

中图分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)03-0370-07

论文索引信息: 李佐勇, 刘传才. 融合视觉感知和等周理论的图像阈值分割 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(3): 370-376

# 融合视觉感知和等周理论的图像阈值分割

李佐勇<sup>1), 2)</sup>, 刘传才<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(南京理工大学计算机系, 南京 210094) <sup>2)</sup>(闽江学院计算机科学系, 福州 350108)

**摘要:** 提出一种融合视觉感知和等周理论的图像阈值分割方法。此方法先利用人类视觉感知的特性来寻找候选阈值所在的灰度区间, 然后将等周理论中的等周率作为准则从候选阈值中挑选出最佳分割阈值。在工业无损检测等一系列图像上的实验结果表明, 与现有的几种经典阈值分割方法相比, 本文方法的分割效果更好。

**关键词:** 视觉感知; 等周理论; 等周率; 图论; 阈值选择; 图像分割

## Image thresholding based on human visual perception and isoperimetric theory

Li Zuoyong<sup>1), 2)</sup>, Liu Chuancail<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094 China)

<sup>2)</sup>(Department of Computer Science, Minjiang University, Fuzhou 350108 China)

**Abstract:** In this paper, a novel thresholding method based on human visual perception and isoperimetric theory is presented. The proposed method first utilizes characteristics of human visual perception to find a gray level interval decided by candidate thresholds, then uses isoperimetric ratio in isoperimetric theory as a criterion to determine the optimal threshold from the candidates. Experimental results on a series of images including nondestructive testing ones show that authors' method outperforms several existing classic thresholding methods in segmentation quality.

**Keywords:** human visual perception; isoperimetric theory; isoperimetric ratio; graph theory; threshold selection; image segmentation

## 0 引言

图像分割旨在根据图像的灰度、颜色、纹理和位置等信息从背景中抽取目标<sup>[1-2]</sup>。图像分割是图像处理的重要环节, 也是图像分析和模式识别的关键预处理步骤。在一些图像处理的应用中, 目标像素的灰度级有别于背景像素的灰度级。在这种情形下, 阈值方法就成了一种简单而有效的图像分割方法。它具有实现起来简单、实时性好等优点。在过去的几十年里, 图像阈值分割技术已经被广泛应用于生物医学图像分析、自动目标识别、字符识别以及

工业产品质量检测等领域。

阈值分割旨在寻找一个合适的分割阈值(灰度级)将图像中的目标从背景中分离出来, 图像中灰度级大于阈值的像素被视为目标或背景像素, 而其余像素则被视为背景或目标像素。阈值分割的关键在于分割阈值的合理选取, 针对此问题, 人们提出了很多的方法。比如, Otsu<sup>[3]</sup>提出一种通过最大化类间方差来确定分割阈值的方法, 它倾向于将图像分割成大小相等的两部分。Hou 等人<sup>[4]</sup>在分析了 Otsu 方法有偏分割起因的基础上, 提出了一种泛化的 Otsu 方法, 通过类方差和最小化的方式来确定分割阈值。Pun<sup>[5]</sup>通过最大化目标类和背景类的后验熵

收稿日期: 2009-08-10; 修回日期: 2009-11-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(60472061, 60632050, 90820004); 国家高技术研究发展计划(863)项目(2006AA04Z238, 2006AA01Z119); 福建省省属高校科技项目(2008F5045, 2007F5083); 闽江学院科技启动项目(YKQ07001)。

第一作者简介: 李佐勇(1980—), 男, 讲师。南京理工大学计算机系计算机应用技术专业博士研究生, 主要研究方向为图像处理与模式识别。E-mail: fzulzytdq@126.com。

方式来确定分割阈值。Kapur 等人<sup>[6]</sup>在 Pun 方法的基础上提出一种改进的基于熵的方法。文献<sup>[7]</sup>描述了一种基于 Tsallis 熵的阈值选择方法。Ramesh 等人<sup>[8]</sup>提出一种对直方图进行近似来确定阈值的方法。Wang 等人<sup>[9]</sup>利用图像的直方图和 Parzen 窗口技术推导出一个新的准则函数,通过优化此函数来确定分割阈值。有关阈值分割方法的综述可以参考文献<sup>[10]</sup>。

近年来,基于图论的图谱图像分割技术成了图像分割领域一个新的研究热点。此类方法将图像映射为带权无向图,把图像中每个像素点或者区域视作图的一个节点。图中边的权值表示两个对应端节点属于同一分割部分的可能性,权值大小与两节点的相似性、近邻性等相关,通过最小化预先设定的图划分代价函数找到对应图像的分割。代价函数选择的好坏将直接影响分割效果。著名的图划分代价函数有标准割<sup>[11]</sup>和等周图割<sup>[12]</sup>等。2007年,陶文兵等人<sup>[13]</sup>提出一种基于图谱划分的阈值分割方法。此方法采用标准割<sup>[11]</sup>的代价函数作为阈值选择的准则。为描述方便,我们把这种方法简称为 NCUT。Grady 等人<sup>[12]</sup>提出的等周图割方法比标准割方法更稳定而有效,它将图的等周常数问题转化为线性等式系统,并采用启发式方法求其近似解。等周图割方法不属于传统的阈值分割范畴,其目标是通过求解优化问题直接得到分割指示向量,依据此向量对图像进行分割,而不是通过确定某个灰度级为分割阈值的方式将图像分割开来。等周图割方法没有充分利用图像中像素点的灰度信息,直接应用到灰度图像的分割中效果不甚理想。因此,本文试图结合等周图割和阈值分割思想,提出一种有效的阈值分割方法。并在此基础上,利用人类视觉感知的特性来缩小阈值搜索的范围,缩短分割时间,提升分割性能。与现有的几种经典阈值分割方法以及等周图割方法的比较实验表明,本文方法的分割效果更好。分割质量评定指标的定量评价也证实了本文方法的有效性。

## 1 视觉感知

人类视觉感知具有如下特性<sup>[14]</sup>:

1)人的眼睛往往对处于灰度分布强度较弱的两个端点附近的图像特征不敏感,而对灰度分布强度居中位置附近的图像特征敏感。因此,把阈值选

择的焦点集中在灰度图像的中间区域(即灰度均值附近)将是有效的。

2)很多图像的直方图在图像均值附近具有较高的灰度分布强度。这些图像在均值附近有更多的图像信息和结构,在远离均值的位置则拥有较少的图像信息和结构。

## 2 等周理论<sup>[15]</sup>

### 2.1 等周率

给定一幅具有  $N$  个像素的图像,将图像中像素点看作图的节点,然后根据某种规则产生节点间的连接边,这样就可将此图像映射为一个具有一定拓扑结构的带权无向图  $G = (V, E)$ 。其中,  $V = \{v_i, i = 1, \dots, N\}$  表示图中节点的集合,  $E = \{e_{ij}\} \subseteq V \times V$  为边的集合。给图中每条边赋予一个边权,连接节点  $v_i$  和  $v_j$  的边  $e_{ij}$  的权值可定义为

$$w_{ij} = \exp(-\alpha \|f_i - f_j\|_2^2) \quad (1)$$

式中,  $\alpha$  用于控制两节点间的边权对灰度差异的敏感程度,  $f_i$  为节点  $v_i$  的灰度,  $\|\cdot\|_2$  为矢量的 2 范数。图中节点的度数记为  $d_i = \sum w_{ij}, \forall e_{ij} \in E$ 。

在等周理论中,图  $G$  的等周常数  $h_c$ <sup>[15]</sup> 定义如下:

$$h_c = \inf_s \frac{|\partial S|}{Vol_s} \quad (2)$$

式中,  $S \subseteq V, Vol_s \leq Vol_V/2$ 。对于一个由有限个节点构成的图而言,下确界(inf)等价于最小值(min)。鉴于本文所讨论的图都是有限图,从这以后我们将用最小值记号代替下确界记号。

给定图  $G$  的节点子集  $S$ , 定义  $\partial S = \{e_{ij} | v_i \in S, v_j \in \bar{S}\}$ , 其中  $\bar{S}$  表示集合  $S$  相对于集合  $V$  的补。

$$|\partial S| = cut(S, \bar{S}) = \sum_{e_{ij} \in \partial S} w_{ij} \quad (3)$$

此外,式(2)中  $Vol_s$  的定义<sup>[16]</sup>如下:

$$Vol_s = \sum_i d_i, \quad \forall v_i \in S \quad (4)$$

此定义倾向于分割出具有相似灰度的区域。

对于  $G$  的节点子集  $S$ , 其等周率<sup>[12]</sup> 定义如下:

$$h(S) = \frac{|\partial S|}{Vol_s} \quad (5)$$

结合等式(2)–(4), 可将等周常数  $h_c$  重写为

$$h_c = \inf_s \frac{|\partial S|}{Vol_s} = \min_s \frac{|\partial S|}{Vol_s} = \min_s \frac{cut(S, \bar{S})}{\min(d_s, d_{\bar{s}})} \quad (6)$$

式中,  $cut(S, \bar{S})$  表示图的两个划分部分( $S$  和  $\bar{S}$ )之

间边的权值之和,它反映了集合  $S$  中节点与  $\bar{S}$  中节点的相似程度。图中边的权值反映对应端节点的相似性,边权越大,两个端节点越相似,属于同一划分部分的可能性也越大。另外, $d_s$ 代表  $S$  中所有节点的度数之和。 $S$  中节点越相似,边的权值越大,对应节点的度数也越大, $d_s$ 也相应地更大。因此,式(6)的物理意义可以理解为寻找图  $G$  的划分  $S$  和  $\bar{S}$ ,使得  $S$  和  $\bar{S}$  的节点之间相似性越小越好,它们的内部节点间相似性越大越好。这迎合了图像分割的目的,即把图像划分为若干具有特征一致性且相互不重叠的区域。

## 2.2 等周计算的推导

定义一个二元指示向量  $x$  如下:

$$x_i = \begin{cases} 1 & v_i \in S \\ 0 & v_i \in \bar{S} \end{cases} \quad (7)$$

可将  $x$  视为对图的一个二划分,其中元素值为 1 和 0 的节点分别属于两个不同的集合  $S$  和  $\bar{S}$ 。另外,图的  $N \times N$  拉普拉斯矩阵  $L^{[16]}$  定义为

$$L_{v_i v_j} = L_{ij} = \begin{cases} d_i & i = j \\ -w_{ij} & e_{ij} \in E \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

借助矩阵  $L$  和向量  $x$ ,可导出如下式子:

$$|\partial S| = x^T L x \quad (9)$$

$$Vol_s = x^T d \quad (10)$$

式中, $d$  为节点度的列向量, $0 < Vol_s < r^T d/2$ , $r$  代表元素全为 1 的列向量。结合式(9)和式(10),可以将向量  $x$  对应的等周率表述为

$$h_x = \frac{x^T L x}{x^T d} \quad (11)$$

亦可将图  $G$  的等周常数  $h_c$  重写为

$$h_c = \min_x \frac{x^T L x}{x^T d} \quad (12)$$

为了求解图的等周常数,Grady 等人把此问题转化为带限制条件的线性等式系统,通过拉格朗日松弛法得到能量函数  $Q(x)$ ,并确定使  $Q(x)$  最小的  $x$  为目标指示向量,根据此向量对图像进行分割。

## 3 基于视觉感知和等周率的阈值分割

通过人类视觉感知的特性来寻找候选阈值的灰度区间,然后将等周理论引入阈值分割中,选出具有最小等周率的候选阈值作为分割阈值,利用此阈值将图像分成目标和背景两部分。虽然本文方法借鉴

了 Grady 等人<sup>[12]</sup>提出的等周率概念,但它与 Grady 的方法有本质的区别。

1)本文方法属于传统的阈值分割范畴,即通过选择一个合适的阈值(灰度级),结合像素点的灰度信息将图像分割成目标和背景两部分。其本质在于如何确定分割阈值。Grady 的方法旨在通过求解由计算图的等周常数而导出的一个线性等式系统来寻找图像分割的指示向量,此向量由  $N$  个实数构成( $N$  代表图像中像素点的总数),然后根据某种规则将指示向量的元素归为两类,相应地也就将图像的像素分成了两类,实现了图像分割。上述的指示向量并不是由每个像素对应的灰度级构成,而是一个普通的实数向量。由此可知,Grady 的方法在进行图像分割时,并没有直接利用图像的灰度信息,只是将像素点的灰度信息融入对对应图的边权计算中。

2)本文方法分割图像所得的目标区域和背景区域可以是连通的或非连通的,而 Grady 的方法分割所得的每个部分都是一个连通区域。现实世界图像的目标通常都是由多个连通区域构成。在这种情形下,Grady 的方法需要通过迭代的方式对图像不断进行二分,直到满足设定的迭代终止条件为止。

具体到灰度图像的分割问题,Grady 的方法存在一定的缺陷:首先,它没有充分利用人们分辨灰度图像时主要依据灰度(亮度)差异的事实;其次,针对不同的灰度图像,如何设定合理的迭代终止条件也是个棘手的问题。如果迭代终止条件过小,那么迭代次数偏少,对目标的细节刻画不够;反过来,如果迭代终止条件过大,那么迭代次数过多,在加大对目标细节刻画的同时也刻画了更多不必要的背景细节,背景细节带来了背景繁杂的问题,不利于目标的辨认。

### 3.1 候选阈值的确定

本文方法根据人类视觉感知的特性,结合图像的统计特征来确定候选阈值的区间范围。候选阈值的确定既缩小了分割阈值的搜索空间,节省了运行时间,又符合人类视觉感知的特点,提升了分割性能。确定候选阈值区间的过程如下:

1)为了不失一般性,任意给定一幅灰度图像,假定其灰度级为  $[0, 1, \dots, 255]$ 。图像中灰度级为  $i$  的像素的个数记为  $n_i$ ,图像的像素总数为  $N = n_0 + n_1 + \dots + n_{255}$ 。图像的均值和标准偏差可以定义为

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{255} i n_i \quad (13)$$

$$\sigma = \left( \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{255} (i - \mu)^2 n_i \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

2) 按如下的等式计算两个灰度级:

$$t_1 = \mu - \sigma \quad (15)$$

$$t_2 = \mu + \sigma \quad (16)$$

3) 将候选阈值区间定义如下:

$$[t_L, t_H] = [t_1, t_2] \cap [0, 255] \quad (17)$$

将区间 $[t_L, t_H]$ 内的灰度级视为候选分割阈值,然后将等周率概念引入阈值分割中,将其作为阈值选择的准则,从候选阈值中挑选出最终的分割阈值。

### 3.2 分割阈值的确定

为了确定分割阈值,我们需要计算所有候选阈值对应的等周率,然后从中挑选出最小等周率对应的候选阈值作为分割阈值。假定图的邻接矩阵 $W$ 已知,对于一个给定的候选阈值 $t$ ,其对应等周率的计算过程如下:

1) 将图像中像素点的灰度值按先列后行的顺序组织成一个 $N \times 1$ 的列向量 $Val_s$ 。

2) 计算节点度向量 $d$ ,根据式(8)求拉普拉斯矩阵 $L$ 。

3) 计算 $t$ 对应的指示向量 $x$ :将向量 $Val_s$ 中的每个元素与 $t$ 作比较,如果大于 $t$ ,对应的 $x_i$ 为0,否则 $x_i$ 为1。

4) 根据式(11)计算向量 $x$ 对应的等周率,即阈值 $t$ 对应的等周率。

### 3.3 算法流程

假设变量 $t_L \leq t \leq t_H$ 表示候选阈值, $T$ 为分割阈值,最小等周率记为 $Minratio$ 。本文算法的流程如图1所示。

## 4 实验结果及分析

为了验证本文方法的有效性,我们采用系列图像进行分组实验,并与 RAMESH<sup>[8]</sup>、HOU<sup>[4]</sup>、TSALLIS<sup>[7]</sup>、PARZEN<sup>[9]</sup>、NCUT<sup>[13]</sup>以及等周图割方法<sup>[12]</sup>作对比实验。我们将图像分成两组:第1组是工业无损检测图像,第2组为经典的阈值分割图像。本文方法采用的图拓扑结构为4连接,即每个像素点(除图像边缘像素点外)与其相邻的上下左右4个像素点通过边连接起来,边权的参数 $\alpha = 95$ 。所有实验均在2.13 GHz 英特尔酷睿双核 CPU,3 GB

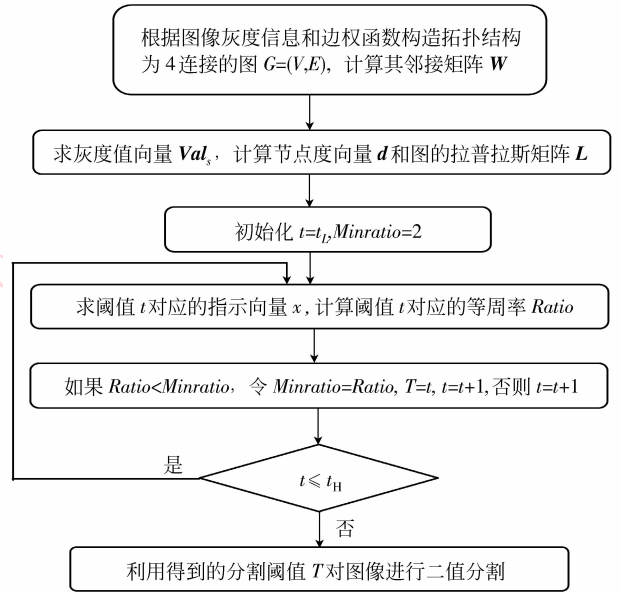


图1 本文算法的流程图

Fig. 1 Flow chart of the proposed algorithm

内存的笔记本电脑上执行,程序采用 MATLAB 7.0 编写。所有测试图像的分辨率大小均为 $256 \times 256$ 。

为了量化各种方法分割质量的差异,我们采用错分类误差 ME (misclassification error)<sup>[17]</sup>来评价分割后图像的质量。ME 反映背景像素被误分类为目标,以及目标像素被误分为背景的百分比。对于一个两类分割问题,ME 可以被简单地表示为

$$ME = 1 - \frac{|B_0 \cap B_T| + |F_0 \cap F_T|}{|B_0| + |F_0|} \quad (18)$$

式中, $B_0$ 和 $F_0$ 分别表示参考图像背景像素和目标像素的集合, $B_T$ 和 $F_T$ 为阈值分割图像背景像素和目标像素的集合, $|\cdot|$ 表示集合元素的个数。参考图像通过手动方式根据我们的视觉观察来获得。ME 的取值范围为0—1,0表示无错误分类发生的完美分割,1表示将所有像素都错误分类的情况。ME 的值越大,对应分割后图像的质量越差。

无损检测是指在对工业产品无影响的前提下,运用一定的设备和方法对产品进行检测并辨识其可能的缺陷。这种检测被广泛应用于工业生产的很多领域,例如,航空航天、核工业以及土木建筑等。第1组实验中的3幅无损检测图像分别是显微镜下观察到的细胞、一片带缺陷的瓷砖以及工业控件。

图2给出了无损检测图像的原图像、参考图像、采用各种方法所得分割结果及其对应的分割阈值。分割后图像的质量采用错误分类像素数目和错分类

误差来度量,度量结果如表 1 和 2 所示。从实验结果可以看出,本文方法较好地分割出了所有目标,所得分割结果与参考图像最为接近。分割后图像质量的具体评定情况也证实了本文方法的有效性。本文方法测试所得的错误分类像素数目和 ME 都低于其

他方法,说明误分类少,分割质量更好。在用于比较的其余 5 种方法中,RAMESH 总体的分割效果最差。HOU、PARZEN 和 NCUT 均存在严重的欠分割。TSALLIS 对前 2 幅图像存在过分割,对最后一幅图像存在欠分割现象。

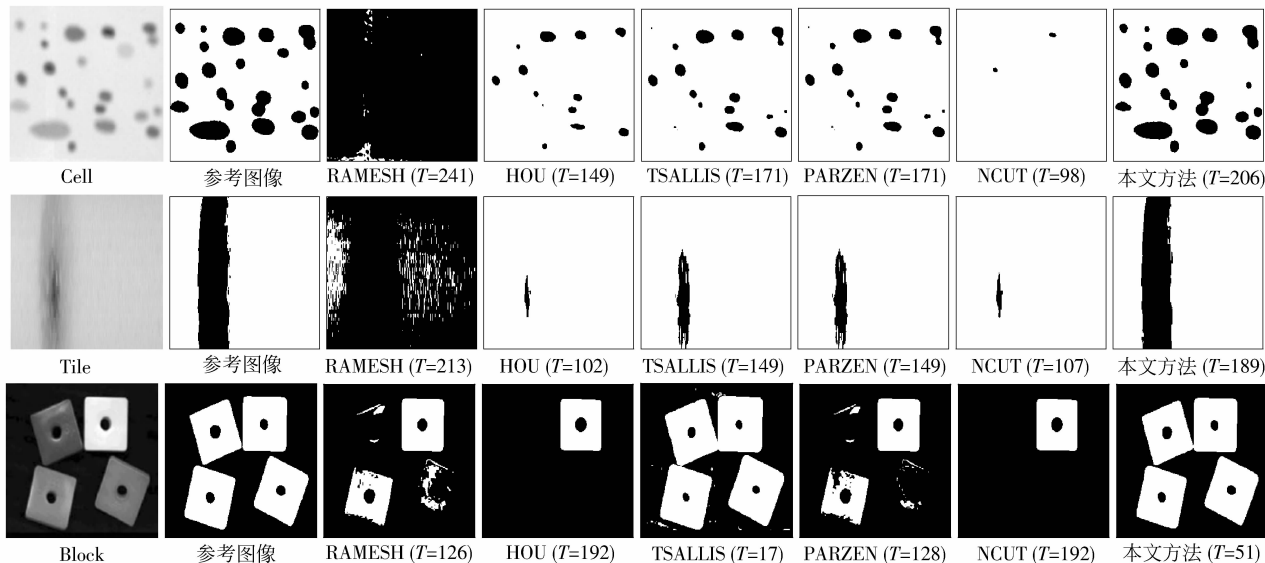


图 2 工业无损检测图像的阈值分割结果及阈值

Fig. 2 Thresholding results of the industrial nondestructive testing images

表 1 无损检测图像采用各种阈值方法所得分割结果错误分类像素个数比较

Tab. 1 Comparison of numbers of misclassified pixels obtained by using various methods for the NDT images

文件名	错误分类像素个数					
	RAMESH	HOU	TSALLIS	PARZEN	NCUT	本文方法
Cell	53 861	8 752	7 375	7 375	10 693	1 768
Tile	46 719	12 412	10 229	10 229	12 332	425
Block	12 554	19 431	2 589	13 910	19 431	488

表 2 无损检测图像采用各种阈值方法所得分割结果的 ME 测度比较

Tab. 2 Comparison of ME obtained by using various thresholding methods for the NDT images

文件名	错分类误差测度值					
	RAMESH	HOU	TSALLIS	PARZEN	NCUT	本文方法
Cell	0. 821 85	0. 133 54	0. 112 53	0. 112 53	0. 163 16	0. 026 978
Tile	0. 712 88	0. 189 39	0. 156 08	0. 156 08	0. 188 17	0. 006 485
Block	0. 191 56	0. 296 49	0. 039 505	0. 212 25	0. 296 49	0. 007 446 3

图 3 给出了第 2 组图像采用各种阈值方法所得分割结果及其对应的分割阈值。这些图像具有复杂的结构,无法通过手动的方式将图像的目标和背景完全分割开。在这种情形下,我们无法获得合理的参考图像,所以不能进行定量的分割质量评价。这里,我们将从视觉感知的角度直接对分割结果进行比较说明。从 Face 的分割结果可以比较容易地看

出,本文方法的分割效果最好,对女孩脸部细节:眼睛、鼻子、牙齿、下巴轮廓、颈部以及脸两边的肌肉轮廓的刻画都较好。对 Woman 的分割,NCUT 和本文方法视觉效果最好,RAMESH 和 PARZEN 效果最差。对 Cameraman 的分割,TSALLIS 和 PARZEN 效果很差,已经无法从分割结果辨认出摄影师,其余 4 种方法的分割效果相当。



图 3 经典灰度图像的阈值分割结果及阈值

Fig. 3 Thresholding results of the classic gray level images

为了说明本文方法与 Grady 的等周图割方法的差异,将后者也应用到了上述图像,为了节省空间,图 4 仅列出了两种不同迭代终止条件下无损检测图像的分割结果。从分割结果可以看出:1)等周图割是一种基于边缘检测的方法。2)当迭代终止条件较小时,等周图割方法对具有复杂目标的图像分割效果不好,对目标细节的刻画不够,对具有简单目标的图像分割效果较好,例如,Block;当迭代终止条件较大时,迭代次数增加,对复杂目标细节的刻画更好,但同时也增加了对简单目标所在图像背景细节

的刻画,这使得图像背景更繁杂,反而可能使目标淹没在繁杂的背景中无从辨认,例如,Cell。由此可见,针对不同的图像,如何设置合理的迭代终止条件成了等周图割方法的难点。③两种迭代终止条件下,等周图割方法对 Cell 和 Tile 图像的分割效果都不甚理想,根本原因在于此方法未充分利用图像中像素点的灰度信息来分割目标,只是间接地利用灰度信息计算图中边的权值。

## 5 结 论

传统的阈值分割方法将整个灰度级区间作为分割阈值的搜索空间,未考虑人类视觉感知的特性。另外,Grady 的等周图割方法作为一种经典的图谱图像分割方法,因为其未直接考虑图像的灰度信息以及迭代终止条件难以确定的问题而对灰度图像分割的效果不甚理想。为此,提出一种基于视觉感知和等周理论的图像阈值分割方法。此方法先利用人类视觉感知的特性,结合图像的统计特征来确定一个灰度区间,将区间内的灰度级作为候选阈值。然后,将等周率作为选择分割阈值的准则,选取最小等周率所对应的候选阈值作为最佳阈值来分割图像。为了验证本文方法的有效性,在一系列的工业无损检测图像和经典的阈值分割图像上进行了实验。实

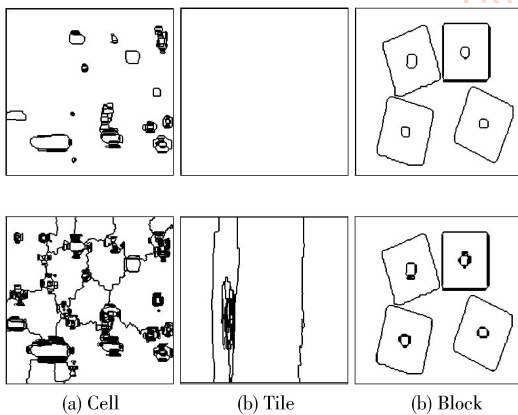


图 4 Grady 方法 (stop =  $2 \times 10^{-5}$  和  $2 \times 10^{-4}$ ) 分割结果

Fig. 4 Segmentation results obtained by Grady's method under stop =  $2 \times 10^{-5}$  and  $2 \times 10^{-4}$

验结果表明,相对于现有的几种经典阈值分割方法,本文方法的分割效果更好。图像分割质量评定指标的评测结果也证实了本文方法的有效性。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] Nakib A, Oulhadj H, Siarry P. A thresholding method based on two-dimensional fractional differentiation [ J ]. *Image and Vision Computing*, 2009, 27(9): 1343-1357.
- [ 2 ] Zhu J, Wang S X, Ji K F, et al. Improved 2D Otsu algorithm for SAR images [ J ]. *Journal of Image and Graphics*, 2009, 14(1): 14-18. [ 朱俊, 王世晔, 计科峰, 等. 一种适用于 SAR 图像的 2 维 Otsu 改进算法 [ J ]. *中国图象图形学报*, 2009, 14(1): 14-18. ]
- [ 3 ] Otsu N. A threshold selection method from gray level histogram [ J ]. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*, 1979, 9(1): 62-66.
- [ 4 ] Hou Z, Hu Q, Nowinski W L. On minimum variance thresholding [ J ]. *Pattern Recognition Letters*, 2006, 27: 1732-1743.
- [ 5 ] Pun T. Entropy thresholding: A new approach [ J ]. *Computer Graphics and Image Processing*, 1981, 16(3): 210-239.
- [ 6 ] Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C. A new method for grey-level picture thresholding using the entropy of the histogram [ J ]. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1985, 29(3): 273-285.
- [ 7 ] Albuquerque M P, Esquef I A, Mello A R G. Image thresholding using Tsallis entropy [ J ]. *Pattern Recognition Letters*, 2004, 25(9): 1059-1065.
- [ 8 ] Ramesh N, Yoo J H, Sethi I K. Thresholding based on histogram approximation [ J ]. *IEE Proceedings, Vision Image Signal Process*, 1995, 142(5): 271-279.
- [ 9 ] Wang S T, Chung F L, Xiong F S. A novel image thresholding method based on parzen window estimate [ J ]. *Pattern Recognition*, 2008, 41(1): 117-129.
- [ 10 ] Sezgin M, Sankur B. Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation [ J ]. *Journal of Electronic Imaging*, 2004, 13(1): 146-165.
- [ 11 ] Shi J B, Malik J. Normalized cuts and image segmentation [ J ]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(8): 888-905.
- [ 12 ] Grady L, Schwartz E L. Isoperimetric graph partitioning for image segmentation [ J ]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, 28(3): 469-475.
- [ 13 ] Tao W B, Jin H. A new image thresholding method based on graph spectral theory [ J ]. *Journal of Computers*, 2007, 30(1): 110-118. [ 陶文兵, 金海. 一种新的基于图谱理论的图像阈值分割方法 [ J ]. *计算机学报*, 2007, 30(1): 110-118. ]
- [ 14 ] Arora S, Acharya J, Verma A, et al. Multilevel thresholding for image segmentation through a fast statistical recursive algorithm [ J ]. *Pattern Recognition Letters*, 2008, 29(2): 119-125.
- [ 15 ] Mohar B. Isoperimetric numbers of graphs [ J ]. *Journal of Combinatorial Theory Series B*, 1989, 47(3): 274-291.
- [ 16 ] Dodziuk J. Difference equations, isoperimetric inequality and the transience of certain random walks [ J ]. *Transactions of the American Mathematical Society*, 1984, 284(2): 787-794.
- [ 17 ] Yasnoff W A, Mui J K, Bacus J W. Error measures for scene segmentation [ J ]. *Pattern Recognition*, 1977, 9(4): 217-231.