

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)02-0161-07

论文索引信息: 朱永贵, 周莹, 王敏. 能量回归尺度空间滤波法在图像去噪中的应用 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(2): 161-167

# 能量回归尺度空间滤波法在图像去噪中的应用

朱永贵, 周莹, 王敏

(中国传媒大学理学院, 北京 100024)

**摘要:** 如何有效地增强图像边缘信息, 消除图像的噪声是图像处理和计算机视觉研究中的基本问题。利用多尺度二进小波变换, 对 2 维噪声图像进行了研究, 提出了能量回归尺度空间滤波方法。利用一些图像进行了数值实验, 实验结果表明, 能量回归尺度空间滤波法可以较好地保留图像边缘特征, 较多地去除噪声。与典型的小波萎缩去噪方法: “硬阈值”滤波法、“软阈值”滤波法相比较, 能量回归滤波算法的峰值信噪比 (PSNR) 提高了 2~3 dB, 从而证实了能量回归尺度空间滤波法具有良好的去噪性能。

**关键词:** 二进小波变换; 回归因子; 峰值信噪比

## The applications of rescaled power scale space filtering method to image denoising

Zhu Yonggui, Zhou Ying, Wang Min

(School of Science, Community University of China, Beijing 100024 China)

**Abstract:** Enhance edges of images efficiently and removal noises in images are fundamental issues in the field of image processing and computer vision. A rescaled power space filtering method is proposed in this paper using multi-scale dyadic wavelet transform for 2D noisy image. Some sample images are tested and results demonstrate that the rescaled power space filtering method can preserve edges features and reduces noises. Compared with the commonly-used wavelet hard-thresholding and soft-thresholding methods, rescaled power space filtering algorithm increases the peak signal to noise ratio (PSNR) by 2~3dB which indicates the superior denoising performance of the power space filtering method.

**Keywords:** dyadic wavelet transform; rescaled factor; peak signal to noise ratio

## 0 引言

小波变换在许多领域如信号处理、图像处理、模式识别和通信等方面都有着广泛的应用。小波变换的主要优点在于能够进行多分辨率分析, 处理高频短时间信号和长时间低频信号, 这一特征使得小波变换适合处理非稳定信号。

去噪是信号和图像处理中的主要任务之一。噪声和图像边缘具有不同的奇异特征。它们的奇异性

是通过 Lipschitz 指数来度量的<sup>[1]</sup>, 边缘奇异性对应的 Lipschitz 指数大于或等于 0, 而噪声的 Lipschitz 指数小于 0。如果用小波变换把带有噪声的图像进行多尺度分解, 则会得到多尺度空间, 并且具有不同 Lipschitz 指数的边缘和噪声的模极大值随尺度变化的规律是不同的。对于图像边缘而言, 其模极大值随着尺度的增大而增大, 而对于噪声而言, 其模极大值随着尺度的增大而减小, 利用这些特征, 可以从带有噪声的图像中去除噪声, 逼近原始图像。

目前, 利用小波变换进行去噪最常用的方法是

收稿日期: 2009-09-25; 修回日期: 2009-11-08

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目 (109030); 中国传媒大学 382 人才工程项目 (G08382316)。

第一作者简介: 朱永贵 (1964—), 男, 副教授。2005 年在中国科学院数学与系统科学研究院获得博士学位, 主要研究方向小波分析、图像处理和偏微分方程。E-mail: ygzhu@cuc.edu.cn。

小波萎缩法,这种方法又可分为小波阈值萎缩法和小波比例萎缩法。小波阈值萎缩法<sup>[2]</sup>是根据小波分解系数幅值的差异,通过设置阈值来实现去噪,主要有“硬阈值”滤波法和“软阈值”滤波法。小波比例萎缩法主要是由 Mihcak 等人<sup>[3]</sup>提出的,其基本思想是通过噪声方差和信号方差的估计,对小波幅值进行比例萎缩来达到去噪目的。尽管这两种方法由于采用了局部适应性很强的双随机过程模型取得了较好的去噪效果,然而它们有一个共同的缺点,那就是它们都建立在对图像噪声方差精确估计的基础上,而在实际操作中对噪声方差的精确估计是非常困难的,因此这些方法从理论上讲去噪效果比较好,但在实际使用中去噪效果会明显地下降。近年来很多人对小波萎缩法做了大量的研究并进行了改进和发展,如基于边缘检测的图像小波阈值去噪方法<sup>[4]</sup>、基于多小波的 HeurSure 图像去噪方法<sup>[5]</sup>、针对 Bayes 阈值使用噪声方差邻域值估计法研究了小波萎缩算法<sup>[6]</sup>和小波变换邻域系数萎缩的去噪法<sup>[7]</sup>。本论文是从研究多尺度小波系数的相关性出发,去考察不同尺度上的图像和噪声的模极大值的 Lipschitz 指数,提出了能量回归尺度空间滤波法。

## 1 2 维图像的 二进小波变换

设  $\psi^{(1)}(x_1, x_2), \psi^{(2)}(x_1, x_2)$  为 2 维小波函数,记

$$\psi_{2^j}^{(1)}(x_1, x_2) = \frac{1}{2^j} \psi^{(1)}\left(\frac{x_1}{2^j}, \frac{x_2}{2^j}\right) \tag{1}$$

$$\psi_{2^j}^{(2)}(x_1, x_2) = \frac{1}{2^j} \psi^{(2)}\left(\frac{x_1}{2^j}, \frac{x_2}{2^j}\right)$$

用  $f(x_1, x_2) \in L^2(\mathbf{R}^2)$  表示 2 维图像函数,那么称

$$W_{2^j}^{(1)}f(x_1, x_2) = f * \psi_{2^j}^{(1)}(x_1, x_2)$$

$$W_{2^j}^{(2)}f(x_1, x_2) = f * \psi_{2^j}^{(2)}(x_1, x_2)$$

为  $f(x_1, x_2)$  的二进小波变换。

数字图像是有限能量的 2 维离散信号  $D = \{d_{m,n}\}_{(m,n) \in \mathbf{Z}^2}$ ,根据文献[1]可知,相应于 2 维离散信号  $D$  一定存在一函数  $f(x_1, x_2) \in L^2(\mathbf{R}^2)$ ,使得对  $\forall (m, n) \in \mathbf{Z}^2$ ,有

$$S_1f(m, n) = d_{m,n}$$

这里  $S_1f(m, n) = f * \phi(x_1, x_2)|_{(x_1=m, x_2=n)}$ ,其中  $\phi(x_1, x_2)$  是相应于小波函数  $\psi^{(1)}(x_1, x_2), \psi^{(2)}(x_1, x_2)$  的尺度函数。于是离散信号  $d_{m,n}$  可以写成  $D =$

$\{S_1f(m, n)\}_{(m,n) \in \mathbf{Z}^2}$ 。取  $S_1f(x_1, x_2)$  的有限尺度二进小波变换的均匀采样值为

$$W_{2^j}^{(1)d}f = \{W_{2^j}^{(1)}f(m, n)\}_{(m,n) \in \mathbf{Z}^2}$$

$$W_{2^j}^{(2)d}f = \{W_{2^j}^{(2)}f(m, n)\}_{(m,n) \in \mathbf{Z}^2}$$

$$S_{2^j}^d f = \{S_{2^j}f(m, n)\}_{(m,n) \in \mathbf{Z}^2}$$

称  $\{S_{2^j}^d f, \{W_{2^j}^{(1)d}f\}_{1 \leq j \leq M}, \{W_{2^j}^{(2)d}f\}_{1 \leq j \leq M}\}$  为图像的 2 维离散二进小波变换。

Mallat<sup>[1]</sup>给出了离散二进小波变换的快速算法,也指出快速二进小波变换可以通过被称为  $\hat{\text{atrous}}$  算法的滤波器组算法而计算。下面的图像重构,采用的就是  $\hat{\text{atrous}}$  算法。

## 2 能量回归尺度空间滤波法

### 2.1 尺度空间滤波

近年来,基于小波的边缘检测和噪声去除技术已被广泛应用于信号和图像处理中,例如 Mallat 等人<sup>[1]</sup>通过分析在不同尺度上小波变换域中的模极大信号的奇异性能够将边缘和噪声区分开来。这里的滤波方法是利用相邻尺度小波变换数据的直接乘积来区分重要边缘和噪声,来达到去噪的目的。由于图像的突变边缘幅值随着尺度的增加而增大,而噪声的幅值却随着尺度的增加而减小,所以用一些相邻尺度上的小波变换相关性  $C_{2^j}^k(n)$  ( $k = 1, 2$ ) 可以精确地确定边缘和噪声的位置,其中  $n = (n_1, n_2)$ 。相邻尺度上的小波相关性是这样规定的:

$$C_{2^j}^k(n) = W_{2^j}^k(n) * W_{2^{j+1}}^k(n) \quad (k = 1, 2) \tag{2}$$

式中,  $*$  表示二矩阵对应元素相乘。有了小波变换相关性,可以看到,  $C_{2^j}^k(n)$  与  $W_{2^j}^k(n)$  相比,  $C_{2^j}^k(n)$  尖锐和增强了图像边缘的模极大,抑制了噪声的模极大。这是因为  $2^{j+1}$  尺度上图像边缘系数的幅度较  $2^j$  尺度上边缘幅度提高了,而在  $2^{j+1}$  尺度上噪声的幅度与  $2^j$  尺度上的噪声幅度相比却降低了。

为了方便起见,现在给出 2 维离散图像能量的定义。对于 2 维离散图像  $f(n) = f(n_1, n_2)$ ,称  $Pf = \sum_{n_1, n_2} (f(n_1, n_2))^2$  为图像  $f(n_1, n_2)$  的能量。由此可以得到尺度  $2^j$  上的二进小波变换后的高频图像  $W_{2^j}^k f(n)$  和相邻尺度的相关性图像  $C_{2^j}^k(n)$  的能量为

$$PW_{2^j}^k = \sum_{n_1, n_2} (W_{2^j}^k f(n_1, n_2))^2$$

$$PC_{2^j}^k = \sum_{n_1, n_2} (C_{2^j}^k(n_1, n_2))^2$$

从图像的能量来看,相关性图像  $C_{2^j}^k(n)$  的能量  $PC_{2^j}^k$  要比同一尺度的高频图像  $W_{2^j}^k f(n)$  的能量  $PW_{2^j}^k$  大得多,或者说它们的能量不在同一个数量级。因此不能对相关性图像  $C_{2^j}^k(n)$  和 高频图像  $W_{2^j}^k f(n)$  从同一级别的亮度上进行比较。这样就需要对此进行调整,使它们达到能够可比的程度。不妨设回归因子  $R_{2^j}^k$ ,将相关性图像  $C_{2^j}^k(n)$  重新标度为

$$C'_{2^j}{}^k(n) = C_{2^j}^k(n) * R_{2^j}^k$$

关于回归因子的具体选取在后面会进一步说明。

现在介绍二进小波变换尺度空间滤波法。对于每个尺度  $2^j$ ,首先比较  $|C'_{2^j}{}^k(n)|$  与  $|W_{2^j}^k(n)|$ ,如果  $|C'_{2^j}{}^k(n)| > |W_{2^j}^k(n)|$ ,那么就把图像边缘位置及相应的小波系数值  $W_{2^j}^k(n)$  记录下来。用这种方法可以把所有的满足上述条件的边缘抽取出来,并把这些处理后的图像边缘幅值设置为 0,而把  $W_{2^j}^k(n)$  和  $C_{2^j}^k(n)$  中未处理的数据点记为  $\overline{W}_{2^j}^k(n)$  和  $\overline{C}_{2^j}^k(n)$ 。将  $\overline{C}_{2^j}^k(n)$  重新标度为

$$\overline{C}'_{2^j}{}^k(n) = \overline{C}_{2^j}^k(n) * \overline{R}_{2^j}^k$$

式中  $\overline{R}_{2^j}^k$  表示新的回归因子,再次比较  $|\overline{C}'_{2^j}{}^k(n)|$  和  $|\overline{W}_{2^j}^k(n)|$ ,如果  $|\overline{C}'_{2^j}{}^k(n)| > |\overline{W}_{2^j}^k(n)|$ ,则记录下一轮边缘位置和小波系数。如此循环迭代下去直到所有的主要边缘被抽取出来为止。迭代次数的选取取决于图像处理者所要求的去噪标准。在数字图像处理中,可以使用图像边界的“黑”区域上的背景噪声作为“参照噪声”<sup>[8]</sup>。对于特定的图像,利用其“参照噪声”的小波变换可以估计出每个尺度上的噪声能量,并用这个噪声能量作为上面介绍的迭代程序的终止阈值。

相关性图像必须经过能量回归处理,才能与小波变换图像进行同一级别的亮度比较。下面介绍在尺度空间滤波法中是如何选取回归因子的,并给出相应的滤波算法。

## 2.2 回归因子的选取和滤波算法

用小波系数的能量除以相关性图像的能量,然后再取其算术平方根作为回归因子就可以使相关性图像  $C_{2^j}^k(n)$  和 高频图像  $W_{2^j}^k f(n)$  进行同一数量级比较。若选回归因子为

$$R_{2^j}^k = \sqrt{\frac{PW_{2^j}^k}{PC_{2^j}^k}}, \text{ 则有}$$

$$C'_{2^j}{}^k(n) = C_{2^j}^k(n) * \sqrt{\frac{PW_{2^j}^k}{PC_{2^j}^k}}$$

这时对原始图像  $f(n) = f(n_1, n_2)$  进行尺度空间滤波处理,就称尺度空间滤波法为能量回归尺度空间滤波法。

如果用  $W_{\text{new } 2^j}^k(n)$  存放从小波系数  $W_{2^j}^k(n)$  中抽取出来的边缘信息,那么用  $W_{\text{new } 2^j}^k(n)$  取代  $W_{2^j}^k(n)$  就能得到尺度空间滤波后的小波变换数据,在这些小波变换数据中,噪声已被去除,大部分原始边缘信息被保留下来。下面的图例显示的就是分解层数为 6 的能量回归尺度空间滤波法的滤波效果。图 1 为 Lena 原始图,图 2 为加入标准方差  $\sigma = 35$  高斯白噪声的图像,图 3 为  $X$  方向尺度是  $2^4$  的小波分解系数  $W_{2^4}^1(n)$ ,图 4 为  $Y$  方向尺度是  $2^4$  的小波分解系数  $W_{2^4}^2(n)$ ,图 5 为  $C_{2^4}^1(n) = W_{2^4}^1(n) * W_{2^5}^1(n)$ ,图 6 为  $C_{2^4}^2(n) = W_{2^4}^2(n) * W_{2^5}^2(n)$ ,图 7 为  $X$  方向滤波后的小波系数  $W_{\text{new } 2^4}^1(n)$ ,图 8 为  $Y$  方向滤波后的小波系数  $W_{\text{new } 2^4}^2(n)$ 。

能量回归尺度空间滤波算法如下:

- 1) 输入噪声图像  $f(n_1, n_2)$  ( $1 \leq n_1, n_2 \leq N$ ) 和分解层数  $J$  ( $1 \leq J \leq \log_2 N$ );
- 2) 取一组矩阵  $\{W_{2^j}^k(n_1, n_2)\}_{1 \leq j \leq J}$  使其满足  $W_{2^j}^k(n_1, n_2) = W_{2^j}^k(n_1, n_2)$ ,取一组尺度滤波器矩阵  $S_{\text{filter } 2^j}^k(n_1, n_2) = 0$ ;



图 1 Lena 原始图  
Fig.1 Original Lena

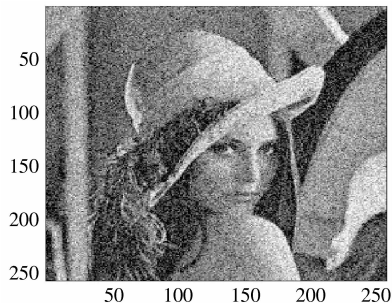


图 2 含噪声的图像  
Fig. 2 Noisy image

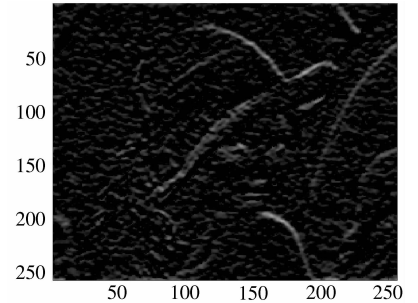


图 3  $X$  方向的小波系数  
Fig.3 Wavelet image in  $X$

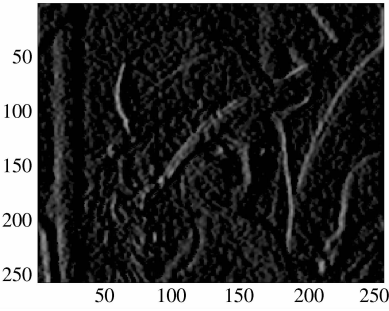


图 4 Y 方向的小波系数  
Fig. 4 Wavelet image in Y

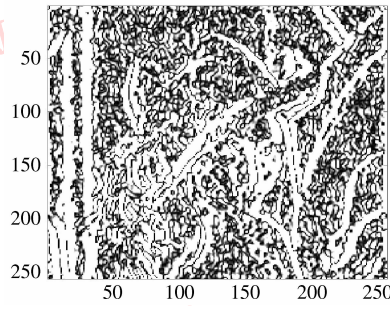


图 5 X 方向的相关性图像  
Fig. 5 Corr. image in X

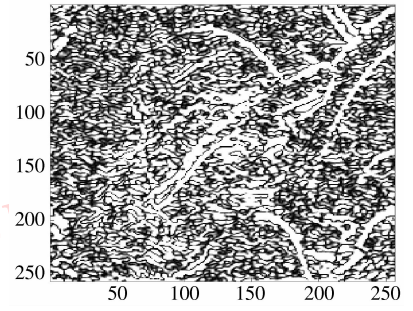


图 6 Y 方向的相关性图像  
Fig. 6 Corr. image in Y

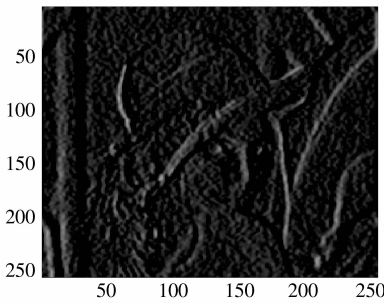


图 7 X 方向滤波后的小波  
Fig. 7 New wavlet in X

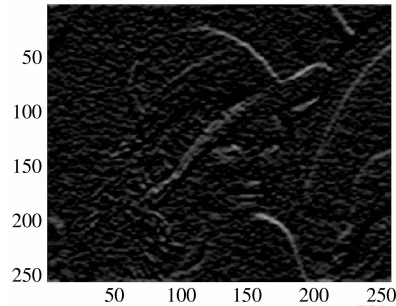


图 8 Y 方向滤波后的小波  
Fig. 8 New wavlet in Y

3) 对噪声图像进行  $J$  个尺度的二进小波分解得到小波变换系数  $\{W_{2^j}^k(n)\}_{1 \leq j \leq J}$  和低频粗糙分量  $S_2 f(n)$ ;

4) 在每个尺度上计算

$$C_{2^j}(n_1, n_2) = W_{2^j}^k(n_1, n_2) \cdot W_{2^{j+1}}^k(n_1, n_2)$$

$$PC_{2^j}^k = \sum_n (C_{2^j}^k(n_1, n_2))^2$$

$$PW_{2^j}^k = \sum_n (W_{2^j}^k(n_1, n_2))^2$$

5) 将  $C_{2^j}^k(n_1, n_2)$  重新标度为

$$C_{2^j}^{\prime k}(n_1, n_2) = C_{2^j}^k(n_1, n_2) \cdot \sqrt{\frac{PW_{2^j}^k}{PC_{2^j}^k}}$$

比较  $C_{2^j}^{\prime k}(n_1, n_2)$  和  $W_{2^j}^k(n_1, n_2)$ , 如果

$$|C_{2^j}^{\prime k}(n_1, n_2)| \geq |W_{2^j}^k(n_1, n_2)|$$

那么就从  $W_{2^j}^k(n)$  和  $C_{2^j}^k(n)$  中抽取边缘信息, 并将其存入  $Sfilter_{2^j}^k(n)$  中, 计算滤波后的小波系数:

$$W_{new\ 2^j}^k(n) = Sfilter_{2^j}^k(n) \cdot WW_{2^j}^k(n);$$

6) 用  $\{W_{new\ 2^j}^1(n), W_{new\ 2^j}^2(n)\}_{1 \leq j \leq J}, S_2 f(n)$  进行重构, 得到滤波图像。

下面将通过数值实验来验证能量回归尺度空间滤波法在图像去噪中的效果。

### 3 数值实验

由 Donoho 提出的小波萎缩“硬阈值”滤波法和“软阈值”滤波法<sup>[2]</sup>, 目前虽然被广泛地用于图像去噪, 而且可以取得较好的滤波效果, 但它们还是存在明显的缺陷: “硬阈值”方法虽然可以较好地保留图像边缘等局部细节特征, 但图像可能会出现振铃、伪吉布斯效应等失真现象; “软阈值”方法处理的结果相对平滑, 但是“软阈值”方法往往会造成图像边缘模糊、图像细节丢失现象。能量回归尺度空间滤波法与这两种方法相比既可以保留图像的边缘又可以消除图像的噪声。

为了验证能量回归滤波算法的有效性, 分别采用“硬阈值”法、“软阈值”法和能量回归法对图像进行去噪处理, 并对去噪结果进行比较和分析。实验对象是被标准方差  $\sigma = 35, 40, 45$  污染的并含有大量纹理细节的 Barbara 图像。对实验结果采用峰值信噪比 (PSNR) 作为评价指标, 其表达式如下

$$PSNR = 20 \lg \frac{255}{\sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{n_1=1}^M \sum_{n_2=1}^N (f_0(n_1, n_2) - f(n_1, n_2))^2}}$$

单位为分贝 (dB), 其中  $f_0, f$  分别表示原始图像和待评价的图像,  $N$  和  $M$  表示图像的长度和宽度。

数值实验中采用的是双正交小波 bior1.3, 并对图像进行 3 层分解。下面列出  $\sigma = 35, 40, 45$  时, “硬阈值”去噪、“软阈值”去噪和能量回归滤波的结果。图 9 是加入标准差分别为  $\sigma = 35, 40, 45$  的噪声

图像, 图 10 是用“硬阈值”法、“软阈值”法和能量回归法对图 9(a) 滤波的结果, 图 11 是“硬阈值”法、“软阈值”法和能量回归法对图 9(b) 滤波的结果, 而图 12 是由“硬阈值”法、“软阈值”法和能量回归法对图 9(c) 的滤波结果。

可以观察到, 能量回归算法在去除噪声的同时,

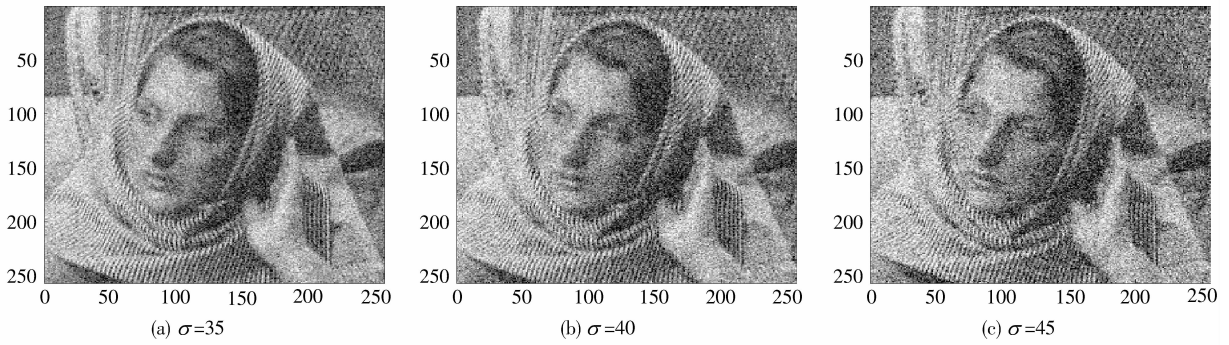


图 9 不同水平的噪声图像  
Fig. 9 Noisy image with different variance

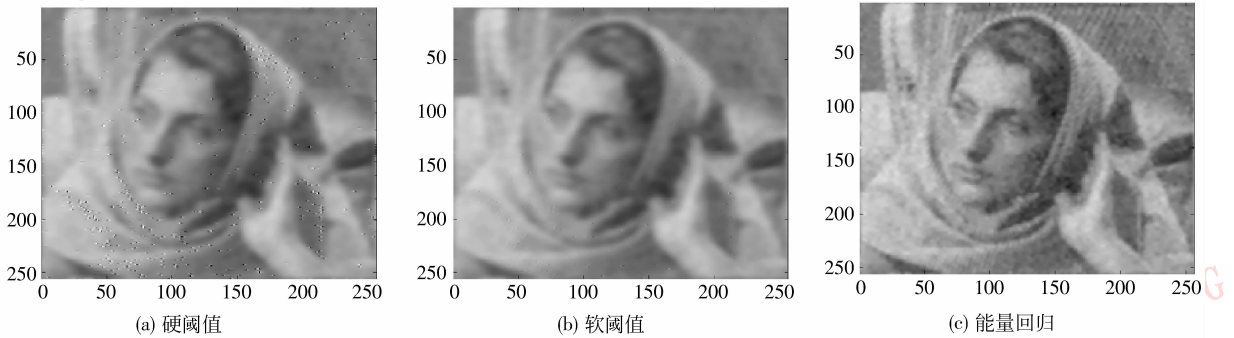


图 10 3 种方法对噪声图像 ( $\sigma = 35$ ) 的去噪结果  
Fig. 10 Three different results for noisy image ( $\sigma = 35$ )

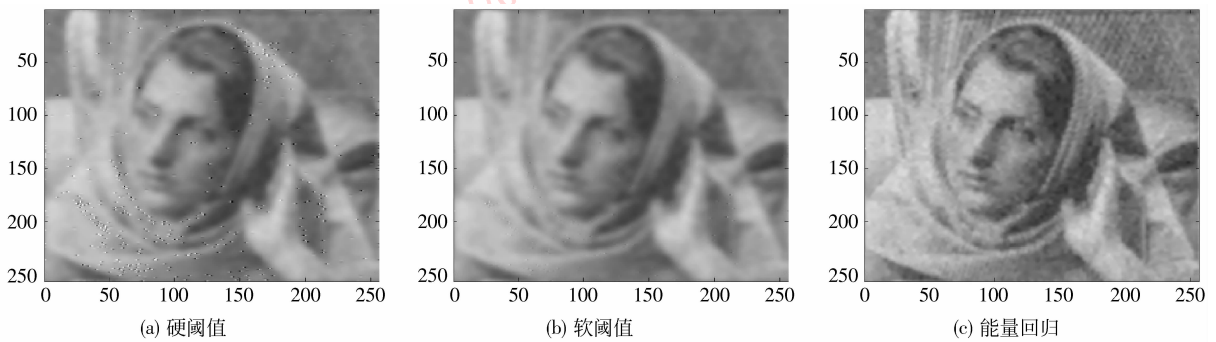


图 11 3 种方法对噪声图像 ( $\sigma = 40$ ) 的去噪结果  
Fig. 11 Three different results for noisy image ( $\sigma = 40$ )

非常好地保留了头巾和藤椅的大量纹理细节, 而“硬阈值”法和“软阈值”法在噪声较大时去噪后却

使图像纹理细节变得很模糊, 出现了失真。表 1 是各种方法滤波后的峰值信噪比 (PSNR) 对比结果:

表 1 不同去噪方法的 PSNR/dB 比较表

Tab.1 Comparison of different denoising methods/dB

	去噪方法		
	硬阈值	软阈值	能量回归
35	20.472 3	21.219 1	22.022 9
40	19.679 1	21.226 5	21.887 1
45	18.532 1	21.232 8	21.733 9

为了表明能量回归尺度空间滤波法的可靠性,下面再给出用这 3 种方法对被高斯白噪声 ( $\sigma = 40$ ) 污染的 Lena 图像、MR 图像和指纹图像的去噪效果。图 13 (a) — (c) 是含有噪声的 Lena 图像、MR

图像和指纹图像,图 14—图 16 是滤波结果。

表 2 是硬阈值、软阈值和能量回归方法对 Lena 图像、MR 图像和指纹图像滤波后的峰值信噪比 (PSNR) 的对比情况。

表 2 不同去噪方法的 PSNR/dB 比较表

Tab.2 Comparison of different denoising methods/dB

去噪方法	硬阈值	软阈值	能量回归
Lena 图像	22.887 4	22.944 1	25.266 2
MR 图像	22.030 9	22.688 2	25.276 4
指纹图像	24.038 7	24.619 3	26.547 6

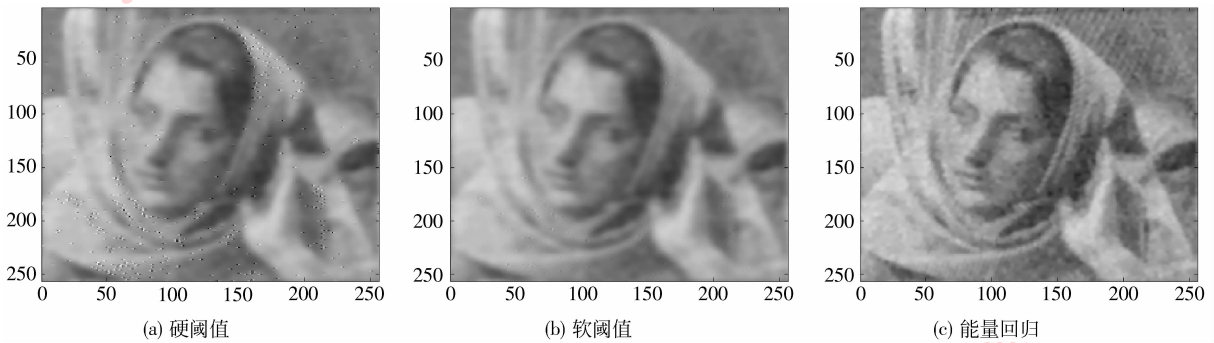


图 12 3 种方法对噪声图像 ( $\sigma = 45$ ) 的去噪结果  
Fig. 12 Three different results for noisy image ( $\sigma = 45$ )

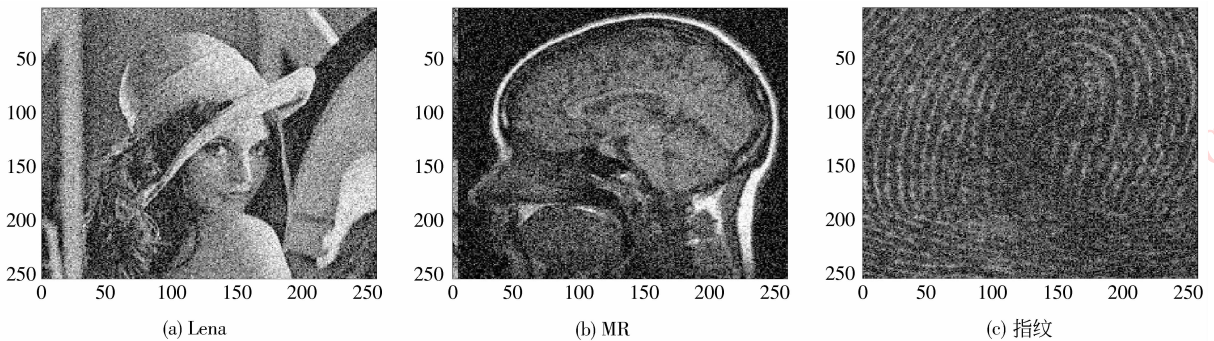


图 13 噪声图像  
Fig. 13 Noisy image

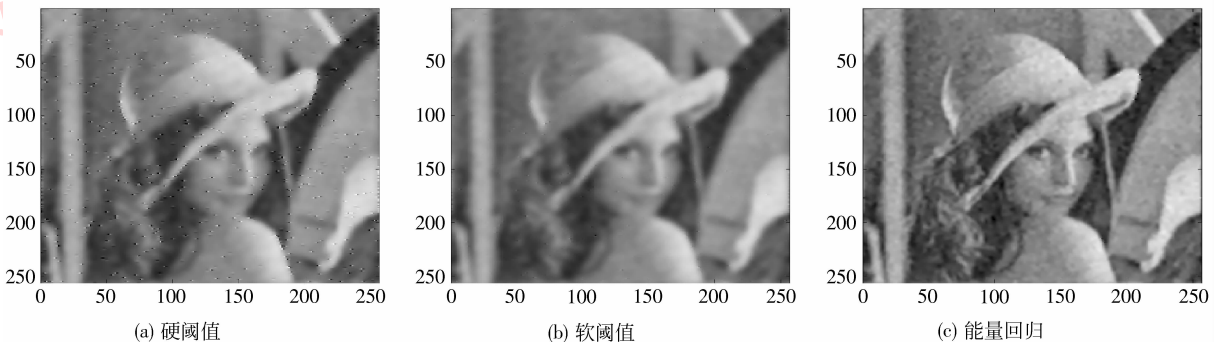


图 14 3 种方法对 Lena 噪声图像的去噪结果  
Fig. 14 Three different results for Lena noisy image

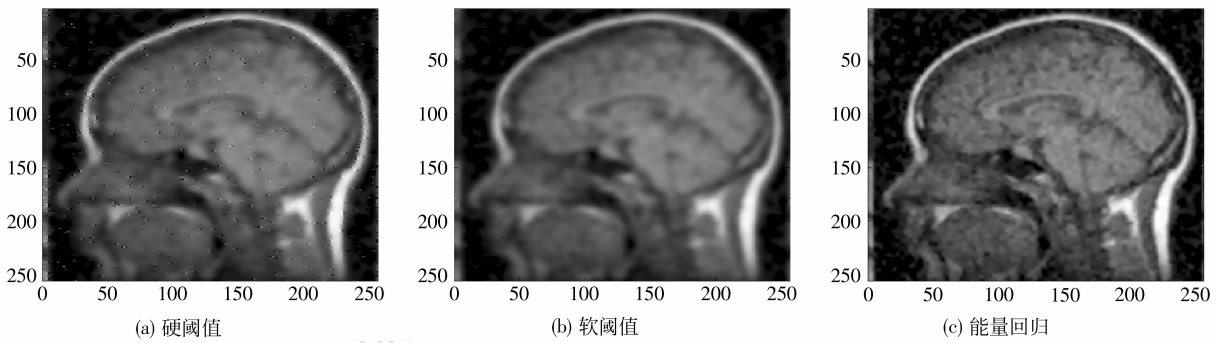


图 15 3 种方法对 MR 噪声图像的去噪结果

Fig. 15 Three different results for MR noisy image

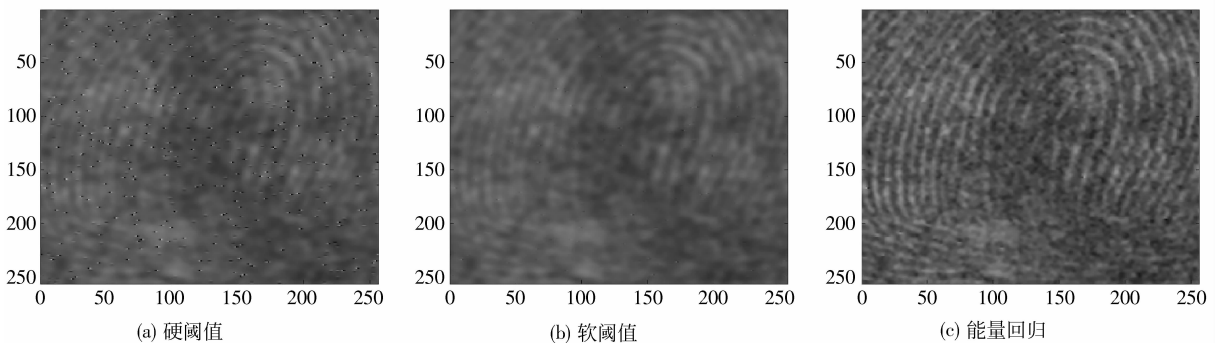


图 16 3 种方法对指纹噪声图像的去噪结果

Fig. 16 Three different results for Finger noisy image

## 4 结 论

从以上数值实验和峰值信噪比对照表可以得到以下结论:

1) 对于含有大量纹理细节的噪声图像,能量回归尺度空间滤波算法普遍好于“硬阈值”法和“软阈值”法的滤波结果,该方法既避免了“硬阈值”法出现的振铃、伪吉布斯效应,又避免了“软阈值”法造成的图像边缘模糊、图像细节丢失的现象。

2) 无论从主观观察还是客观评价来看,能量回归尺度空间滤波算法在图像处理中具有良好的去噪性能。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1992, 38(2):617-643.
- [ 2 ] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaption via wavelet shrinkage [J]. Biometrika, 1994, 81: 425-435.
- [ 3 ] Mihcak K, Kozintsev I, Ramchandran K, et al. Low-complexity

image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(6): 300-303.

- [ 4 ] Liu Wei, Ma Zhengming. Wavelet image threshold denoising based on edge detection [J]. Journal of Image and Graphics, 2002, 7(8):788-793. [柳微,马争鸣.基于边缘检测的图像小波阈值去噪方法[J].中国图象图形学报,2002,7(8):788-793.]
- [ 5 ] Fei Peiyan, Guo Baolong. A study on multiwavelet-based image denoising [J]. Journal of Image and Graphics, 2005,10(1): 107-112. [费佩燕,郭宝龙.基于多小波的图像去噪技术研究[J].中国图象图形学报,2005,10(1):107-112.]
- [ 6 ] Li Chong, Gu Xingfa. Wavelet iamge denoising in wavelet shrinkage ways [J]. Journal of Remote Sensing, 2006,10(5): 697-702. [李翀,顾行发.基于小波萎缩方法的图像小波去噪的研究[J].遥感学报,2006,10(5):697-702.]
- [ 7 ] Shen Xiang, Chen Wenjing. Shrinking denoising algorithm based on stationary wavelet transform [J]. Journal of Computer Applications, 2007,27(1):55-68. [沈洋,陈文静.基于平稳小波变换领域系数萎缩的图像去噪法[J].计算机应用,2007,27(1):55-68.]
- [ 8 ] Weaver J B, Xu Y. Filtering noise from images with wavelet transforms. Magn. Reson. Med. 1991, 21(2): 288-295.