

中图法分类号: TN911.73 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)02-0168-06

论文索引信息: 胡海智, 孙辉, 邓承志, 陈习, 柳枝华. 全变差正则化的 Shearlet 收缩去噪 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(2): 168-173

全变差正则化的 Shearlet 收缩去噪

胡海智¹⁾, 孙辉^{1),2)}, 邓承志²⁾, 陈习²⁾, 柳枝华¹⁾

¹⁾(南昌航空大学信息工程学院, 南昌 330063) ²⁾(南昌工程学院计算机科学与技术系, 南昌 330099)

摘要: Shearlet 是一种新型的多尺度几何分析工具, 通过对基本函数缩放、剪切和平移等仿射变换生成具有不同特征的 Shearlet 函数, 能够对图像进行稀疏表示且产生最优逼近。首先提出了一种 Shearlet 变换的数字实现方法, 然后提出了一种结合 Shearlet 变换和变分法的图像去噪方法。该方法采用 Shearlet 变换域约束条件的全变差正则化模型, 可以去除简单阈值处理后产生的伪吉布斯效应。实验结果表明, 该方法在抑噪和保持边缘的同时, 取得了好的视觉效果和更高的 PSNR 值。

关键词: Shearlet 变换; 全变差; 图像去噪; 峰值信噪比

Shearlet shrinkage de-noising based total variation regularization

Hu Haizhi¹⁾, Sun Hui^{1),2)}, Deng Chengzhi²⁾, Chen Xi²⁾, Liu Zhihua¹⁾

¹⁾(School of Information Science and Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063 China)

²⁾(Department of Computer Science and Technology, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099 China)

Abstract: Shearlet is a new-style multi-scale geometry analysis tool. It creates Shearlet functions which have different characteristics through zooming, shearing, translating and other affine transforming methods, and enables its capable of optimally sparse representation. Firstly, a digital Shearlet transform implementation method is proposed in this paper. And then, a new de-noising method that combines Shearlet transform and variation is presented, which mainly been established using a total variation regularization model to constraint condition on Shearlet transform domain. The proposed model aims at reducing Pseudo-Gibbs artifacts after simple threshold methods. Numerical examples demonstrate that the method can remove noises and keep edges effectively, leading to improved visual effect and PSNR.

Keywords: shearlet transform; total variation; image de-noising; PSNR

0 引言

图像去噪是图像处理中的一个基础性的研究课题。目前此领域最具有影响的方法当属以小波为代表的计算调和分析和变分法为代表的偏微分方程方法。传统小波仅能反映信号的零维奇异性, 即只能表达奇异点的位置和特征, 而难以表达更高维的特征, 如图像。因此, 小波变换并不适合图像的去噪。为了克服小波的局限性, 多尺度几何分析

(MGA) 被提出, 发展 MGA 的目的是为了检测、表示、处理某些高维空间数据。目前人们提出的 MGA 方法主要包括曲线波 (Curvelet)^[1], 轮廓波 (Contourlet)^[2] 等。最近 Guo 和 Labate 等通过具有合成膨胀的仿射系统构造了剪切波 (Shearlet)^[3], 它能产生最优逼近。然而, 基于收缩法的 MGA 的图像去噪方法, 都不可避免的会出现伪吉布斯 (Pseudo-Gibbs) 振荡现象。

基于图像恢复的全变差模型最初是由 Rudin, Osher 和 Fatemi^[4] 提出, 它可以在去噪的同时很好地

收稿日期: 2009-10-12; 修回日期: 2009-12-28

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60462003); 江西省教育厅科技项目 (GJJ09366)。

第一作者简介: 胡海智 (1978—), 男。南昌航空大学计算机学院计算机应用专业硕士研究生, 主要研究方向为图像处理、多尺度几何分析等。E-mail: dcs_huhaizhi@163.com。

保持边缘。然而,在保持对比度和纹理信息方面存在不足。近年来,为了弥补计算调和分析和变分法的不足,越来越多的学者致力于二者的结合。Slyvain 和 Jacques^[5]将小波收缩法和全变差正则化的方法结合起来,以减弱伪吉布斯振荡。

首先提出了一种 Shearlet 变换的数字实现方法,然后在 Shearlet 变换域中引入全变差模型。同简单的硬阈值处理不同的是,该模型不是简单的将小于阈值的系数置零,而是在全变差最小的条件下,对小于阈值的系数做适当的迭代修正后再进行恢复。实验结果表明,该方法能够很好地抑制和去除噪声,同时也能很好地保留图像边缘等细节特征。

1 Shearlet 变换理论

Shearlet 变换由 Guo 和 Labate 根据合成小波理论^[6-7]衍生而来。当维数 $n = 2$ 时,具有合成膨胀的仿射系统为

$$\mathcal{A}_{AB}(\psi) = \{\psi_{j,l,k}(x) =$$

$$|\det \mathbf{A}|^{j/2} \psi(\mathbf{B}^l \mathbf{A}^j x - k) : j, l \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{Z}^2\}$$

式中 $\psi \in L^2(\mathbf{R}^2)$, \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 是 2×2 可逆矩阵, $|\det \mathbf{B}| = 1$ 。如果 $\mathcal{A}_{AB}(\psi)$ 满足 Parseval 框架(紧框架),则 $\mathcal{A}_{AB}(\psi)$ 的元素称为合成小波,其中矩阵 \mathbf{A} 和尺度变换相关联, \mathbf{B} 和保持面积不变的几何尺度相关联。当 $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 时,称

为 Shearlet。对 $\xi = (\xi_1, \xi_2) \in \hat{\mathbf{R}}^2, \xi_1 \neq 0$, 令

$$\hat{\psi}^{(0)}(\xi) = \hat{\psi}^{(0)}(\xi_1, \xi_2) = \hat{\psi}_1(\xi_1) \hat{\psi}_2(\xi_2 / \xi_1) \quad (1)$$

式中 $\text{supp } \hat{\psi}_1 \subset [-1/2, -1/16] \cup [1/16, 1/2]$,

$\text{supp } \hat{\psi}_2 \subset [-1, 1]$ 。假设 $\sum_{j \geq 0} |\hat{\psi}_1(2^{-2j} \omega)|^2 = 1,$

$|\omega| \geq 1/8$ 且对 $j \geq 0$, 有 $\sum_{l=-2^j}^{2^j-1} |\hat{\psi}_2(2^j \omega - l)|^2 = 1,$

$|\omega| \leq 1$ 可以得到,对 $(\xi_1, \xi_2) \in \mathbf{D}_0$, 有

$$\sum_{j \geq 0} \sum_{l=-2^j}^{2^j-1} |\hat{\psi}^{(0)}(\xi \mathbf{A}_0^{-j} \mathbf{B}_0^{-l})|^2 =$$

$$\sum_{j \geq 0} \sum_{l=-2^j}^{2^j-1} |\hat{\psi}_1(2^{-2j} \xi_1)|^2 |\hat{\psi}_2(2^j \xi_2 / \xi_1 - l)|^2 = 1$$

式中 $\mathbf{D}_0 = \{(\xi_1, \xi_2) \in \hat{\mathbf{R}}^2 : |\xi_1| \geq 1/8, |\xi_2 / \xi_1| \leq 1\}$ 。

函数 $\{\hat{\psi}^{(0)}(\xi \mathbf{A}_0^{-j} \mathbf{B}_0^{-l})\}$ 形成了 \mathbf{D}_0 的一个剖分,如图 1(a) 所示。由 $\hat{\psi}_1, \hat{\psi}_2$ 的支撑条件可以得出函数 $\psi_{j,l,k}$ 的频域支撑为

$$\text{supp } \hat{\psi}_{j,l,k}^{(0)} \subset \{(\xi_1, \xi_2) : \xi_1 \in [-2^{2j-1}, -2^{2j-4}] \cup [2^{2j-4}, 2^{2j-1}], | \xi_2 / \xi_1 + l 2^{-j} | \leq 2^{-j}\}$$

即每个元素 $\psi_{j,l,k}$ 支撑在梯形对上,近似大小为 $2^{2j} \times 2^j$,方向沿着斜率为 $l 2^{-j}$ 的直线,如图 1(b) 所示。

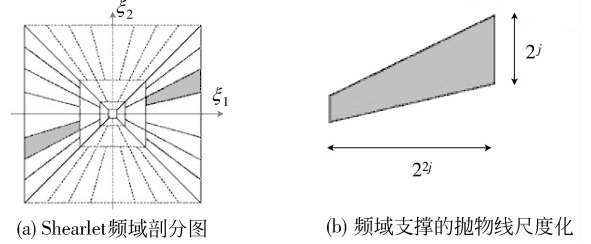


图 1 Shearlet 频域剖分图和频域支撑的抛物线尺度化
Fig. 1 The tiling of the frequency plane induced by the shearlet and the frequency support satisfies parabolic scaling

由上面的讨论,得到

$$\{\psi_{j,l,k}^{(0)}(x) = 2^{3j/2} \psi^{(0)}(\mathbf{B}_0^l \mathbf{A}_0^j x - k) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbf{Z}^2\}$$

是 $L^2(\mathbf{D}_0)^\vee = \{f \in L^2(\mathbf{R}^2) : \text{supp } \hat{f} \subset \mathbf{D}_0\}$ 的一个 Parseval 框架。同理可以构造一个 $L^2(\mathbf{D}_1)^\vee$ 的 Parseval 框架,其中 \mathbf{D}_1 是垂直锥 $\mathbf{D}_1 = \{(\xi_1, \xi_2) \in \hat{\mathbf{R}}^2 : |\xi_2| \geq 1/8, |\xi_1 / \xi_2| \leq 1\}$ 。令 $\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, 且 $\psi^{(1)}$ 由下式给定

$$\hat{\psi}^{(1)}(\xi) = \hat{\psi}^{(1)}(\xi_1, \xi_2) = \hat{\psi}_1(\xi_2) \hat{\psi}_2(\xi_1 / \xi_2) \quad (2)$$

则集合

$$\{\psi_{j,l,k}^{(1)}(x) = 2^{3j/2} \psi^{(1)}(\mathbf{B}_1^l \mathbf{A}_1^j x - k) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbf{Z}^2\}$$

是 $L^2(\mathbf{D}_1)^\vee$ 的 Parseval 框架^[8-9]。

2 Shearlet 变换的数字实现

本文提出的 Shearlet 变换的数字实现由分解和重构两部分组成。

Shearlet 变换的分解由以下两步构成,多尺度剖分和方向局部化。

1) 多尺度剖分 用 Haar 小波对图像进行分解。对于图像 f , 分别得到低频系数 f_j^l 和各个尺度下的高频系数 f_0, f_1, \dots, f_j , j 为分解的尺度。

2) 方向局部化 为了得到不同方向的高频分量,对各个尺度下的高频系数采用带方向和尺度变化的窗函数进行剖分。如图 1(a) 所示。对每个尺

度上的高频系数的 D_0 和 D_1 区域分别选择 $2^{j+1} + 1$ 个窗函数 W , 使得满足 $\sum_{d=0}^1 \sum_{l=-2^j}^{2^j} |W_{j,l}^{(d)}(\xi_1, \xi_2)|^2 = 1$ 。图 2 给出了本文 $j=0$ 和 $j=1$ 尺度下两个窗函数的例子。

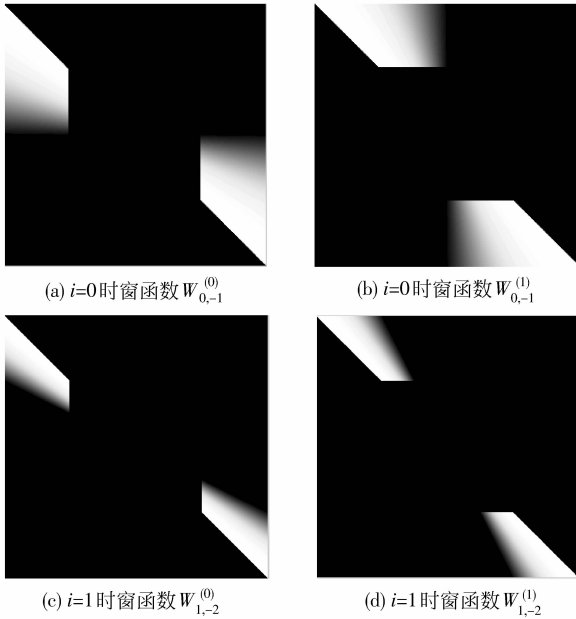


图 2 $j=0, 1$ 时 D_0 和 D_1 区域的窗函数
Fig. 2 Window functions of D_0 and D_1 at $j=0, 1$

Shearlet 变换重构算法包括以下几步:

1) 子带重构 将分解得到的 Shearlet 系数进行方向局部化的反变换, 于是不同尺度下的子带分别重构可以得到 $\Delta f_0, \Delta f_1, \Delta f_2, \dots$ 将其相加即可得到重构后的高频系数 f'_2 。

2) 图像重构 对分解后的低频系数 f'_1 与重构后的高频系数 f'_2 按位置进行合成, 从而可以得到重构后的图像 f' 。

3 收缩去噪模型和方法

收缩法是变换域中最为广泛的图像去噪方法。阈值收缩主要基于以下事实, 比较大的系数一般都是以实际信号为主, 而比较小的系数则很大程度上是噪声。即在系数中, 低频分量中含有大量的信息, 应该给予保留; 同时在高频分量中, 一些绝对值大的重要的系数并不是噪声, 而是边缘信息, 也应保留。

硬阈值收缩法的收缩函数为^[10]

$$S^H(x) = \begin{cases} x & |x| > T \\ 0 & |x| \leq T \end{cases} \quad (3)$$

式中 T 为收缩的阈值。硬阈值是将绝对值小于阈值的系数置为零, 而将绝对值大于阈值的系数不加以任何处理给予保留。硬阈值的优点是运算速度快, 能取得较好的去噪效果。但由于其收缩函数是不连续的, 所以在图像中会产生许多“人为”噪声, 图像会出现振铃、伪吉布斯效应等视觉失真。图 3 给出了硬阈值函数示意图。图中的小正方形是代表绝对值小于阈值的系数, 因为在硬阈值处理中将小于阈值的系数直接置零, 这样就丢失了图像的一部分信息。

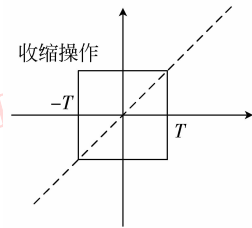


图 3 硬阈值收缩函数
Fig. 3 Hard thresh shrinkage function

伪吉布斯现象可以视为一种整体振荡, 而全变差正则化对整体振荡有很好的抑制作用。为了避免硬阈值收缩去噪丢失的图像信息, 以及更好地消除伪吉布斯现象, 本文引入全变差正则化。

一般而言, 从含噪模型 $\tilde{f} = f + e$ (\tilde{f} 代表含噪图像, f 代表干净图像, e 代表噪声) 恢复干净图像 f 是一个不适定的问题, 有无穷解。为了获得一个稳定解, 通常需要引入一个正则化约束项。Rudin 等人提出的全变差正则化图像去噪模型为 $\min TV(f) + \lambda \| \tilde{f} - f \|_{L^2(\Omega)}^2$ 。其中 $TV(f)$ 为正则项, 参数 λ 为正则化参数。

对 $f \in L^2(\Omega)$, 全变差 (TV) 定义为

$$TV(f) = \int_{\Omega} |\nabla f| \, dx \quad (4)$$

Vogel 和 Oman^[11] 用式(5)近似式(4):

$$J_{\beta}(f) = \int_{\Omega} \sqrt{|\nabla f|^2 + \beta^2} \, dx \quad (5)$$

式中 β 是很小的正数。式(5)的离散形式为

$$J_{\beta}(f) = \sum_k \sqrt{|(d_1 f)_k|^2 + |(d_2 f)_k|^2 + \beta^2}$$

式中 $(d_1 f)_k = f_{k_1+1, k_2} - f_{k_1, k_2}$, $(d_2 f)_k = f_{k_1, k_2+1} - f_{k_1, k_2}$ 。

首先对含噪图像 \tilde{f} 进行 Shearlet 变换, 得到 Shearlet 系数 $d_{j,l}(\tilde{f})$ 和尺度系数 $C_{j,l}(\tilde{f})$, 然后通过硬阈值函数对 Shearlet 系数进行非线性阈值得到干

净图像的一个估计。保留系数的指标集为

$$\mathbf{M} = \{(j, l) : d_{j,l}(\tilde{\mathbf{f}}) > T\} \quad (6)$$

对于函数 f , 约束空间为

$$\mathbf{U} = \begin{cases} \mathbf{u} = (u_k)_{k \in I_N^2} : C_{j,l}(\mathbf{u}) = C_{j,l}(f) & \forall (j, l) \\ d_{j,l}(\mathbf{u}) = d_{j,l}(f) & \forall (j, l) \in \mathbf{M} \end{cases}$$

空间 \mathbf{U} 的方向由 \mathbf{V} 确定,

$$\mathbf{V} = \begin{cases} \mathbf{v} = (v_k)_{k \in I_N^2} : C_{j,l}(\mathbf{v}) = 0 & \forall (j, l) \\ d_{j,l}(\mathbf{v}) = 0 & \forall (j, l) \in \mathbf{M} \end{cases}$$

Shearlet 变换域约束的全变差正则化模型是寻找满足式(7)的 $\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}$ 。

$$TV(\mathbf{u}^*) = \min_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} TV(\mathbf{u}) \quad (7)$$

TV 函数 $J_\beta(f)$ 是凸函数, 可行域 \mathbf{U} 也是凸的, 可以用梯度投影法进行求解。离散 TV 定义为

$$TV(\mathbf{u}) = \sum_{n=1}^{N-1} |u^{n+1} - u^n| \quad (8)$$

式中 $\mathbf{u} = (u^1, u^2, \dots, u^N)$, N 为信号的样本。令 g_k 是全变差在 u_k 上的次梯度, 且 $\forall n=2, \dots, N-1$ 满足:

$$g_k^n = \text{sgn}(u_k^n - u_k^{n-1}) - \text{sgn}(u_k^{n+1} - u_k^n)$$

$n=1$ 和 N 时有

$$\begin{aligned} g_k^1 &= -\text{sgn}(u_k^2 - u_k^1) \\ g_k^N &= \text{sgn}(u_k^N - u_k^{N-1}) \end{aligned} \quad (9)$$

对于 $\forall x, y \in \mathbf{R}$ 有

$$|y| \geq |x| + \text{sgn}(x)(y - x) \quad (10)$$

假设 $y = u_k^{n+1} - u_k^n$, $x = u_k^{n+1} - u_k^n$, 根据式(10)可以得到

$$TV(v) \geq TV(u_k) + \langle g_k, v - u_k \rangle \quad (11)$$

当 $\forall u \in \mathbf{X}$, 根据 $P(u) = u_0 + P_V(u - u_0)$, $u = u_k - \lambda_k g_k$, 得到

$$u_{k+1} = P(u) = u_0 + P_V(u_k - u_0) - \lambda_k P_V(g_k) \quad (12)$$

对于 $u_k - u_0 \in \mathbf{V}$ 有 $P_V(u_k - u_0) = u_k - u_0$, 代入式(11)即可得到

$$u_{k+1} = u_k - \lambda_k P_V(g_k) \quad (13)$$

式中 λ_k 代表迭代步长, $P_V(\cdot)$ 表示在 \mathbf{V} 上的正交投影。

根据以上理论模型, 本文的去噪算法可以分为两步:

1) Shearlet 硬阈值估计

(1) 对含噪图像进行 Shearlet 变换, 得到 Shearlet 系数 $d_{j,l}(\tilde{\mathbf{f}})$ 和尺度系数 $C_{j,l}(\tilde{\mathbf{f}})$ 。

(2) 对 Shearlet 系数进行硬阈值去噪, 用 \mathbf{M} 来表示保留系数的指标集。

(3) 用 Shearlet 反变换得到图像的初始估计 \mathbf{f}' 。

2) 迭代修正

初始化 $L_{\max} = 1$, N 代表迭代次数, $\lambda_0 = L_{\max}$, $d_i = L_{\max}/N$ 。

(1) 计算 $J_\beta(f)$ 的次梯度 $\nabla_f J_\beta(\mathbf{f}^{(n)})$ 。

(2) 将 $\nabla_f J_\beta(\mathbf{f}^{(n)})$ 投影到 \mathbf{V} 空间得到

$$P_V(\nabla_f J_\beta(\mathbf{f}^{(n)}))$$

(3) 利用式(13)计算

$$\mathbf{f}^{(n+1)} = \mathbf{f}^{(n)} - \lambda_n P_V(\nabla_f J_\beta(\mathbf{f}^{(n)}))$$

(4) $n = n + 1$, $\lambda_{n+1} = \lambda_n - d_\lambda$, 当 $\lambda_n \geq 0$ 时转至步骤 2) 中第(1)步循环执行, 否则结束迭代退出循环。

4 实验结果

实验对比了 4 种去噪方法, 分别是 ROF 的全变差去噪模型^[4]、小波 + 全变差 (Wavelet + TV) 去噪^[5]、Shearlet 硬阈值去噪和本文的去噪算法。小波变换采用 9-7 小波, 分解到 3 层。Shearlet 硬阈值去噪和本文算法 (Shearlet + TV) 中 Shearlet 变换均采用本文第 3 节提出的数字化实现方法。

图 4 为利用 ROF 方法 (迭代 20 次)、Wavelet + TV、Shearlet 硬阈值方法和本文方法 (迭代次数 20 次) 对含噪图像 Lena (噪声标准差为 30) 的抑噪结果。ROF 方法 (图 4(c)) 重构后的图像模糊, 丢失了部分对比度和纹理信息。小波和全变差结合 (图 4(d)) 可以消除小波硬阈值去噪后出现了伪吉布斯振荡。但由于小波变换对图像的非稀疏表示, 使得小波域阈值收缩丢失了部分图像特征, 去噪后的图像趋于平滑。Shearlet 变换能够对图像进行稀疏表示且产生最优逼近, 因此 Shearlet 硬阈值获得较好的去噪效果。然而 Shearlet 硬阈值去噪不可避免产生伪吉布斯振荡, 重构图像出现了很明显的“裂痕”。本文算法 (图 4(f)) 可以很好地平滑这些“裂痕”, 且去噪效果有很大的提高。

图 5 为各去噪算法重构图像的局部细节图。从图 5(f) 可以看到本文算法在去噪的同时, 较好地保留了图像的边缘和纹理信息, 而且使硬阈值去噪产生的失真基本消失。

图 6 给出了噪声标准差 s 随去噪后图像 PSNR 变化的曲线图。通过分析图中的数据可以得出, 当噪声标准差逐渐增大时, 本文算法相对于其他几种算法而言有很大的提高。



图 4 噪声标准差为 30 时,各算法重建的 Lena 图像
 Fig. 4 Reconstructed Lena image of various methods at $s = 30$



图 5 噪声标准差为 30 时,各算法重建的 Lena 图像的局部细节
 Fig. 5 Detail view of reconstructed Lena image at $s = 30$

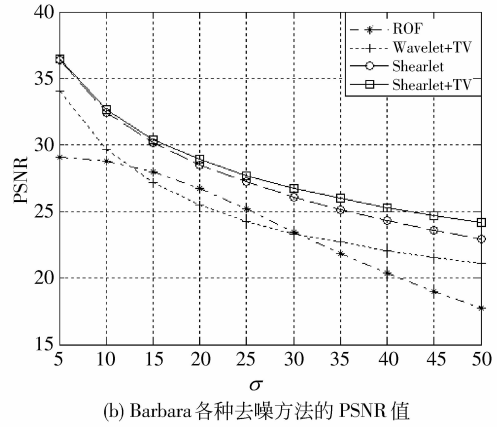
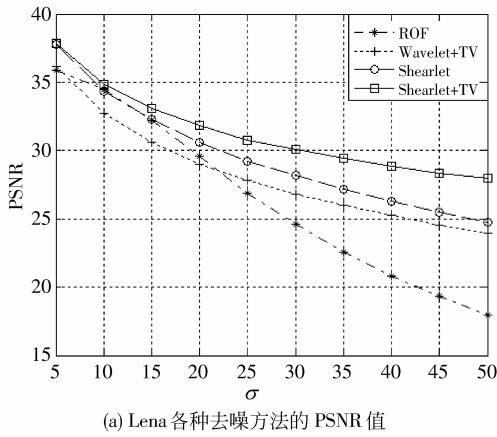


图 6 Lena 和 Barbara 各种去噪方法的 PSNR 值
Fig. 6 Lena & Barbara PSNR for different denoising

从以上分析可知,本文算法兼顾了去噪和保持细节两方面的要求,在主观评价(图像的视觉效果)和客观评价(PSNR 值)都有很大提高。

5 结 论

提出了一种 Shearlet 变换的数字实现方法,在此基础上提出了一种结合 Shearlet 变换和变分法的图像去噪方法。该方法主要是利用全变差最小化模型进行迭代修正 Shearlet 变换硬阈值去噪后得到的估计图像,可以在抑制噪声和保护边缘的同时,有效的抑制简单的阈值处理时产生的伪吉布斯振荡。实验结果表明,本文方法取得了较为理想的视觉效果和更高的 PSNR 值。

参考文献 (References)

[1] Starck J L, Candes E J, Donoho D L. The Curvelet transform for image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(6) : 670-684.
[2] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12) : 2091-2106.

[3] Guo K, Labate D. Optimally Sparse multidimensional representation using shearlets [J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 2007, 1(39) : 298-318.
[4] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physica D, 1992, 60(14) : 259-268.
[5] Durand S, Fromen J. Reconstruction of wavelet coefficients using total variation minimization [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2003, 24(5) : 1754-1767.
[6] Guo K, Lim W Q, Labate D. Wavelets with composite dilations and their MRA properties [J]. Applied Computational Harmonic Analysis, 2006, 20(2) : 231-249.
[7] Guo K, Lim W Q, Labate D. Wavelets with composite dilations [J]. Electronic Research Announcements, 2004, 1(10) : 78-87.
[8] Easley G R, Labate D. Sparse directional image representations using the discrete shearlet transform [J]. Applied Computational Harmonic Analysis, 2008, 25(1) : 25-46.
[9] Yi S, Labate D, Easley G R. A shearlet approach to edge analysis and detection [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(5) : 929-941.
[10] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3) : 613-627.
[11] Vogel C R, Oman M E. Iterative method for total variation denoising [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1996, 1(17) : 227-238.