

中图分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)03-0350-07

论文索引信息: 易丽娅, 鲁晓磊, 王进军, 王芙蓉. 图像复原的 Bregman 迭代双正则化方法 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(3): 350-356

图像复原的 Bregman 迭代双正则化方法

易丽娅¹⁾, 鲁晓磊¹⁾, 王进军²⁾, 王芙蓉¹⁾

¹⁾ (华中科技大学电子与信息工程系, 武汉 430074) ²⁾ (EPSON 研究和发公司, 圣荷塞, 加利福尼亚, 95131)

摘要: 正则化图像复原最终会导致一个大规模优化问题, 提出了一种基于 Bregman 迭代双正则化的图像复原方法。该方法中目标函数同时考虑总变分正则化和小波域稀疏正则化, 在 Bregman 框架下解决图像复原问题, 并且给出了用于解该问题的分裂 Bregman 迭代算法。该算法将复杂的优化问题转化为几十次简单的迭代加以解决, 每次迭代只需几次快速傅里叶变换和收缩操作即可。实验结果表明, 提出的复原算法不论从客观改善信噪比还是主观视觉, 都能取得很好的效果。同时与目前的复原算法相比, 该算法有更快的收敛速度。

关键词: 图像复原; Bregman 迭代; 正则化; 总变分; 小波

Image restoration based on Bregman iterative double regularization

Yi Liya¹⁾, Lu Xiaolei¹⁾, Wang Jinjun²⁾, Wang Furong¹⁾

¹⁾ (Department of Electronics & Information Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074 China)

²⁾ (EPSON Research and Development, San Jose, CA, 95131, USA)

Abstract: To handle the large-scale optimization problem caused by regular image restoration, this paper introduces a novel image restoration method based on Bregman iterative double regularization. In this method, the designed objective function considers both the total variation regularization and the wavelet domain sparsity constraint, and solves the problem under Bregman framework with the split Bregman iterative algorithm. The algorithm converts the complex optimization problem to several iterations, each of which requires only several simple Fast Fourier Transformations and shrinkage operations. The experimental results show that the proposed method improves both the objective SNR and the subjective perceptual image quality with a faster convergence rate compared to existing approaches.

Keywords: image restoration; Bregman iteration; regularization; total variation; wavelet

0 引言

图像复原研究的主要问题是根据观测退化图像复原出原始的高质量图像。一般情况下, 观测退化图像可通过下述的退化模型生成

$$f = Hu + n \quad (1)$$

这里, f 表示观测图像, H 是由点扩展函数 h 构成的循环卷积矩阵, u 是未知的原始图像, n 表示噪声,

假设 n 为服从均值为 0、方差为 σ^2 的高斯分布。图像复原是一种反问题, 具有病态性质, 因此需要引入原始图像的先验信息, 以使问题良态化, 这即为图像复原的正则化处理框架。正则化图像复原的基本思想是通过最小化如下目标函数进行求解, 即

$$u = \underset{u}{\operatorname{argmin}} \{Q(u, f) + \alpha J(u)\} \quad (2)$$

式(2)右端第 1 项 $Q(u, f) = \|Hu - f\|_2^2/2$ 表示保真项, 保证原始图像经模糊后和观测图像的距离足够小; 第 2 项 $J(u)$ 表示正则化项, α 表示正则化参

收稿日期: 2009-08-10; 修回日期: 2009-10-20

第一作者简介: 易丽娅(1978—), 女, 讲师。华中科技大学电子与信息工程系信息与通信工程专业在读博士研究生, 主要研究方向为图像复原及超分辨率。E-mail: yily@mail.hust.edu.cn。

数。研究图像复原有两个关键问题:其一是建立一个能较准确描述图像特征的正则化函数,其二是快速收敛的最小化算法设计。较早的图像复原方法假设正则化函数为 u 的二次函数,即 Tikhonov 正则化方法,维纳滤波和约束最小二乘方法都属于此类^[1]。Tikhonov 正则化方法复原图像在计算上特别有效,但复原图像会产生寄生波纹和边缘模糊。进一步的发展是总变分(TV)正则化图像复原方法^[2-5]和基于小波域稀疏模型的图像复原方法^[6-9]。由于不同的正则化函数仅能刻画图像的某种特定特征,近年来提出的组合多种正则化函数的图像复原方法能取得更好的复原效果^[10-12]。组合多种正则化方法虽然能够提高图像复原质量,但同时导致了复原算法的复杂度增大,计算速度较慢等问题。

提出的复原方法与以上方法有所不同。首先提出了一种基于 Bregman 迭代双正则化技术的图像复原框架;其次,为了有效的最小化目标函数,采用分裂 Bregman 迭代算法解决,实验表明该算法能够快速收敛到问题的解。

1 Bregman 迭代正则化方法

Bregman 迭代法主要解决下述约束优化问题:

$$\min J(u) \quad \text{s.t. } Q(u, f) = 0 \quad (3)$$

式中, $J(u)$ 和 $Q(u, f)$ 是凸函数且 $Q(u, f)$ 可微。引入 Bregman 距离

$$D_j^p(u, v) = J(u) - J(v) - \langle p, u - v \rangle \quad (4)$$

这里, $p \in \partial J(v)$ 表示次梯度,由于 $J(\cdot)$ 为凸函数,故有 $D_j^p(u, v) \geq 0$ 。传统图像复原方法仅需要最小化式(2)求解即可, Bregman 迭代正则化方法与之不同,该正则化方法将式(3)的约束优化问题转化为最小化一系列目标函数求解^[13],即

$$\begin{aligned} u^{k+1} = \operatorname{argmin}_u \{ & D_j^p(u, u^k) + \mu Q(u, f) \} = \\ & \operatorname{argmin}_u \{ J(u) - J(u^k) - \langle p^k, u - u^k \rangle + \\ & \mu \| Hu - f \|_2^2 / 2 \} \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\mu = 1/\alpha$, 初值设置为 $p^0 = 0, u^0 = 0$ 。优化式(5)可得 $0 \in \partial J(u^{k+1}) - p^k + \mu H^T(Hu^{k+1} - f)$, 从而有 $p^{k+1} = p^k - \mu H^T(Hu^{k+1} - f)$, 由此可得到式(6)所示的 Bregman 迭代算法:

$$\begin{cases} u^{k+1} = \operatorname{argmin}_u \{ J(u) - J(u^k) - \langle p^k, u - u^k \rangle + \\ \mu \| Hu - f \|_2^2 / 2 \} \\ p^{k+1} = p^k - \mu H^T(Hu^{k+1} - f) \end{cases} \quad (6)$$

由于 $p^0 = 0$, 根据式(6)第2项递推可得 $p^k = -\mu H^T \sum_{i=1}^k (Hu^i - f)$, 将其代入式(6)第1项,经整理,可得式(7)所示的简洁形式

$$u^{k+1} = \operatorname{argmin}_u \{ J(u) + \mu \| Hu - f + \sum_{i=1}^k (Hu^i - f) \|_2^2 / 2 \} \quad (7)$$

式(7)可改写为式(8)所示的等价迭代格式

$$\begin{cases} u^{k+1} = \operatorname{argmin}_u \{ J(u) + \frac{\mu}{2} \| Hu - f + v^k \|_2^2 \} \\ v^{k+1} = v^k + (Hu^{k+1} - f) \end{cases} \quad (8)$$

式中,初始值 $v^0 = 0, u^0 = 0$ 。传统的正则化图像复原方法对正则化参数的选取很严格,若正则化参数 α 较大,则复原的图像往往过于平滑,损失细节。而 Bregman 迭代正则化技术能够避免这种缺陷,根据式(7)(8)两式可知, Bregman 迭代法在每次迭代过程中将损失的细节信息 v^k 反馈到原始目标函数中,从而能够有效避免复原图像过于平滑。

2 分裂 Bregman 迭代复原算法

由前文分析可知,图像复原问题最终转化为一个大规模的凸目标函数的最小化问题,设计一个快速的凸优化算法是保证复原方法用于实时处理的根本保证。目前已提出很多复原图像的优化算法,如 EM 类算法^[7, 9]、最小优化算法^[4, 8]、去相关算法^[10]及两步迭代算法^[14]等。采用分裂 Bregman 迭代算法进行图像复原,该算法已用于图像去噪和压缩传感^[15],将其用于图像复原问题。根据图像复原的不同正则化方式,如式(2)的无约束最小化和式(3)的约束最小化问题,又可分为无约束分裂 Bregman (UCSB) 迭代算法和约束 Bregman (CSB) 迭代算法。

首先考虑正则化函数 $J(u)$ 的选择,单独选择总变分函数和小波系数的 L1 范数都能取得较好的效果^[4-9]。但最近在图像复原和压缩感知领域(CS)的实验表明^[10-12],组合二者能够取得更好的复原效果。因此本文取正则化函数为二者的组合,即

$$J(u) = TV(u) + \| Wu \|_1 \quad (9)$$

式中, $TV(u) = \| \nabla u \|_2 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$, ∇ 表示梯度算子, u_x, u_y 表示 u 在水平和垂直方向的一阶导数, W 表示小波分析算子矩阵。取 W 为移不变小波变换,该变换是一种紧框架变换,即 $W^T W = I, W^T$ 表示小波合成算子矩阵, I 表示单位矩阵,取紧框架变换的

原因是便于后续算法的快速操作。将式(9)代入式(8)第1项,即可得基于 Bregman 迭代双正则化的图像复原方法。可以证明,经过有限次的迭代后,算法即可达到收敛状态^[13]。

对于传统正则化图像复原问题(2),将式(9)代入式(2)并简单变形,则图像复原等价于最小化下述问题

$$\min_u \{ \|\nabla u\|_2 + \|Wu\|_1 + \mu \|Hu - f\|_2^2/2 \} \quad (10)$$

若令 $d = \nabla u$, $w = Wu$, 则式(10)转化为约束优化问题,如下式所示

$$\min_u \{ \|d\|_2 + \|w\|_1 + \mu \|Hu - f\|_2^2/2 \}$$

$$\text{st } d = \nabla u, w = Wu$$

为解决上述问题,通过 Lagrange 乘子法,将其转化为无约束形式

$$\min_{u,d,w} \{ \|d\|_2 + \|w\|_1 + \frac{\mu}{2} \|Hu - f\|_2^2 + \frac{\lambda}{2} \|d - \nabla u\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \|w - Wu\|_2^2 \} \quad (11)$$

根据 Bregman 迭代策略,可得求解上述问题的分裂 Bregman 迭代算法为

$$\begin{cases} u^{k+1} = \operatorname{argmin}_u \left\{ \frac{\mu}{2} \|Hu - f\|_2^2 + \frac{\lambda}{2} \|\nabla u - d^k + b^k\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \|Wu - w^k + c^k\|_2^2 \right\} \\ d^{k+1} = \operatorname{argmin}_d \left\{ \|d\|_2 + \frac{\lambda}{2} \|d - \nabla u^{k+1} - b^k\|_2^2 \right\} \\ w^{k+1} = \operatorname{argmin}_w \left\{ \|w\|_1 + \frac{\gamma}{2} \|w - Wu^{k+1} - c^k\|_2^2 \right\} \\ b^{k+1} = b^k + \nabla u^{k+1} - d^{k+1}; c^{k+1} = c^k + Wu^{k+1} - w^{k+1} \end{cases} \quad (12)$$

式中, $d = (d_x, d_y)$, $b = (b_x, b_y)$ 。这即为 UCSB 迭代复原算法,该算法是一种传统正则化技术(如式(2))的快速算法实现。若将其代入到式(8)中的第1项,经过简单变换,可得 CSB 迭代复原算法,如下所示

$$\begin{cases} u^{k+1} = \operatorname{argmin}_u \left\{ \frac{\mu}{2} \|Hu - f + v^k\|_2^2 + \frac{\lambda}{2} \|\nabla u - d^k + b^k\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \|Wu - w^k + c^k\|_2^2 \right\} \\ d^{k+1} = \operatorname{argmin}_d \left\{ \|d\|_2 + \frac{\lambda}{2} \|d - \nabla u^{k+1} - b^k\|_2^2 \right\} \\ w^{k+1} = \operatorname{argmin}_w \left\{ \|w\|_1 + \frac{\gamma}{2} \|w - Wu^{k+1} - c^k\|_2^2 \right\} \\ b^{k+1} = b^k + \nabla u^{k+1} - d^{k+1}; c^{k+1} = c^k + Wu^{k+1} - w^{k+1} \\ v^{k+1} = v^k + Hu^{k+1} - f \end{cases} \quad (13)$$

CSB 算法是迭代正则化技术(如式(5))的快速算法实现。式(12)、(13)的主要计算复杂度在前3项,我们这里主要给出式(13)前3项的计算步骤,同样方式可用于解决式(12)前3项。对于第1项,关于图像 u 求导为零,可得下述线性方程组

$$(\mu H^T H - \lambda \Delta + \gamma W^T W) u^{k+1} = \mu H^T (f - v^k) + \lambda \nabla^T (d^k - b^k) + \gamma W^T (w^k - c^k) \quad (14)$$

式中, $\Delta = -\nabla^T \nabla = -(\nabla_x^T \nabla_x + \nabla_y^T \nabla_y)$ 表示 Laplace 算子矩阵, $W^T W = I$ 。因此式(14)可通过 FFT 直接一步求解,而无需采用迭代算法(如共轭梯度迭代法)求解,计算复杂度为 $O(n \log(n))$, n 表示像素数目。对于式(13)第2项求解,令其关于 d 求导为零,采用文献[16]的2维收缩算法,可得

$$d^{k+1} = \max \left(\|\nabla u^{k+1} + b^k\|_2 - \frac{1}{\lambda}, 0 \right) \cdot \frac{\nabla u^{k+1} + b^k}{\|\nabla u^{k+1} + b^k\|_2} \quad (15)$$

式(15)可逐元素进行操作,其计算复杂度为 $O(n)$ 。同理, w^{k+1} 的计算可通过1维收缩算法求解,即

$$w^{k+1} = \max \left(|Wu^{k+1} + c^k| - \frac{1}{\gamma}, 0 \right) \cdot \operatorname{sgn}(Wu^{k+1} + c^k) \quad (16)$$

同样,式(16)的计算也可逐元素进行操作,计算复杂度为 $O(n \log(n))$ 。因此,执行分裂 Bregman 迭代算法的每一项操作都能直接求解,整体上只需一层迭代操作,算法的计算复杂度为 $O(Kn \log(n))$, K 表示迭代次数。同时,后文实验表明,直接采用分裂 Bregman 迭代算法复原图像存在微弱的斑点现象,我们采用双边滤波器(BF)进行事后处理,经处理后图像较原始复原图像在主观视觉角度和客观信噪比角度都有明显改善。采用文献[17]提出的快速算法进行 BF 处理,该算法计算复杂度极小,同本文复原算法相比,可忽略不计。

3 实验及分析

通过实验验证提出复原算法的有效性,主要从两个角度衡量算法性能:其一是复原图像的质量,其二是算法执行速度。复原图像的质量通过改善信噪比(ISNR)大小和人眼视觉衡量,改善信噪比定义为: $ISNR = 10 \lg(\|u - f\|_2^2 / \|u - \hat{u}\|_2^2)$, u, f, \hat{u} 分别表示原始图像、退化图像和复原图像。实验选取小波为“db2”小波,分解层为2。迭代算法中止条件

为 $\|u^{k+1} - u^k\|_2^2 / \|u^{k+1}\|_2^2 \leq 4 \times 10^{-6}$, 其中 u^{k+1} , u^k 分别表示 $k+1, k$ 次迭代解, 最大迭代次数设置为 50。所有实验通过 MATLAB2008a 编程实现, 硬件环境为 Intel (R) Pentium (R) Dual E2140 @ 1.60 GHz, 1 G 内存。

第 1 组实验的退化图像来自文献[7]提供的 4 种退化模型, 如表 1 所示。其中模糊信噪比 (BSNR) 定义为: $BSNR = 10 \lg(\text{var}(\mathbf{Hf})/\sigma^2)$, $\text{var}(\mathbf{Hf})$ 表示不考虑噪声时的退化图像, 一般噪声越大, BSNR 越小。实验 1-3 以 256×256 的“Cameraman”为原始图像, 实验 4 以 256×256 的“Lena”为原始图像。表 2 表示本文复原算法同近年来的一些较好复原算法的 ISNR 大小比较。由表 2 可得两个结论: 其一, 同其他图像复原方法相比, 本文复原算法对各种实验都能取得最优的效果; 其二, 本文两个算法相比, CSB 迭代算法能取得最好的复原效果。

表 1 4 种退化模型的模糊算子、噪声方差及模糊信噪比

Tab.1 The blur operators, noise variances and BSNRs of four degradation models

| 实验 | 点扩展函数 | 噪声方差 | BSNR/dB |
|----|---|-------|---------|
| 1 | 9 × 9 均匀模糊 | 0.308 | 40 |
| 2 | $h_{i,j} = (1 + i^2 + j^2)^{-1}, i, j = -7, \dots, 7$ | 2 | 31.87 |
| 3 | $h_{i,j} = (1 + i^2 + j^2)^{-1}, i, j = -7, \dots, 7$ | 8 | 25.86 |
| 4 | $[1, 4, 6, 4, 1]^T [1, 4, 6, 4, 1] / 256$ | 49 | 16.18 |



图 1 不同大小的正则化参数对 UCSB 和 CSB 迭代算法复原图像质量的影响

Fig.1 Effect on UCSB and CSB iterative restoration algorithms by the different regularization parameters

表 2 本文方法复原图像的 ISNR 大小同其他复原方法的结果比较

Tab.2 ISNRs obtained by the proposed method and other methods

| 方法 | 实验 1 | 实验 2 | 实验 3 | 实验 4 |
|------------------------------|------|------|------|------|
| 本文约束算法 | 9.00 | 8.01 | 5.91 | 3.23 |
| 本文无约束算法 | 8.82 | 7.62 | 5.53 | 3.12 |
| Wen Youwei [10] | 8.51 | 7.39 | 5.46 | 2.74 |
| Bioucas-Dias GEM [9] | 8.10 | 7.40 | 5.15 | 2.85 |
| Figueiredo & Nowak EM [7] | 7.47 | 6.91 | 4.88 | 2.94 |
| Figueiredo & Nowak BOA [8] | 8.16 | 7.46 | 5.24 | 2.84 |
| Neelamani et al ForWaRD [18] | 7.30 | - | - | - |
| Banham & Katsaggelos [19] | 6.70 | - | - | - |
| Jalobeanu et al [20] | - | 6.75 | 4.85 | - |
| Liu & Moulin [21] | - | - | - | 1.08 |

对于实验参数 μ, λ, γ 的选择问题, 通过经验手动调节方式确定。大量实验表明, 参数 λ, γ 取值为 0.01 都可取得较好的效果。根据前文分析, CSB 迭代算法应取较小的 μ 值, 这相当于强正则化, 但通过迭代正则化可弥补平滑掉的细节信息; 而 UCSB 迭代算法应取较大的 μ 值, 相当于弱正则化, 以防复原图像过于平滑。实验中参数 μ 取值为 $\mu = c/\sigma^2$, 对约束算法, c 取值范围为 $1 \sim 1.5$; 对无约束算法, c 取值范围为 $50 \sim 100$ 。对具体实验, c 通过手动方式确定, 以达到最好的复原效果。图 1 显示了对不同大小的正则化参数 $\alpha = 1/\mu$, 分别采用 UCSB 迭代算

法和 CSB 迭代算法复原实验 1 退化图像的处理结果。由图 1 可知,正则化参数较大时,CSB 算法较好,而 UCSB 算法复原图像过于平滑,如图 1(e) 所示;当正则化参数较小时,则 UCSB 算法较优。而 CSB 算法复原图像存在大量小波纹,如图 1(f) 所示。这与本文的分析是一致的。

第 2 组实验从复原的视觉效果上将本文复原算法同基于高斯模型的贝叶斯方法^[22]、GPSR^[23]方法,总变分方法^[2]和非局部总变分(nonlocal TV)^[24]等其他复原方法进行了比较,实验结果如图 2 所示。原始图像为“Boat”图像,退化图像通过 9×9 均匀模糊、方差为 1 的高斯白噪声生成,如(a)所示;(b)是采用文献[22]基于高斯模型的贝叶斯方法复原的图像,(c)是采用文献[23]提出的 GPSR 方法复原的图像,(d)是采用文献[2]中的总变分方法复原的图像,(e)是采用文献[24]提出的非局部总变分(nonlocal TV)方法复原的图像,(f)是采用 CSB 迭代算法复原的图像。由图 2 可以看出,不论从峰值信噪比(PSNR)还是主观视觉,CSB 迭代算法的复原效果都是最优的。

第 3 组实验通过收敛速度衡量算法性能。根据式(12)(13)可知,若正则化参数 α 趋于零,相当于

μ 无穷大,则只需 1 次迭代即可收敛。因此直观的分析是正则化参数 α 越小,复原算法的收敛速度越快。根据上文分析,UCSB 迭代算法的正则化参数较小,而 CSB 迭代算法的正则化参数较大,因此 UCSB 迭代算法收敛速度应较快。以表 1 的实验 1 为例,图 3(a)显示了本文中两种算法的 ISNR 大小与迭代次数的关系,显然,UCSB 迭代算法较 CSB 迭代算法有更快的收敛速度。两种算法每次迭代计算量相当,迭代 1 次的计算时间约为 0.18 s,因此对 CSB 迭代算法,计算时间约为 6 秒才能达到收敛,而 UCSB 迭代算法计算时间不超过 3 秒就能达到收敛。每次迭代过程中,需要进行 1 次移不变小波正反变换,消耗了 1 次迭代计算的大部分时间。若只考虑总变分正则化模型,则每次迭代只需 0.06 秒,总计算时间提高了约 2 倍,但复原图像质量劣于双正则化模型。图 3(b)显示了文献[14]的总变分收缩复原算法及快速的两步收缩算法的迭代次数同 ISNR 之间的关系图。文献[14]算法每次迭代计算复杂度和本文算法相当,但其收敛速度远远慢于本文复原算法的收敛速度。

第 4 组实验采用真实退化图像来验证本文提出算法的有效性。图 4 表示对真实退化图像采用本文

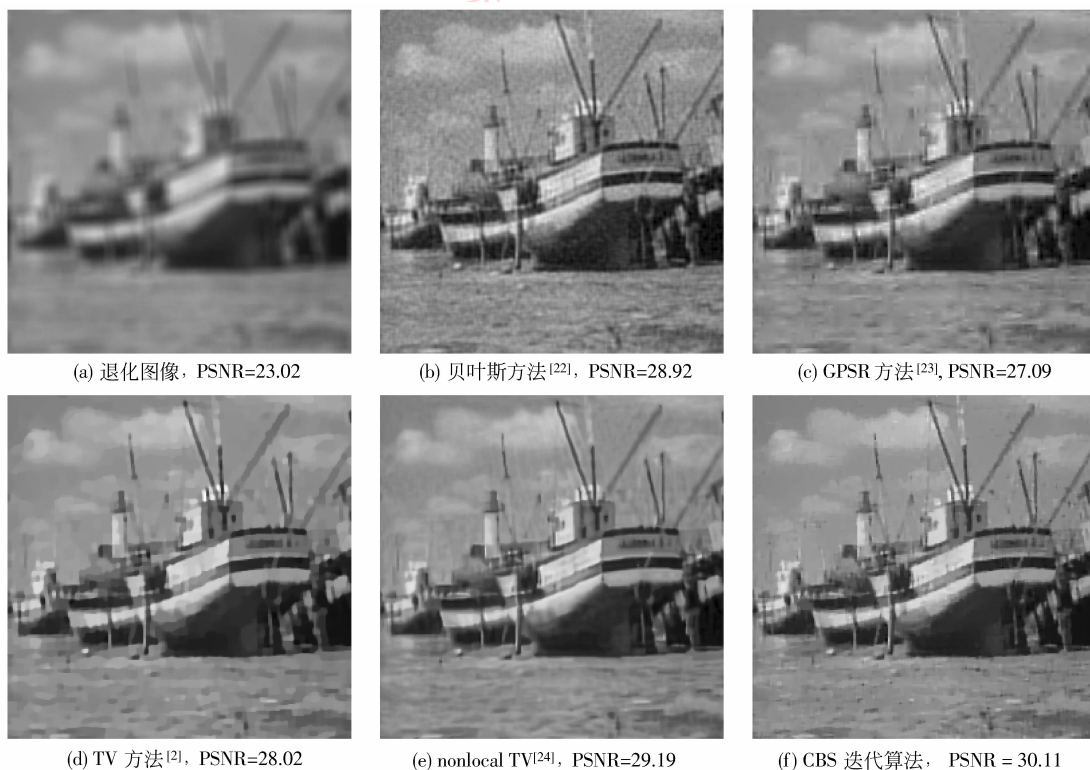


图 2 不同复原算法复原图像的视觉效果比较

Fig. 2 The restored images using the different restoration algorithms

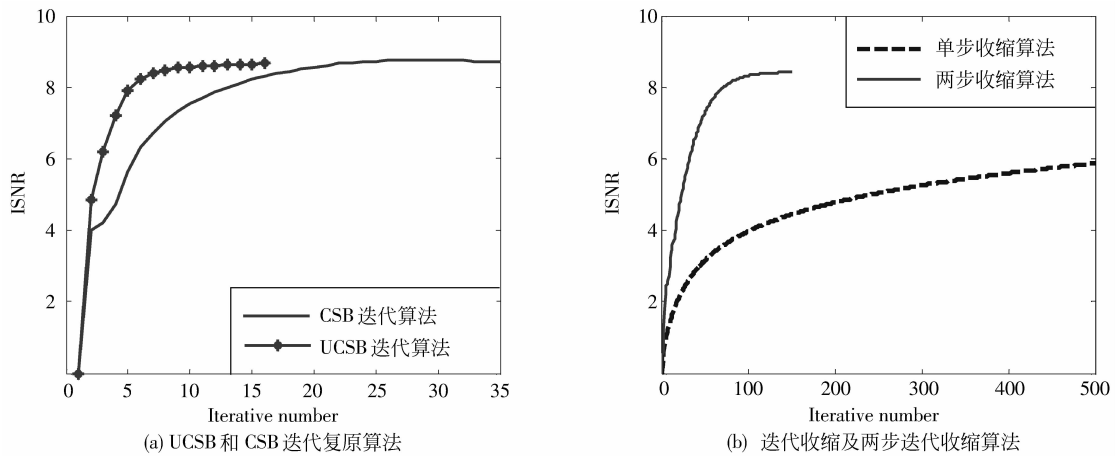


图3 本文及文献[14]的迭代复原算法迭代次数同 ISNR 间的关系图

Fig. 3 ISNRs along the iteration number of the proposed method and the iterative restoration algorithm in reference [14]

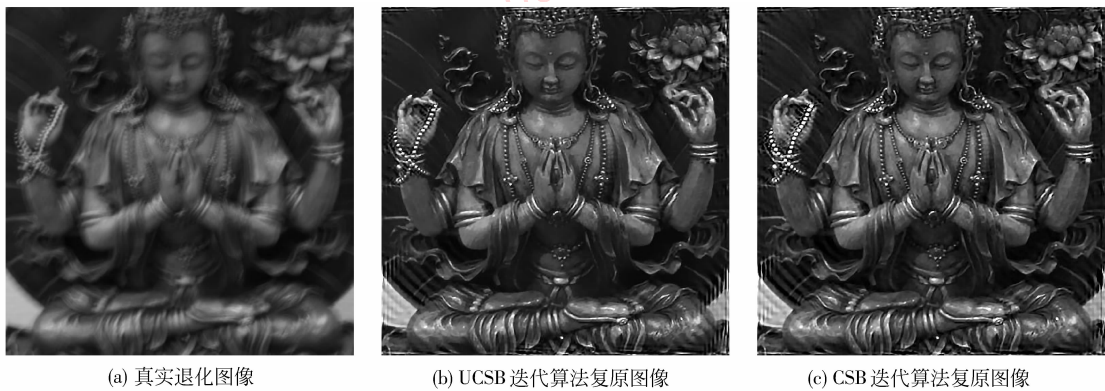


图4 真实退化图像的复原效果

Fig. 4 The restored results using UCSB and CSB iterative restoration algorithms

算法复原的效果,其中,模糊点扩展函数采用文献[25]的方法事先估计出来。由于本文采用循环约束边界条件,因此在复原图像的边界不可避免的存在波纹现象。

4 结 论

提出了一种基于 Bregman 迭代双正则化的图像复原算法。在 Bregman 框架下,组合总变分和小波域稀疏正则化约束进行图像复原。为了有效地求解图像复原问题中的大规模优化问题,采用分裂 Bregman 迭代算法,将其转化为简单的迭代操作进行处理。实验结果表明,同目前的图像复原算法相比,提出的算法不仅具有好的主观视觉效果和信噪比改善量,而且具有快速的收敛速度,在一定范围内

对正则化参数值的敏感度也较低。

参考文献 (References)

[1] Zou Mouyan. Deconvolution and Signal Recovery[M]. Beijing: National defense industry Press, 2001. [邹谋炎. 反卷积与信号复原[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.]

[2] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D, 1992, 60 (5): 259-268.

[3] Vogel C R, Oman M E. Fast, robust total variation-based reconstruction of noisy, blurred images[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7 (6): 813-824.

[4] Bioucas-Dias J, Figueiredo M, Oliveira J. Total variation image deconvolution: a majorization-minimization approach[C]// 2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing-Proceedings. Toulouse, France: Institute of Electrical

- and Electronics Engineers Inc. , 2006; II861-II864.
- [5] Babacan S, Molina R, Katsaggelos A. Parameter estimation in TV imagerestoration using variational distribution approximation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17 (3): 326-339.
- [6] Wang Xuelin, Han Hua, Peng Silong. Image restoration based on wavelet-domain local Gaussian model [J]. Journal of Software, 2004, 15 (3) : 443-450. [汪雪林, 韩华, 彭思龙. 基于小波域局部高斯模型的图像复原 [J]. 软件学报, 2004, 15 (3) : 443-450.]
- [7] Figueiredo M, Nowak R D. An EM algorithm for wavelet-based image restoration[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(8) : 906-916.
- [8] Figueiredo M, Nowak R D. A bound optimization approach to wavelet-based image deconvolution [C]//Proceedings-International Conference on Image Processing, ICIP2005. Genoa, Italy; Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society, 2005 : 782-785.
- [9] Bioucas-Dias J. Bayesian wavelet-based image deconvolution: a GEM algorithm exploiting a class of heavy-tailed priors[J]. IEEE Transactions on Image processing, 2006, 15(4) : 937-951.
- [10] Wen Youwei, Michael K Ng, Ching Waiki. Iterative algorithms based on decoupling of deblurring and denoising for image restoration[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2008, 30(5) : 2655-2674.
- [11] Bioucas-Dias J, Figueiredo M. An iterative algorithm for linear inverse problems with compound regularizers[C]// Proceedings - International Conference on Image Processing, ICIP2008. San Diego, USA: IEEE Computer Society, 2008 : 685-688.
- [12] Ma S, Yin W, Zhang Y, et al. An efficient algorithm for compressed MR imaging using total variation and wavelets[C]// 26th IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR. Anchorage, United states; IEEE Computer Society, 2008:1-8.
- [13] Osher S, Burger M, Goldfarb D, et al. An iterative regularization method for total variation-based image restoration[J]. Multiscale Modeling and Simulation, 2005, 4(2) : 460-489.
- [14] Bioucas-Dias J, Figueiredo M. Two-step algorithms for linear inverse problems with non-quadratic regularization [C] // Proceedings-International Conference on Image Processing, ICIP2007. San Antonio, TX, United states; IEEE Computer Society, 2007; II05-II108.
- [15] Goldstein T, Osher S. The split Bregman method for L1 regularized problems [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009,2(2) :323-343.
- [16] Wang Y, Yang J, Yin W, et al. A new alternating minimization algorithm for total variation image reconstruction [J]. SIAM Journal on Imaging Science, 2008, 1(3) : 248-272.
- [17] Sylvain Paris, Frédo Durand. A fast approximation of the bilateral filter using signal processing approach[J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81(1) : 24-52.
- [18] Neelamani R, Choi H, Baraniuk R. ForWaRD: Fourier-wavelet regularized deconvolution for ill-conditioned systems[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 52 (2) : 418-433.
- [19] Banham M, Katsaggelos A. Spatially adaptive wavelet-based multiscale image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1996, 3 (6) : 619-634.
- [20] Jalobeanu A, Kingsbury N, Zerubia J. Image deconvolution using hidden Markov tree modeling of complex wavelet packets [C]//Proceedings-International Conference on Image Processing, ICIP 2001. Thessaloniki, Greece; IEEE Computer Society , 2001; 201-204.
- [21] Liu J , Moulin P. Complexity-regularized image restoration [C]//Proceedings-International Conference on Image Processing, ICIP ' 98. Chicago, IL: IEEE Computer Society, 1998; 555-559.
- [22] Molina R, Katsaggelos A K, J Mateos. Bayesian and regularization methods for hyper parameter estimation in image restoration[J]. IEEE Trans. Image Process, 1999, 8(2) : 231-246.
- [23] Figueiredo M, Nowak R, Wright S. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing: Special Issue on Convex Optimization Methods for Signal Processing, 2007, 1 (4) : 586-598.
- [24] Zhang Xiaoqun, Burger M, Bresson X, et al. Bregmanized nonlocal regularization for deconvolution and sparse reconstruction; cam09-03[R]. Los Angeles, CA: University of California, 2009.
- [25] Shan Qi, Jia Jiaya, Agarwala Aseem. High-quality motion deblurring from a single image [J]. ACM Transactions on Graphics, 2008, 27(3):73-73.