

中图分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)10-1937-07

论文索引信息: 李英明, 夏海宏. 双二次 B-样条插值图像缩放 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(10): 1937-1943

# 双二次 B-样条插值图像缩放

李英明<sup>1)</sup>, 夏海宏<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(莱芜职业技术学院计算机系, 莱芜 271100) <sup>2)</sup>(阿里巴巴云计算有限公司, 杭州 310099)

**摘要:** 双线性和各种双三次插值方法是图像缩放中常用方法, 但是双二次插值函数却很少被人提起。本文提出了一种基于双二次 B-样条局部插值的图像缩放方法, 该算法在图像局部重构过程中对称地采用了  $4 \times 4$  采样点, 并通过对该函数进行重采样来实现图像的缩放, 避免了二次函数在图像重构与采样中的相位失真问题, 此算法是一个局部性算法, 易于扩展。实验结果表明, 本文算法得到的图像的峰值信噪比 (PSNR)、MISSIM 值比双线性插值、双三次卷积、Catmull-Rom 三次插值、Dodgson 插值算法都要好, 接近于最好的双三次 B-样条算法, 视觉效果虽然不如双三次 B-样条插值算法, 但优于 Dodgson 方法, 计算时间比双三次 B-样条减少了近三分之一。由于该算法没有对图像边缘特征进行特殊处理, 对于一些细节纹理比较丰富的图像, 将进一步研究。

**关键词:** 图像缩放; 双二次 B-样条; 三次插值

## Image resizing via bi-quadratic B-spline interpolation

Li Yingming<sup>1)</sup>, Xia Haihong<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (Department of Computer Science of Laiwu Vocational and Technical College, Laiwu 271100 China)

<sup>2)</sup> (Alibaba Cloud Computing Co. Ltd Zhejiang, Hangzhou 310099 China)

**Abstract:** Bilinear interpolation and various bi-cubic interpolations are frequently adopted in image resizing. However the bi-quadratic function is rarely considered due to its phase distortion problem. In this paper, we propose an image resizing method via bi-quadratic B-spline interpolation, where  $4 \times 4$  pixels are sampled symmetrically in the local image. The proposed algorithm is a local algorithm and can be easily extended. According to our experiment results, the proposed bi-quadratic B-spline interpolation algorithm has better image peak signal-to-noise ratio (PSNR) and MISSIM than bi-linear interpolation, bi-cubic convolution, Catmull-Rom cubic interpolation, or the Dodgson interpolation algorithm. The results are comparable to the bi-cubic B-spline interpolation algorithm, though the visual effects are not as good as that, but still better than the Dodgson algorithm. The computing time is reduced by nearly one-third compared to the bi-cubic B-spline interpolation algorithm. Since the algorithm has not carried on the special handling to the image edge features, so the method does not suit the rich details texture images, which we will focus on in the future days.

**Keywords:** image resizing; Bi-quadratic B-spline; cubic interpolation

## 0 引言

数字图像是人类进行可视信息交流的重要手段, 在医学影像处理、遥感图像处理、数字娱乐以及工业生产等领域有着广泛的应用。图像缩放是图像

处理中的一个基本操作。图像缩放就是改变图像的分辨率, 其过程包括两个主要步骤: 首先根据源图像的像素分布以及图像特征, 重建一个可以近似表达原图像的连续函数; 然后根据目标分辨率对重构函数进行重采样, 得到目标图像的像素颜色值。因此,

收稿日期: 2010-12-23; 修回日期: 2011-05-18

第一作者简介: 李英明 (1970—), 女, 副教授。2004 年西安交通大学获得计算机应用技术专业工学硕士, 主要研究方向为图像处理。E-mail: lwaming@163.com。

图像缩放又称为图像重采样或图像插值<sup>[1]</sup>。迄今为止,人们提出了大量的图像缩放方法,具体可以参考文献[2]。根据图像缩放过程中的重构方法不同,主要可以分为基于插值核函数的缩放算法<sup>[3]</sup>、基于局部特征检测的图像缩放算法<sup>[4]</sup>、基于机器学习和神经网络的图像缩放算法<sup>[5-6]</sup>、矢量化图像放大算法<sup>[7-8]</sup>等。

本文研究的方法属于基于插值核函数的线性算法。在线性图像缩放方法中,首先将输入图像的离散像素值与重构核函数进行离散卷积,即输入数据和重构核函数的线性组合,得到一个连续函数<sup>[9]</sup>即

$$f(x) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} f_i h(x - i) \quad (1)$$

式中,  $f_i$  是原图像的像素值,  $h(s)$  是重构核函数。常用的重构核函数主要有常数函数、双线性函数<sup>[10]</sup>和各种双三次函数<sup>[2,9,11-12]</sup>。常数函数对应的最邻近插值算法简单、高效,但是在图像放大时会产生明显的锯齿现象,难以得到视觉上高质量的目标图像。双线性插值法比最邻近插值效果要好,但它具有低滤波器的性质,会使图像高频分量受损,在一定程度上造成图像轮廓模糊的现象。双三次插值算法较多,包括双三次多项式插值<sup>[2]</sup>、双三次卷积插值<sup>[11]</sup>、Catmull-Rom 双三次样条插值<sup>[9]</sup>、双三次 B-样条插值<sup>[13]</sup>、双三次有理样条插值<sup>[12]</sup>等。近几年, Li 等人<sup>[14]</sup>还提出了用采样公式作为约束条件局部构造一个二次面片,并用这些面片的混合逼近原始曲面的方法。与最邻近插值、双线性插值相比,双三次插值算法可以取得质量更高的图像缩放效果,其代价是三次多项式函数的计算,计算复杂度较高。

二次插值函数在图像缩放中很少采用。Schafer 和 Rabiner 认为如果插值函数的次数为偶数,那么采样点的个数是奇数,从而得到的重采样图像会产生相位失真<sup>[4]</sup>。这是因为奇数次函数插值过程需要偶数个采样像素,且对称分布;但是偶数次函数插值过程需要奇数个采样像素,不能做到对称分布,从而会出现相位失真。Dodgson 在对上述问题进行详细分析后,提出了采用 3 个采样点的二次插值核函数<sup>[9]</sup>,即

$$h(s) = \begin{cases} -2|s|^2 + 1 & |s| \leq \frac{1}{2} \\ |s|^2 - \frac{5}{2}|s| + \frac{3}{2} & \frac{1}{2} < |s| \leq \frac{3}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

插值像素取距离重构目标点最近的 3 个原图像像素。Dodgson 通过理论分析和实验对比,上述二次插值方法不会造成相位失真,而且可以取得类似于双三次插值的效果,同时计算量节省 40% 左右。

但是,当对于图像进行放大两倍时,目标图像的目标像素的位置可能正好位于原图像中两个像素的中间(目标点的坐标是 0.5)。由于存在浮点误差,最近的 3 个采样点可能会出现歧义,即在原图像中的采样像素可能是“左二右一”,也可能是“左一右二”或者是它们的混合。为此,测试 Dodgson 的采用 3 个采样点的图像插值方法,在查找 3 个采样点时,特别是中间点,是取靠左、靠右还是随机的采样点,通过测试 Lena 图这 3 种情况得到的 PSNR(峰值信噪比)值分别是 29.656 4、25.217 0、26.197 9,说明该方法还是存在不稳定因素。

基于上述分析,提出一种基于双二次 B-样条插值的图像的缩放算法。为了避免相位失真,在插值过程中对称地采用了  $4 \times 4$  个采样点。通过对插值公式的详细推导得到了插值的解析解。通过大量图像在峰值信噪比、平均结构相似度方面的实验对比,证明了本文算法生成的图像质量与三次插值方法相当,而计算效率高 30% ~ 40%。

## 1 双二次 B-样条插值的图像缩放算法

### 1.1 算法概述

设  $S$  为分辨率为  $M \times N$  的源图像,现要将其缩放为分辨率为  $P \times Q$  的目标图像  $T$ 。在图 1 中空心圆点为所求点,黑色实心圆点为采样点。对于目标图像  $T$  中的每一个像素  $(x', y')$  (图 1T 中空心圆点),向前映射到源图像  $S$  中的位置  $(x, y) = (x'M/P, y'N/Q)$ 。记  $(i, j) = ([x], [y])$ , 其中  $[ \cdot ]$  表示对  $\cdot$  取整。则取原图像中  $(i - 1, i, i + 1, i + 2) \times (j - 1, j, j + 1, j + 2)$  16 个像素作为采样点,用一个张量积形式的双二次 B-样条函数  $S(u, v)$  插值这 16

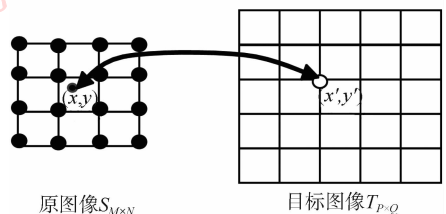


图 1 算法描述示意图

Fig. 1 Algorithm description

个采样点重构图像,然后根据  $S(u, v)$  计算目标图像像素  $(x', y')$  的像素值,得到缩放图像  $T$ 。如图 1 所示。不失一般性,以原图像放大一倍为目标推导相关公式。

### 1.2 算法流程

双二次 B-样条插值过程描述如下:对于  $4 \times 4$  个待插值的像素  $S_{cd}(x_c, y_d, D_{cd})$ ,其中  $0 \leq c \leq 3, 0 \leq d \leq 3, (x_c, y_d)$  表示图像中像素采样点位置,  $D_{cd}$  为该像素的灰度值,求解一个双二次 B-样条函数实现对每一个采样点的插值。

根据 de Boor 和 Cox 给出的 B-样条基函数的计算方法<sup>[15]</sup>,定义双二次 B-样条函数为

$$S(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 P_{ij} N_{i,3}(x) N_{j,3}(y) \quad (3)$$

式中,  $P_{ij}$  为控制系数,  $N_{i,3}(x)$  和  $N_{j,3}(y)$  分别为定义在  $x$  轴上的分割  $\{x_i = i\}_{i=-\infty}^{+\infty}, i = 0, \pm 1, \dots$  和  $y$  轴上的分割  $\{y_j = j\}_{j=-\infty}^{+\infty}, j = 0, \pm 1, \dots$  上的三阶(二次) B-样条基函数,其有效定义区间为  $2 \leq x < 4, 2 \leq y < 4$ 。采用均匀参数化方法将像素  $S_{cd}$  的位置  $(x_c, y_d)$  参数化至该参数轴的有效区间上,即取  $x_0 = 2, x_1 = 8/3, x_2 = 10/3, x_3 = 4; y_0 = 2, y_1 = 8/3, y_2 = 10/3, y_3 = 4$ 。则此时问题转化为求解合适的  $P_{ij}$  使得成立。

$$S(x_c, y_d) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 P_{ij} N_{i,3}(x_c) N_{j,3}(y_d) = D_{cd} \quad (4)$$

采取分方向求解的方法,令

$$S(x_c, y_d) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 P_{ij} N_{i,3}(x_c) N_{j,3}(y_d) = \sum_{i=0}^3 N_{i,3}(x_c) \sum_{j=0}^3 N_{j,3}(y_d) P_{ij} = \sum_{i=0}^3 N_{i,3}(x_c) Q_{id} \quad (5)$$

则方程式(5)可以写为

$$N_u Q = D \quad (6)$$

式中:

$$N_u = \begin{bmatrix} N_{0,3}(x_0) & N_{1,3}(x_0) & N_{2,3}(x_0) & N_{3,3}(x_0) \\ N_{0,3}(x_1) & N_{1,3}(x_1) & N_{2,3}(x_1) & N_{3,3}(x_1) \\ N_{0,3}(x_2) & N_{1,3}(x_2) & N_{2,3}(x_2) & N_{3,3}(x_2) \\ N_{0,3}(x_3) & N_{1,3}(x_3) & N_{2,3}(x_3) & N_{3,3}(x_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/18 & 13/18 & 2/9 & 0 \\ 0 & 2/9 & 13/18 & 1/18 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{00} & Q_{01} & Q_{02} & Q_{03} \\ Q_{10} & Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{20} & Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{30} & Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix}$$

方程式(6)为线性方程组,求解该方程组即可得到  $Q$ 。

已知  $Q$  后,问题转化为求解  $P_{ij}$  使得

$$\sum_{j=0}^3 N_{j,3}(y_d) P_{ij} = Q_{id}$$

最后转化为求解

$$N_v P^T = Q^T \quad (7)$$

式中:

$$N_v = \begin{bmatrix} N_{0,3}(y_0) & N_{1,3}(y_0) & N_{2,3}(y_0) & N_{3,3}(y_0) \\ N_{0,3}(y_1) & N_{1,3}(y_1) & N_{2,3}(y_1) & N_{3,3}(y_1) \\ N_{0,3}(y_2) & N_{1,3}(y_2) & N_{2,3}(y_2) & N_{3,3}(y_2) \\ N_{0,3}(y_3) & N_{1,3}(y_3) & N_{2,3}(y_3) & N_{3,3}(y_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/18 & 13/18 & 2/9 & 0 \\ 0 & 2/9 & 13/18 & 1/18 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}$$

求解该方程组即可得到  $P$ 。

联立式(6)(7)可得

$$N_u P N_v^T = D \quad (8)$$

最后得到解析解

$$P = N_u^{-1} D (N_v^T)^{-1} \quad (9)$$

根据式(9)求得  $P$  后,然后在新分辨率下对  $S(u, v)$  进行重采样即得到缩放图像。

对于彩色图像,由于人眼视觉系统对亮度信息的敏感度远高于色度信息,所以在彩色图像的放大过程中,首先将图像从 RGB 空间转换到 YUV 空间<sup>[11]</sup>,并对 Y 分量采用 2.2 节提到的算法流程,而对 U、V 颜色分量采用双线性插值算法,实验结果表明,这样的处理方式是可行的。

## 2 实验结果分析

### 2.1 客观评价

图像质量的客观评价是指用畸变图像偏离原始

图像的误差来衡量畸变图像的质量,目前人们最常用的指标是 PSNR<sup>[16]</sup>,设  $\{f_{ij}\}$  和  $\{f'_{ij}\}$  分别表示原始图像和待评价图像,且  $0 \leq i \leq M - 1, 0 \leq j \leq N - 1$ , PSNR 的表达式为

$$PSNR = 10 \lg \frac{255^2 MN}{\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^N (f_{ij} - f'_{ij})^2} \quad (10)$$

PSNR 值越大,表示畸变图像  $f'_{ij}$  和原始图像  $f_{ij}$  越接近,视觉感知越好。

PSNR 方法是基于逐像素点比较图像差别,图像中所有像素点都同样对待,因此不能很好地反映图像的主观视觉质量。基于平均结构相似度 (MSSIM)<sup>[17]</sup> 质量评价是由图像之间的亮度、对比度和结构相似性 3 部分组成。对于原始图像  $f\{x_i | i = 1, 2 \dots, N\}$  和评价图像  $f'\{y_i | i = 1, 2 \dots, N\}$ , 计算 MSSIM(X, Y) 时,首先将图像划分成  $n \times n$  大小的图像块,总共为  $m$  块。理论上 MSSIM(X, Y) 值越大,即图像的相似度越高,表示图像缩放效果越好。此评价方法较好的反映了图像的主观视觉质量,其数学定义为

$$MSSIM(X, Y) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m SSIM(x_i, y_j) \quad (11)$$

式中

$$SSIM = \frac{(2\mu_x \mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}$$

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N x_i, \mu_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N y_i$$

$$\sigma_x = \left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_y = \left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu_y)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$$

本文算法是用 visual C++ 实现的,共选用了 8 幅经典的图像 Lena、Tulips、Boats、Baboon、Airplane、Goldhill、Barbara 和 Pepper(如图 2 所示)作为测试图像。首先将图像缩小一倍(原图像的 1/4 大小),然后采用不同的插值算法将缩小图像再放大到原始大小。这里,原图像看做无失真的图像,插值图像看作是失真或具有畸变的图像。分别与双线性插值、双三次卷积插值、Catmull-Rom 样条插值、双三次 B-样条插值、Dodgson 的二次插值算法进行比较。实验得到的 PSNR 如表 1 所示,得到的 MSSIM 值如表 2 所示。表 1 和表 2 方括号 [ ] 中的数据为用该算法测试图像得到的最小值,加下划线的>



图 2 8 幅经典的测试图像  
Fig. 2 Eight classical test images

表 1 插值结果的 PSNR 比较  
Tab. 1 PSNR Comparison of interpolation results

图像	双线性插值	双三次卷积插值	Catmull-Rom 样条插值	双三次 B-样条插值	Dodgson 的二次插值	本文算法
Lena	[ <b>29.651 6</b> ]	29.832 6	29.863 0	<b>31.434 2</b>	29.656 4	31.390 5
Tulips	[ <b>26.629 4</b> ]	27.975 2	28.660 2	<b>33.9537</b>	32.689 1	33.838 1
Boats	26.950 1	[ <b>26.867 1</b> ]	27.608	<b>30.566 8</b>	28.886 2	30.549 7
Baboon	[ <b>20.63</b> ]	21.187	<b>22.169 4</b>	22.045 9	22.1354	22.030 7
Airplane	29.895 3	29.26	29.351 4	<b>30.866 8</b>	[ <b>27.160 9</b> ]	30.847 6
Goldhill	28.743 4	28.7842	[ <b>27.325 3</b> ]	<b>31.184 2</b>	29.511 3	31.113 8
Barbara	23.685 4	[ <b>23.673 8</b> ]	24.466 9	<b>26.166 6</b>	25.721 8	26.161 1
Peppers	[ <b>27.829</b> ]	28.663 8	28.725 6	<b>30.663 2</b>	29.908 4	30.634 6

表 2 插值结果的 MSSIM 比较 ( $n=8, C_1=0.000 1, C_2=0.000 9$ , Baboon 图  $n=10$ )

Tab. 2 MSSIM Comparison of interpolation results ( $n=8, C_1=0.000 1, C_2=0.000 9$ , Baboon image  $n=10$ )

图像	双线性插值	双三次卷积插值	Catmull-Rom 样条插值	双三次 B-样条插值	Dodgson 的二次插值	本文算法
Lena	[ <b>0.521 292</b> ]	0.538 84	0.591 852	0.606 243	0.591 233	<b>0.606 587</b>
Tulips	[ <b>0.859 258</b> ]	0.907 784	0.907 521	0.957 471	0.938 002	<b>0.957 993</b>
Boats	[ <b>0.583 804</b> ]	0.601 545	0.636 431	0.706 339	0.702 463	<b>0.711485</b>
Baboon	[ <b>0.519 09</b> ]	0.604 36	0.622 31	<b>0.647 624</b>	0.622 307	0.645 503
Airplane	[ <b>0.565 667</b> ]	0.635 368	0.625 96	0.659 544	0.618 322	<b>0.677 532</b>
Goldhill	[ <b>0.559 504</b> ]	0.578 222	0.607 89	<b>0.695 214</b>	0.678 285	0.692 94
Barbara	[ <b>0.567 568</b> ]	0.583 924	0.658 091	<b>0.714 79</b>	0.690 736	0.709 98
Peppers	[ <b>0.564 553</b> ]	0.611 598	0.603 547	0.636 74	0.627 242	<b>0.636 781</b>

从 PSNR 和 MSSIM 值可以看到,本文算法得到的图像 PSNR、MISSIM 值比双线性插值、双三次卷积、Catmull-Rom 三次插值、Dodgson 插值算法都要好,接近于最好的双三次 B-样条算法。

为了比较双 2 次 B 样条和双三次 B 样条的运行效率,对两种算法的运行时间进行了测试。如表 3 所示,从表中的运行时间数据可以看出,计算时间比双三次 B-样条减少了近三分之一。

表 3 两种插值方法在耗费时间上的比较

Tab. 3 Two kinds of interpolation methods in the comparison of time-consuming

算法	图像							
	Lena	Tulips	Boats	Baboon	Airplane	Goldhill	Barbara	Peppers
双二次 B 样条/ms	240.1	237.4	435.6	236.6	246	395	366.1	256.3
双三次 B 样条/ms	373.4	389.1	640.6	364	384.4	610.9	590.6	384.4
加速百分比/%	35.7	39	32	35	36	35.4	38	33.3

## 2.2 视觉效果

视觉效果也是图像的主要评价方法。图 3 所示为对应的双线性插值、双三次卷积、Catmull-Rom 三次插值、双三次 B-样条、Dodgson 的插值算法对图 2(a) 源图像 Lena 放大两倍截取的一部分后的效果。显然,双线性插值和双三次卷积插值算法均存在较为明显的边缘模糊现象,本文算法

与前几种算法相比,虽然效果仍不及双三次 B-样条插值算法,但优于 Dodgson 方法,图像边缘也比较清晰,具有较好的视觉效果。图 4 是采用 Sobel 边缘检测算子对双二次 B 样条和双三次 B 样条放大图像进行边缘检测,从得到的边缘图来看,双二次 B 样条保持边缘的效果近似于双三次 B 样条的边缘效果。

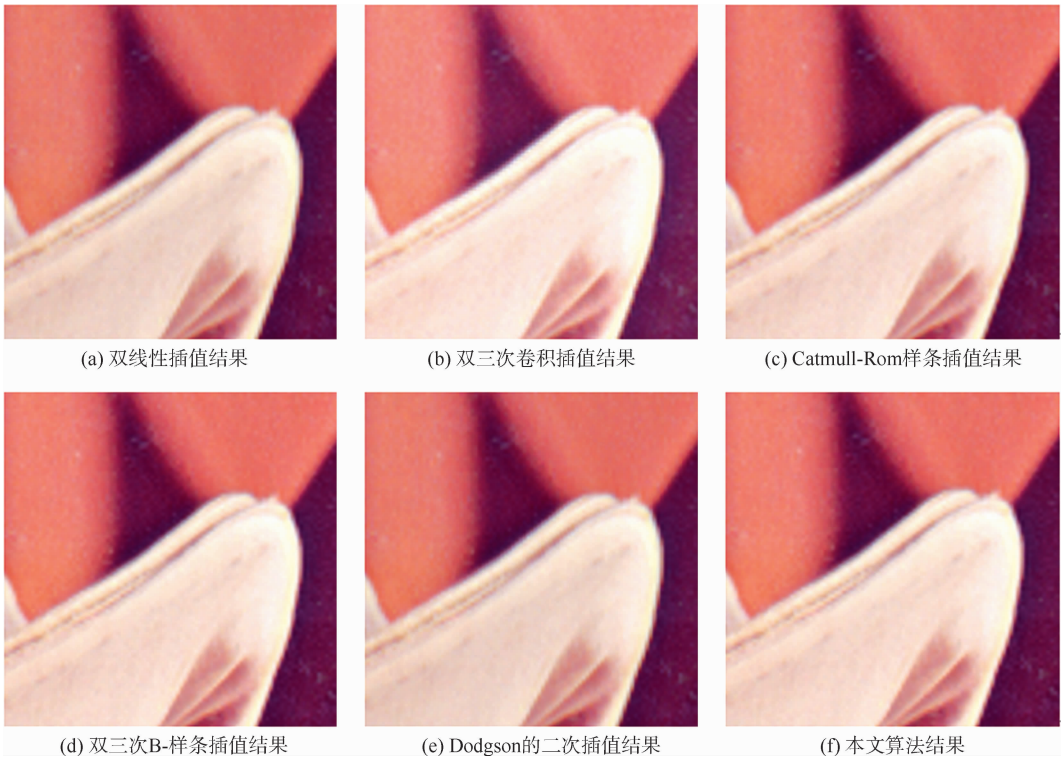


图 3 实验结果

Fig. 3 Experimental results



图 4 边缘图

Fig. 4 Edge map

### 3 结论

本文提出的基于双二次 B-样条插值的图像放大方法,与已有基于二次插值的图像方法相比,是在局部  $4 \times 4$  个像素进行插值,避免了传统的二次插值算法带来的相位失真的问题,实验结果也表明,该算法得到的图像的 PSNR、MISSIM 值比双线性插值、双三次卷积、Catmull-Rom 三次插值、Dodgson 插值算法都要好,接近最好的双三次 B-样条插值算法,视觉效果也比 Dodgson 插值算法的好,而且计算时间比双三次 B-样条算法得到的图像减少了近三分之一。

该方法仍然有待改进,由于算法是一个局部性算法,每一个处理单元以及所利用的像素资源之间是相互独立的,其处理过程具有很好的并行性,可以用 GPU 对该算法进行加速,从而提高算法的效率,另外在图像缩放的过程中可以加入对图像边缘特征的描述以保证图像边缘的清晰性等,这也是图像缩放领域值得研究的一个方向。

### 参考文献 (References)

[ 1 ] Zhao Rongchun. The Theory of Digital Images Processing [ M ]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1995. [ 赵荣椿. 数字图象处理导论 [ M ]. 西安:西北工业大学出版社, 1995. ]

[ 2 ] Gong Yigang. The Study on Image Magnification Algorithms [ D ]. Wuxi: Jiangnan University, 2008. [ 龚奕刚. 图像放大算法的研究 [ D ]. 无锡:江南大学, 2008. ]

[ 3 ] Ouwerkerk J D van. Image super-resolution survey [ J ]. Image and Vision Computing, 2006, 24(10):1039-1052.

[ 4 ] Yang Yunfeng, Su Zhixun, Hu Jinyan. A new edge-holding algorithm of image interpolation [ J ]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10(10):1248-1251. [ 杨云峰, 苏志勋, 胡金燕. 一种保持边缘特征的图像插值方法 [ J ]. 中国图象图形学报, 2005, 10(10):1248-1251. ]

- [ 5 ] Atkins C B, Bouman C A, Allebach J P. Optimal image scaling using pixel classification [ C ] // Proceedings of ICIP ( 3 ). Washington DC: IEEE Computer Society Press, 2001: 864-867.
- [ 6 ] Atkins C B, Bouman C A, Allebach J P. Tree-based resolution synthesis [ C ] // Proceedings of IEEE ICIP. Washington DC: IEEE Computer Society Press, 1999: 405-410.
- [ 7 ] Sun Jian, Liang Lin, Wen Fang, et al. Image vectorization using optimized gradient meshes [ J ]. ACM Transactions on Graphics, 2007, 26(3): 11(1-7)
- [ 8 ] Alexandrina Orzan, Adrien Bousseau, Holger Winnemöller, et al. Diffusion curves: a vector representation for smooth-shaded images [ J ]. ACM Transactions on Graphics, 2008, 27(3): 92(1-8).
- [ 9 ] Dodgson N A. Quadratic interpolation for image resampling [ J ]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(9): 1322-1326.
- [ 10 ] Wang Sen, Yang Kejian. An image scaling algorithm based on bilinear interpolation with VC++ [ J ]. Journal of Computer Applications, 2008, 27(7): 44-45. [ 王森, 杨克俭. 基于双线性插值的图像缩放算法的研究与实现 [ J ]. 自动化技术与应用, 2008, 27(7): 44-45. ]
- [ 11 ] Robert G. Keys. Cubic convolution interpolation for digital image processing [ J ]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1981, 29(6): 1153-1160.
- [ 12 ] Wang Qiang, Tan Jieqing, Hu Min. Image zooming based on rational interpolatory spline [ J ]. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2007, 19(10): 1348-1351. [ 王强, 檀结庆, 胡敏. 基于有理样条的图像缩放算法 [ J ]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(10): 1348-1351. ]
- [ 13 ] Gui Yechen, Feng Qianjin, Liu Lei, et al. Parallel bicubic B-spline interpolation algorithms for image zooming based on CUDA Computer [ J ]. Engineering and Applications, 2009, 45(1): 183-185. [ 桂叶晨, 冯前进, 刘磊, 等. 基于 CUDA 的双三次 B 样条缩放方法. 计算机工程与应用, 2009, 45(1): 183-185. ]
- [ 14 ] Li Xuemei, Zhang Caiming, Yue Yizhen, et al. Cubic surface fitting to image by combination [ J ]. Science China, 2010, 53(7): 1287-1295.
- [ 15 ] Wang Guojin, Wang Guozhao, Zheng Jianmin. Computer Aided Geometric Design [ M ]. Beijing: Higher Education Press, 2001. [ 王国瑾, 汪国昭, 郑建民. 计算机辅助几何设计 [ M ]. 北京: 高等教育出版社, 2001. ]
- [ 16 ] Lv Hua, Shen Xiting, Hu Xiwen. Study on digital image quality assessment methods [ J ]. Journal of the Hebei Academy of Sciences, 2005, 22(z1): 119-120. [ 吕华, 沈西挺, 胡希文. 数字图像质量评价方法研究 [ J ]. 河北省科学院学报, 2005, 22(z1): 119-120. ]
- [ 17 ] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment; from error visibility to structural similarity [ J ]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612.