面,直到曲面上的所有区域都满足于精度要求。

将此方法应用于几个实际的网格模型重建,用来显示本文算法的重建结果及效率。图 4(a) 为初始输入的三角网格模型 Mannequin,其网格点数为 6 746。图 4(c) (d) 为最终生成的 T 样条曲面,重建的最大误差为 0.631 837%。图 4(b) 为 Mannequin 模型的 T 网格。网格控制顶点数为 1 004。拟合所用的时间为 33.224 s。从图 4 可见,在网格细节丰富处,如耳朵处的 T 网格控制点数因四叉细分而变得更多,使之能达到拟合的精度。

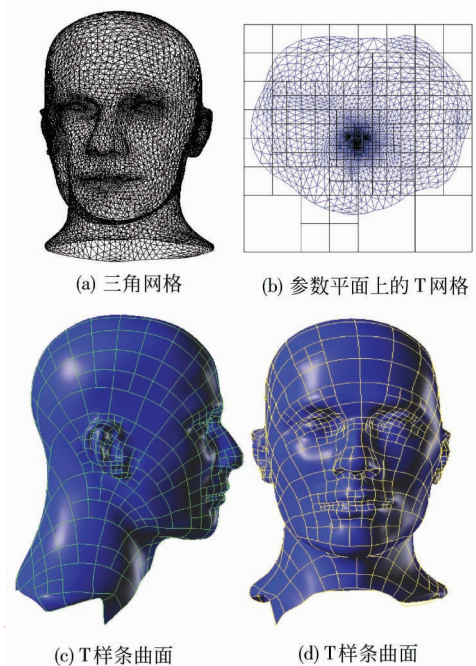


图 4 Mannequin 模型拟合

Fig. 4 Mannequin fitting

图 5 为 Ear 模型的重建,网格点数为 39 452,图 5(c) 为最后生成的 T 样条曲面。图 5(b) 为 Ear 模型 T 网格,其控制顶点数为 2 011。拟合的最大误差为 2.3%。拟合所用的时间为 119 s。

图 6(a) 为 Vesus 初始网格模型,网格点数为 26 218,图 6(b) 为最后生成的 T 样条曲面,最大误差值为 0.339 101%。图 6(c) 为 Vesus 模型的 T 网格,其控制顶点数为 1 700。拟合所用的时间为 89.235 s。图 7 为 Bunny 模型,使用 HLSCM 参数化方法和本文的重建算法得到的 T 样条曲面。图 7(a) (b) 分别是 Bunny 模型拟合的前视与后视图。

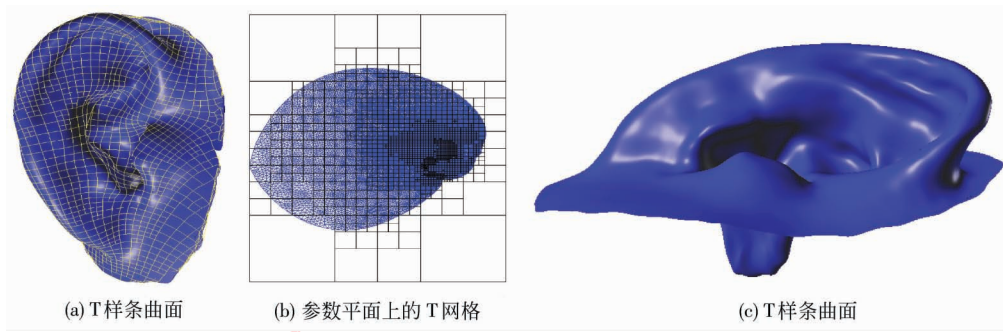


图 5 Ear 模型拟合

Fig. 5 Ear fitting

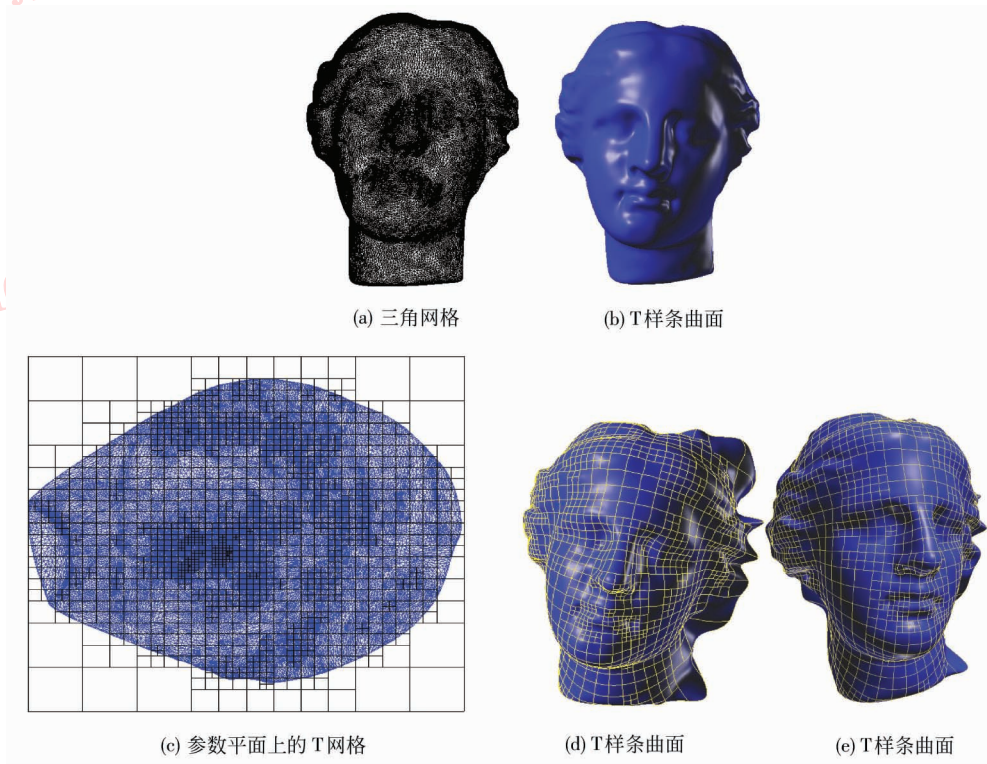


图 6 Vesuvius 模型拟合

Fig. 6 Vesuvius fitting

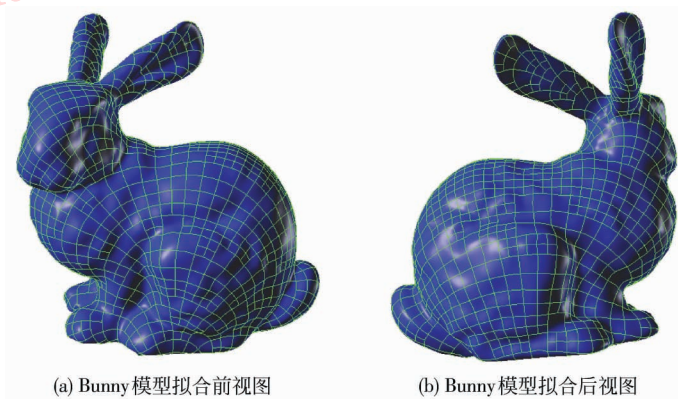


图 7 Bunny 模型拟合

Fig. 7 Bunny fitting

8 结 论

本文给出的方法具有易操作、能适应复杂曲面重建和曲面能自动生成,且满足相应精度要求等优点。不足之处是,所生成的 T 网格没有应用到相应的曲率信息,且要先相应参数化,致使重建的时间大部分都用来做网格参数化了。以后的改进方向,一方面是 T 网格的非参数化生成;另一方面,由于网格参数化的限制,致使重建曲面对网格拓扑结构要求的较高,不能重建亏格大于 1 的网格模型,只能对这样复杂的网格模型先进行分割,然后再拟合各分割部分,最后再通过混合曲面来生成复杂的网格模型,这个也是今后考虑的问题之一。

参考文献 (References)

- [1] Hornung A, Kobbelt L. Robust reconstruction of watertight 3D models from non-uniformly sampled point clouds without normal information [C] // Proceedings of Eurographics Symposium on Geometry Processing (SGP2006), Aire-la, Geneva, Switzerland-Ville: Eurographics Association, 2006: 41-50.
- [2] Sederberg T W, Zheng J, Bakenov A, et al. T-splines and T-NURCCS [J]. ACM Transactions on Graphics, 2003, 23(3): 161-172.
- [3] Sederberg T W, Cardon D L, Finnigan G T, et al. T-spline simplification and local refinement [J]. ACM Transactions on Graphics, 2004, 23(3): 276-28.
- [4] Wang Yimin, Zheng Jianmin. Control point removal algorithm for T-spline surfaces [C] // Proceedings of Geometric Modeling and Processing. Pittsburgh, PA, USA: GMP, 2006: 385-396.
- [5] Deng Jiansong, Chen Falai, Feng Yuyu. Dimensions of spline spaces over T-mehes [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2006, 194 (2): 267-283.
- [6] Li Xin, Deng Jiansong, Chen Falai. Surface modeling with polynomial splines over hierarchical T-meshes [J]. The Visual Computer, 2007, 23(12): 1027-1033.
- [7] Yang H, Fuchs M, Jüttler B. 3D shape metamorphosis based on T-Spline level sets [J]. The Visual Computer, 2007, 23(12): 1015-1025.
- [8] Tong Weihua, Feng Yuyu, Chen Falai. A surface reconstruction algorithm based on implicit T-spline surface [J]. Journal of Computer-aided Design & Computer Graphics, 2006, 18(3): 358-365. [童伟华,冯玉瑜,陈发来.基于隐式 T 样条的曲面重构算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2006, 18(3): 358-365.]
- [9] Zheng J, Wang Y, Seah H S. Adaptive T-spline surface fitting to z-map models [C] // Proceedings of the 3rd International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques in Australasia and South East Asia. New York, USA: GRAPHITE, 2005: 405-411.
- [10] Rayn N, Li W C, Levy B, et al. Periodic global parameterization [J]. Accepted Pending Revisions, 2006, (4): 1460-1485.
- [11] Li Wan Chiu, Ray Nicolas, levy Bruno. Automatic and Interactive Mesh to T-Spline Conversion [C] // Proceedings of Eurographics Symposium on Geometry Processing. Sardinia, Italy: Eurographics Association Publisher, 2006: 191-200.
- [12] Levy B, Petitjean S, Ray N, et al. Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation [C] // Proceedings of ACM SIGGRAPH. San Antonio, Texa, USA: ACM Press, 2002: 362-371.
- [13] Li Wanchiu. Conversion Automatique de Maillages en Surfaces Splines. Ph. D. Thesis [D]. Institut National Polytechnique de Lorraine. Departement de Formation Doctorale en Informatique. INPL, November, 2006.
- [14] Shi Fazhong. Computer Aided Geometric Design and Nonuniform Rational B-spline [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001. [施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.]