

中图法分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)06-0960-08

论文索引信息: 张勇, 汪荣贵, 吴昊, 周良. 改进的图谱理论阈值分割方法 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(6): 960-967

# 改进的图谱理论阈值分割方法

张勇, 汪荣贵, 吴昊, 周良

(合肥工业大学计算机与信息学院, 合肥 230009)

**摘要:** 针对现有的基于归一化的图谱理论阈值分割算法的权值计算公式没有充分考虑像素点的关联, 在图像含有弱边界时很难得到真实解, 导致图像细节分割不理想的问题, 本算法首先使用高斯混合模型构造新的约束条件引入到权值计算中, 使得权值计算充分地考虑像素点之间的关联。在计算图谱划分测度前, 本算法通过高斯混合模型的均值参数自适应确定门限值的分布区间, 较大地提高了图谱划分测度计算的效率。实验结果表明, 相对于现有的基于归一化的图谱理论的阈值分割方法, 本文算法具有较好的分割效果, 可以保留图像更多细节。

**关键词:** 图谱理论; 阈值分割; 高斯混合模型; 图谱划分测度

## Improved image threshold method based on graph spectral theory

Zhang Yong, Wang Ronggui, Wu Hao, Zhou Liang

(Faculty of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009 China)

**Abstract:** Weight calculating formulas of existing threshold segmentation algorithms based on graph spectral theory via normalized cut do not pay enough attention to the relationship between pixels, can not get the real solution when images have weak edges and thus cannot segment the details of images very well. The proposed algorithm pay enough attention to the relationship between pixels when calculate weight by introducing a new constraint which is made by Gaussian Mixture Model to the algorithm. Before computing normalized graph cut measure, proposed algorithm computes the distribution of threshold range adaptively by the median parameter of Gaussian Mixture Model, therefore the proposed algorithm makes the computation of normalized graph cut measure very efficient. Experiments show that our algorithm performs better in segmentation and preserve more details than existing threshold segmentation algorithms based on graph spectral theory via normalized graph cut measure.

**Keywords:** graph spectral theory; image threshold; Gaussian mixture model; normalized graph cut measure

## 0 引言

图像分割就是采取适当的方法将图像中的目标从背景中分离出来, 它是图像分析、理解和模式识别中的非常关键的步骤。阈值分割法<sup>[1-2]</sup>就是通过一个合理的阈值有效地将图像中的背景和目标区分开

来。因此, 自动寻找一个合适的阈值是图像处理面临的一个重要问题。日本学者大津在 1979 年提出一种自适应的阈值确定方法, 其基本思想是按图像的灰度特性, 将图像分成背景和目标两部分, 背景和目标之间的类间方差越大, 目标和背景的分类越好。其中 2 维 OTSU<sup>[3-4]</sup>忽略了远离 2 维直方图对角线的像素点, 影响了图像的分割效果。最小误差阈值

收稿日期: 2010-01-22; 修回日期: 2010-06-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(61075032, 60705015); 安徽省自然科学基金项目(090412059)。

第一作者简介: 张勇(1985—), 男, 计算机系统结构专业硕士研究生, 主要研究方向为图像处理, 机器视觉。

E-mail: yongzhang\_top@163.com。

法<sup>[5-6]</sup>是 Kittler 和 Illingworth 1986 年提出的,它是基于 Bayes 误差理论,在假设理想的目标和背景的灰度分布服从混合正态分布的前提下,经过一定的处理,得到一个阈值表达式,从而对图像进行分割,该方法对于目标和背景明确的图像分割效果较好,但是由于仅考虑了图像的点灰度信息,尤其对于分割弱边界图像,效果并不是很好。

近几年来,基于图谱理论的图像分割方法<sup>[7-8]</sup>逐渐成为新的热点之一,它综合考虑了像素点的灰度信息及空间位置,做到了对目标的自动分割。图谱划分理论的基本思想是把一幅图像看做一个无向带权图,图中的每个节点代表图像中的像素点或者某个区域,节点间的权值表示节点之间的联系紧密程度,然后根据一定划分准则确定能量函数,由该能量函数确定图像的最佳划分。但是传统的图谱划分的图像分割方法有很高的计算复杂度,实时性也较差。因此,文献[8]提出一种基于归一化的图谱阈值图像分割方法,通过构建灰度级矩阵来描述图像中各部分之间的联系,比传统的图谱划分分割方法减少了算法的存储空间及时间复杂度。由于某些图像具有弱边界的特点,现有的基于归一化的图谱阈值划分方法在计算权值时仅考虑了节点间的灰度差异及空间位置,很难得到一个合适的解,因而在分割弱边界图像时,没有很好地保留图像细节信息。

针对基于归一化的图谱阈值划分方法的上述局限性,提出一种新的图谱理论图像分割改进算法。本算法引用高斯混合模型<sup>[9-11]</sup>构造新的约束条件引入权值公式中,使得权值计算更加充分地考虑像素之间的关联。在进行图谱划分测度计算时,通过高斯混合模型的均值参数自适应确定门限值的分布区间,较大地提高了图谱划分测度计算的效率。实验结果表明,相对于现有的基于归一化的图谱理论阈值分割方法,本文的算法不仅具有较好的分割效果,还可以保留图像更多的细节。

### 1 基于图谱理论的阈值划分方法

把一幅图像看做一个无向带权图,像素点代表节点。即图  $G = \{V, E\}$ , 其中  $V$  是节点的集合,  $E$  是连接节点的边的集合,每两个节点之间权值为  $w(u, v)$ , 该权值衡量了节点  $u$  和节点  $v$  的相似程度。把节点集  $V$  分成互不相交的子集  $A$  和  $B$ , 其中  $B = V - A$ , 移去连接  $A$  和  $B$  中所有节点的边可以得

到子集  $A$  和  $B$  之间的分离度,称为划分:

$$cut(A, B) = \sum_{u \in A, v \in B} w(u, v) \quad (1)$$

针对描述两类间的分离度有很多方法,文献[8]使用归一化划分准则来描述两类间的分离度如下。

$$Ncut(A, B) = \frac{cut(A, B)}{asso(A, V)} + \frac{cut(A, B)}{asso(B, V)} \quad (2)$$

式中,  $asso(A, V) = \sum_{u \in A, v \in V} w(u, v)$  表示为  $A$  中的节点与图中所有节点总的连接权值之和,  $asso(B, V) = \sum_{u \in B, v \in V} w(u, v)$  表示为  $B$  中的节点与图中所有节点总的连接权值之和。

定义权值计算公式为

$$w(u, v) = \begin{cases} e^{-\left[ \frac{\|F(u)-F(v)\|_2^2}{d_f} + \frac{\|X(u)-X(v)\|_2^2}{d_x} \right]} & \|X(u) - X(v)\|_2 < r \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $X(u)$  为节点  $u$  的空间位置,  $F(u)$  为节点  $u$  的灰度值,  $\|\cdot\|_2$  表示一个矢量的二范数,  $d_f$  和  $d_x$  分别控制权值  $w(u, v)$  对两节点  $u$  和  $v$  的灰度差异及空间位置差异的敏感程度。

对每一个门限值  $t (0 \leq t \leq 255)$ , 我们把图像对应的图  $G = \{V, E\}$  看成两个子集的并集, 两个子集  $A$  和  $B$  分别表示为

$$A = \bigcup_{i=0}^t V_i, B = \bigcup_{i=t+1}^{L-1} V_i \quad L \in (0, \dots, 255)$$

那么式(1)转换为

$$cut(A, B) = \sum_{u \in A, v \in B} w(u, v) = \sum_{u \in A} \left[ \sum_{v \in B} w(u, v) \right] = \sum_{i=0}^t \sum_{j=t+1}^{255} \left[ \sum_{u \in V_i, v \in V_j} w(u, v) \right] \quad (4)$$

同样可得

$$asso(A, A) = \sum_{u \in A, v \in A} w(u, v) = \sum_{i=0}^t \sum_{j=i}^t \left[ \sum_{u \in V_i, v \in V_j} w(u, v) \right] \quad (5)$$

$$asso(B, B) = \sum_{u \in B, v \in B} w(u, v) = \sum_{i=t+1}^{255} \sum_{j=t+1}^{255} \left[ \sum_{u \in V_i, v \in V_j} w(u, v) \right] \quad (6)$$

令  $cut(V_i, V_j) = \sum_{u \in V_i, v \in V_j} w(u, v)$ ,  $cut(V_i, V_j)$  代表灰度级为  $i$  的  $V_i$  集合中节点与灰度级为  $j$  的  $V_j$  集合中节点之间的权值总和, 则式(5)~(7)分别转换为

$$cut(A, B) = \sum_{i=0}^t \sum_{j=t+1}^{255} cut(V_i, V_j) \quad (7)$$

$$asso(\mathbf{A}, \mathbf{A}) = \sum_{i=0}^t \sum_{j=t}^t cut(\mathbf{V}_i, \mathbf{V}_j) \quad (8)$$

$$asso(\mathbf{B}, \mathbf{B}) = \sum_{i=t+1}^{255} \sum_{j=t+1}^{255} cut(\mathbf{V}_i, \mathbf{V}_j) \quad (9)$$

由于  $asso(\mathbf{A}, \mathbf{V}) = asso(\mathbf{A}, \mathbf{A}) + cut(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ ,  $asso(\mathbf{B}, \mathbf{V}) = asso(\mathbf{B}, \mathbf{B}) + cut(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ , 那么式(2)就变为

$$Ncut(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{cut(\mathbf{A}, \mathbf{B})}{asso(\mathbf{A}, \mathbf{A}) + cut(\mathbf{A}, \mathbf{B})} + \frac{cut(\mathbf{A}, \mathbf{B})}{asso(\mathbf{B}, \mathbf{B}) + cut(\mathbf{A}, \mathbf{B})} \quad (10)$$

给定一幅图像通过计算权值构建基于灰度级的矩阵  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{M} = [m_{ij}]_{256 \times 256}$ , 如图 1 所示。

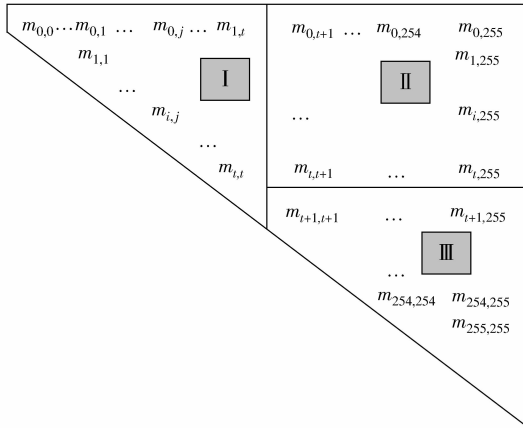


图 1 对称矩阵  $\mathbf{M} = [m_{ij}]_{256 \times 256}$

Fig. 1 Graph illustration of symmetrical matrix  $\mathbf{M} = [m_{ij}]_{256 \times 256}$

其中 I 中的元素之和代表  $asso(\mathbf{A}, \mathbf{A})$  的值, II 中的元素之和代表  $cut(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  的值, III 中的元素之和代表  $asso(\mathbf{B}, \mathbf{B})$  的值, 对阵矩阵  $\mathbf{M}$  及每个门限值  $t$  迅速地计算出  $Ncut$  的值, 其中使得  $Ncut$  值最小的门限值  $t$  即为最佳阈值。

上述基于归一化的图谱阈值分割方法的权值计算公式仅考虑各节点之间的空间位置以及灰度差异。然而, 某些图像具有弱边界的特点, 这种基于归一化的图谱阈值分割方法由于没有充分考虑到像素点之间的关联信息, 不能很好地保留图像的细节。为此, 在归一化的图谱阈值分割方法中引入高斯混合模型, 加入新的约束条件, 使得权值计算充分地考虑像素之间的关联。下面简要介绍高斯混合模型。

## 2 高斯混合模型

高斯混合模型是用来逼近图像直方图的概率模

型, 在其灰度图像的特性描述中, 高斯混合模型是描述区域内灰度变化缓慢的理想模型之一<sup>[9-10]</sup>。其基本思想是: 对图像中每个像素, 定义  $m$  个状态, 每个状态用一个高斯函数来表示, 这些状态的一部分表示背景的像素值, 其余部分则表示目标的像素值。

将灰度图像  $I$  分为  $m$  类高斯分布区域  $w_i (i = 1, 2, \dots, m)$ , 则每个高斯分布  $w_i$  的概率密度函数为

$$p(I | w_i, \theta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(I - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad i = 1, \dots, m \quad (11)$$

式中, 高斯模型参数为  $\theta_i = (\mu_i, \sigma_i)$ ,  $\mu_i$  为图像灰度均值,  $\sigma_i$  为方差。则图像  $I$  的高斯混合分布的密度函数为

$$p(I | \Theta, P) = \sum_{i=1}^m P(w_i) p(I | w_i, \theta_i) \quad (12)$$

式中,  $\Theta_i = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$  为各混合成分的高斯模型参数,  $P(w_i)$  为各高斯分布的先验概率, 同时  $P(w_i)$

满足下列条件:  $P(w_i) \geq 0$  且  $\sum_{i=1}^m P(w_i) = 1$

定义整幅图像像素的对数似然函数为

$$L(I | \Theta, P) = \sum_{j=1}^N \ln p(I_j | \Theta, P) = \sum_{j=1}^N \ln \sum_{i=1}^m P(w_i) p(I_j | w_i, \theta_i) \quad (13)$$

式中,  $N$  为图像的像素总数, 要找到使式(13)的对数似然函数值最大的  $\Theta$  的估计值, 即

$$(\Theta_0, P_0) = \arg \max_{\Theta, P} L(\Theta, P) \quad (14)$$

对于式(17)的参数求解, 我们采用 EM 算法求出高斯混合模型参数。下面我们讨论高斯混合模型在图像分割上的应用。

## 3 本文方法

为了能有效地考虑像素点的关联信息, 减少弱边界像素点的误划分, 本算法首先使用高斯混合模型来描述整幅图像, 由此得到的像素点属于高斯混合模型的某一子类, 并将各子类的概率引入到权值计算公式中, 作为新的约束条件, 因此本算法的权值计算公式充分考虑了像素点间的关联关系, 对弱边界处的像素点间关联关系的判断较文献[8]中的方法减少了像素点被误划分为同一个集合里的可能性。

在进行图谱测分度计算时, 本算法可以通过高

斯混合模型的均值参数自适应确定门限值的分布区间,即把  $\min(\mu_i) \sim \max(\mu_i)$  的灰度范围作为门限值

的分布区间,提高图谱测分度的计算效率,减少其计算复杂度。具体的算法流程如下。

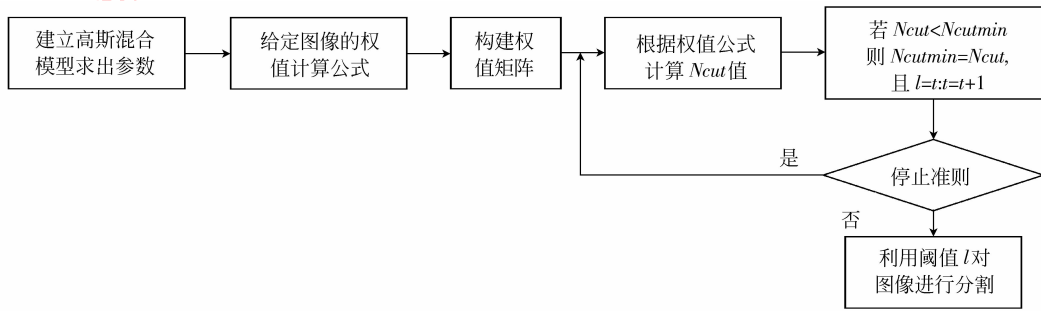


图 2 本文算法流程图

Fig.2 Our algorithm flow chart

设  $I$  表示一幅图像,则图像  $I$  的灰度分布的混合概率密度函数为  $p(I|\Theta, P) = \sum_{i=1}^m P(w_i) p(I|w_i, \theta_i)$ 。对于高斯混合模型各参数,本算法使用 EM 算法进行估计。

EM 算法是求参数最大似然估计的方法,它从非完整数据中对参数进行估计。假定集合  $Z = \{X, Y\}$  由观测数据  $X$  和未观测数据  $Y$  组成,  $Z = \{X, Y\}$  称为完整数据,  $X$  称为不完整数据。再假设  $Z$  的联合概率密度定义为  $P(X, Y|\theta)$ , 其中  $\theta$  表示要被估计的参数,  $\theta$  的最大似然估计是求不完整数据的最大似然函数  $L(X; \theta)$  的最大值而得到, 其中  $L(X; \theta) = \ln P(X|\theta)$ 。

EM 算法一般分两个步骤, E 步和 M 步, 它是通过迭代方法最大化完整数据的对数似然函数的期望来最大化不完整数据的对数似然函数。其中 E 步计算对数似然函数  $L(X; \theta)$  的期望, M 步根据 E 步的值, 选择使似然函数值最大的参数估计, 然后交替使用这两个步骤, 直到收敛到最优解为止。

定义图像  $I$  中的像素为一个不完整的数据集合, 它们是独立同分布的集合,  $(w_i, \theta_i)$  表示像素分类的集合, 因此  $\{I, (w_i, \theta_i)\}$  表示一个完整的数据集合。估计的参数  $\theta$  为

$$\theta = (\mu_1, \dots, \mu_2, \sigma_1, \dots, \sigma_2)$$

使用 EM 算法对高斯混合模型参数估计的具体步骤如下。

E 步 初始化参数  $\mu_i, \sigma_i$  和  $P(w_i)$ , 计算每个图像像素点属于某一子类  $w_i$  的后验概率。

$$P(w_i | I, \theta_i) = \frac{p(I | w_i, \theta_i) P(w_i)}{\sum_{j=1}^m p(I | w_j, \theta_j) P(w_j)} \quad (15)$$

M 步 从 E 步得到图像像素点属于每个子类的概率, 通过最大化式 (15) 取最大值得到新的  $\mu_i$ ,

$\sigma_i$  和  $P(w_i)$  的值, 具体方法如下。

$$P(w_i) = \frac{\sum_{k=1}^N P(w_i | I_k, \theta_i)}{N} \quad (16)$$

$$\mu(w_i) = \frac{\sum_{k=1}^N P(w_i | I_k, \theta_i) I_k}{\sum_{k=1}^N P(w_i | I_k, \theta_i)} \quad (17)$$

$$\sigma(w_i) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N P(w_i | I_k, \theta_i) | I_k - \mu(w_i) |^2}{\sum_{k=1}^N P(w_i | I_k, \theta_i)}} \quad (18)$$

式中  $N$  为图像的像素总数。

通过迭代式 (15) — (18) 可以求出高斯混合模型参数以及各节点属于哪一子类。

首先根据高斯混合模型分类的结果, 判断两个节点是否属于同一子类, 如果属于同一子类, 权值计算公式为

$$w(u, v) = \begin{cases} e^{-\left[ \frac{\|F(u)-F(v)\|_2^2}{d_I} + \frac{\|X(u)-X(v)\|_2^2}{d_X} \right]} P(w_i) & \|X(u) - X(v)\|_2 < r \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

式中  $i = 1, 2, \dots, m$ 。

如果不属于同一子类, 则权值计算公式为

$$w(u, v) = \begin{cases} e^{-\left[ \frac{\|F(u)-F(v)\|_2^2}{d_I} + \frac{\|X(u)-X(v)\|_2^2}{d_X} \right]} P(w_i) \times P(w_j) & \|X(u) - X(v)\|_2 < r \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

式中  $P(w_i)$  和  $P(w_j)$  为各子类的概率。

文献[8]所使用的权值计算公式仅考虑了像素点的灰度值及空间位置,并没有充分考虑到像素点间的关联关系。因而在处理具有弱边界的图像时,弱边界附近的像素点在计算权值时很容易被误划分为同一个集合中,导致图像细节没有很好地保留下来。而本算法的权值计算公式充分考虑了像素点间的关联关系。由于引入了新的约束条件,在处理弱边界附近的像素点时,不会因像素点间的灰度差异不明显及空间位置接近,而把在弱边界附近的像素点误划分到同一个集合里,可以较好地保留图像细节信息。

另外,文献[8]使用归一化的划分准则时,虽然可以克服划分孤立点的问题,但是在计算  $Ncut$  值时,门限值  $t$  必须在灰度值  $0 \sim 255$  之间遍历,不能自适应调整门限值  $t$  的分布区间,影响了  $Ncut$  值计算的效率。而本文方法可以通过高斯混合模型参数中的均值  $\mu(w_i)$  和方差  $\sigma(w_i)$  来确定各子类的高斯分布,把这些子类看成是目标类或背景类,阈值的分布位于目标类与背景类的波峰之间,则目标类与背景类的波峰之间灰度分布即门限值  $t$  的分布的区间,可以自适应调整门限值  $t$  的分布区间,即  $[\min(\mu(w_i)), \max(\mu(w_j))]$ 。因此,在计算  $Ncut$  值时不必像文献[8]提出的门限值  $t$  必须在灰度值  $0 \sim 255$  之间遍历,减少灰度值的遍历次数,降低  $Ncut$  值计算的复杂度,本文算法的门限值  $t$  的区间为

$$\min(\mu(w_i)) \leq t \leq \max(\mu(w_i))$$

$$(0 \leq \min(\mu(w_i)) \leq \max(\mu(w_i)) \leq 255)$$

经过上述分析,本文算法就是要找出合适的门限值分布区间,同时在此门限值区间内求出  $Ncut$  最小值对应的门限值  $t$  对图像进行阈值分割。

#### 4 实验结果分析及比较

针对具有弱边界的图像,我们选用如下图像来对本文算法进行仿真,为了验证本文算法的有效性,我们对多幅图像进行处理,均获得了较为满意的结果。我们分别采用文献[3,6,8]提出算法及本文给出的算法进行比较。如图3—6所示。图像大小分别为  $256 \times 256, 250 \times 223, 207 \times 204, 282 \times 301$ 。实验平台是 Pentium 4 1.86 GHz,内存为 512 MB,运行环境为 Matlab7.0。

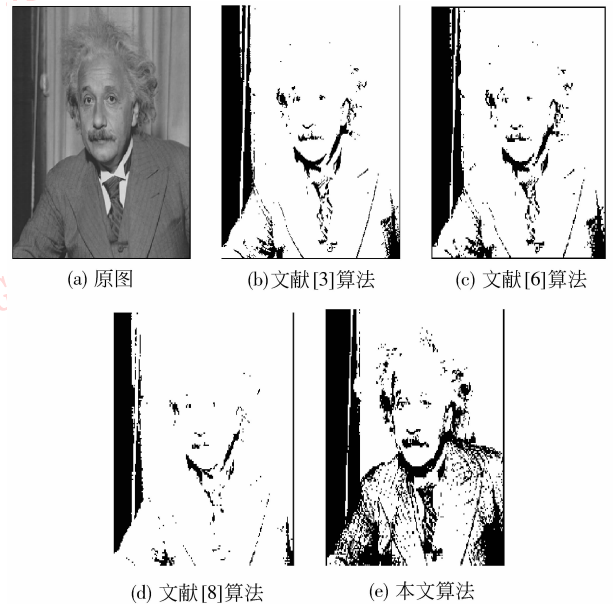


图3 爱因斯坦图像分割比较

Fig. 3 Comparison of Einstein image segmentation

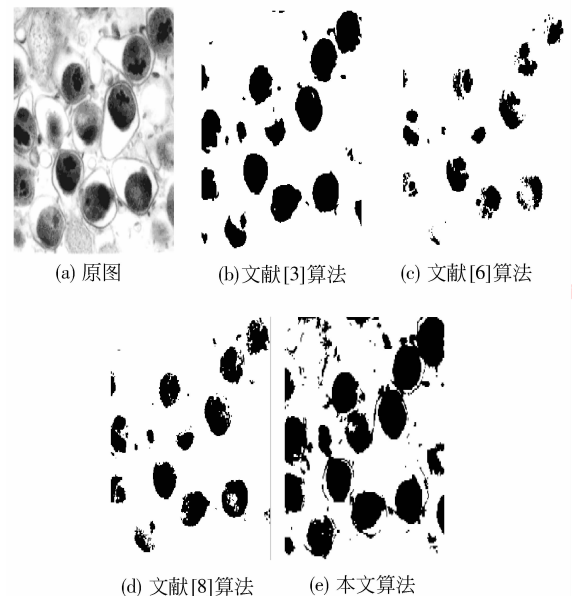


图4 细胞图像分割比较

Fig. 4 Comparison of cell image segmentation

实验中各种算法的参数设定如下。

- 1) 文献[3]方法 采用传统的 GA 优化阈值,种群大小为 10;迭代次数为 15;编码长度为 8;交叉概率为 0.7;变异概率为 0.05;窗口邻域为 3。
- 2) 文献[6]方法 采用迭代法求出分割阈值。
- 3) 文献[8]方法  $r=2; d_t=625; d_x=4$ 。
- 4) 本文方法 高斯混合模型分类数:  $m=2; r=2; d_t=625; d_x=4$ 。

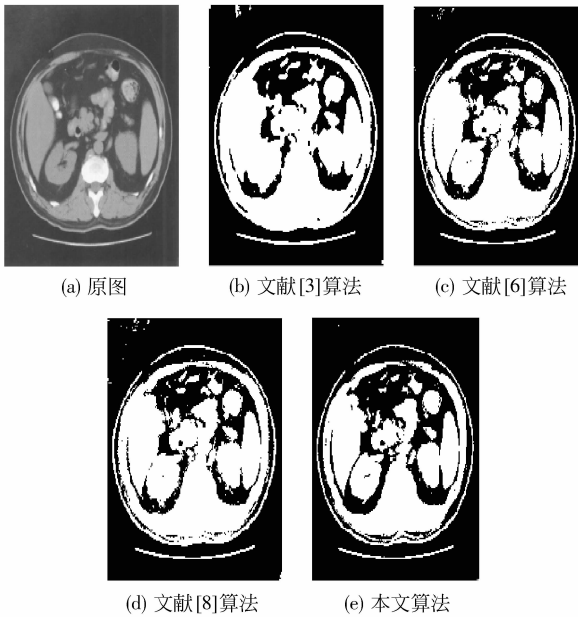


图 5 腹部 CT 图像分割比较

Fig.5 Comparison of abdominal CT image segmentation

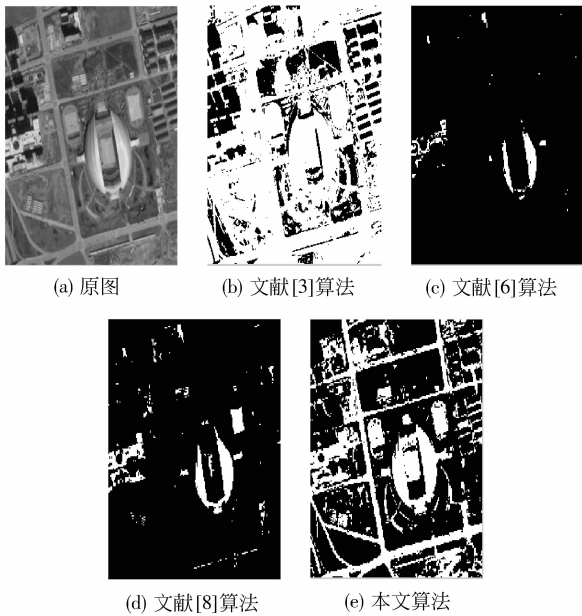


图 6 遥感图像分割比较

Fig.6 Comparison of remote sensing image segmentation

表 1 给出了 4 种算法对图 3—6 中的阈值分割比较,本文方法是进行 20 次独立实验得出的平均值。

从主观上看图 3—6 分割结果,本文算法比 2 维最大类间方差方法,1 维最小误差阈值法及基于归一化的图谱阈值划分方法有效地分割出图像的目标和背景,更好地保留了图像的细节。图 3(b)一(d)

没有很好地保留图像细节信息;使用本文算法的(e)很好地保留了图像细节信息。图 4(b)(d)把图像的轮廓分割出来,但没有保留更多的细节;(c)中的轮廓很不清晰;(e)比(b)(d)的效果好,细胞的轮廓和细节都较好地保留下来。图 5(b)其腹部 CT 图像各个部分并没有清晰地轮廓;(c)(d)分割效果较好,但图像中某些部分的轮廓不是很清晰;(e)使用本文算法较其他 3 幅图像分割效果保留了较好的轮廓及细节信息。图 6(b)图像的大致轮廓分割出来,但细节不好;(c)(d)目标没有完整的分离出来,效果较差;(e)对遥感图像的分割,图像的细节及轮廓比其他 3 幅图像的效果都好。

我们对图像的分割结果通常是以人的主观评价为标准,但是对不同图像分割算法的性能进行定量的评价十分重要。我们选取图像分割质量评价其中图像熵来定量评价实验中 4 种算法的性能。

图像的熵是一种统计的形式,它反映了图像信息量的多少。灰度图像的熵为

$$H(p) = - \sum_{i,j} p(i,j) \ln p(i,j), \text{ 其中 } p(i,j) = \frac{f(i,j)}{\sum_{i,j} f(i,j)}$$

表 2 给出了 4 种算法对图 3—6 分割结果的定量评价。

表 1 4 种算法的阈值比较

Tab.1 Threshold statistic of three kinds of algorithms

图片	阈值			
	文献[3]算法	文献[6]算法	文献[8]算法	本文算法
爱因斯坦图像	(80,127)	60	81	101
细胞图像	(215,141)	80	112	184
腹部 CT 图像	(138,87)	104	90	100
遥感图像	(133,84)	199	170	122

表 2 熵比较

Tab.2 The comparison of entropy

	文献[3]算法	文献[6]算法	文献[8]算法	本文算法
爱因斯坦图像	0.690 8	0.912 6	0.753 4	0.927 9
细胞图像	0.572 5	0.557 5	0.799 5	1.140 7
腹部 CT 图像	1.531 0	1.530 7	1.519 9	1.549 7
遥感图像	1.088 8	1.128 6	1.187 3	1.596 3

由表 2 可以看出,本文算法在图像熵参数中具有良好的指标,分割的质量与人类视觉基本一致。

基于归一化的图谱阈值划分方法在计算  $N_{cut}$  值时需要在灰度值 0 ~ 255 遍历,从图 1 我们可以

看出,对于每一个门限值  $t$ ,计算  $Ncut$  值需要计算  $255 \times (255 - 1)/2 \approx 2^{15}$  次加法运算。因此, $Ncut$  值的计算总量为  $255 \times 2^{15} \approx 2^{23}$  次加法运算。比较本文算法与文献中  $Ncut$  值计算的复杂度,由第 4 节叙述可知,本文方法的  $Ncut$  值计算不需要在灰度值  $0 \sim 255$  遍历,对于每一个门限值  $t$ ,计算  $Ncut$  值需要计算  $255 \times (255 - 1)/2 \approx 2^{15}$  次加法运算,但  $Ncut$  值的计算总量为  $(\max(\mu(w_i)) - \min(\mu(w_j))) \times 2^{15}$  次加法运算,要明显小于  $2^{23}$  次加法运算,在计算  $Ncut$  的最小值所需的计算量要比文献的方法要小。

为了验证本文算法中  $Ncut$  的计算复杂度,与文献中的  $Ncut$  的计算进行比较,图 7—10 分别是对图 3—6 的  $Ncut$  值随门限值  $t$  变化的曲线图。

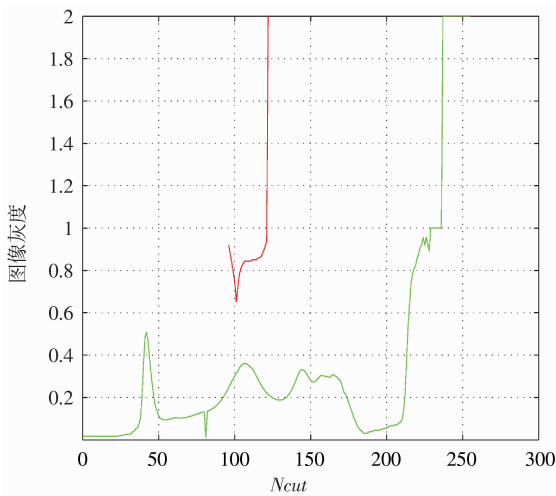


图 7 爱因斯坦图  $Ncut$  值曲线图比较

Fig. 7  $Ncut$  curve comparison for Einstein image

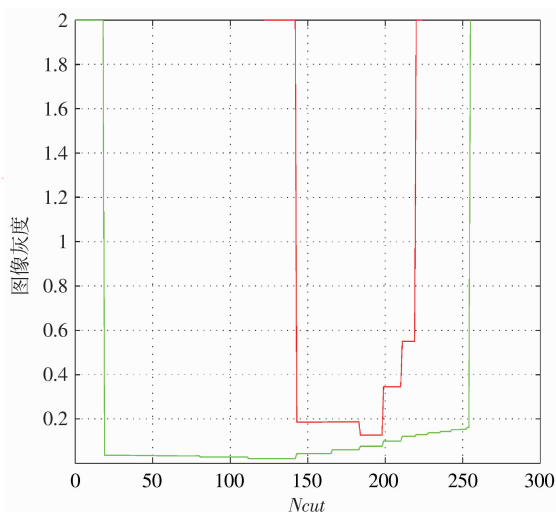


图 8 细胞图  $Ncut$  值曲线图比较

Fig. 8  $Ncut$  curve comparison for cell image

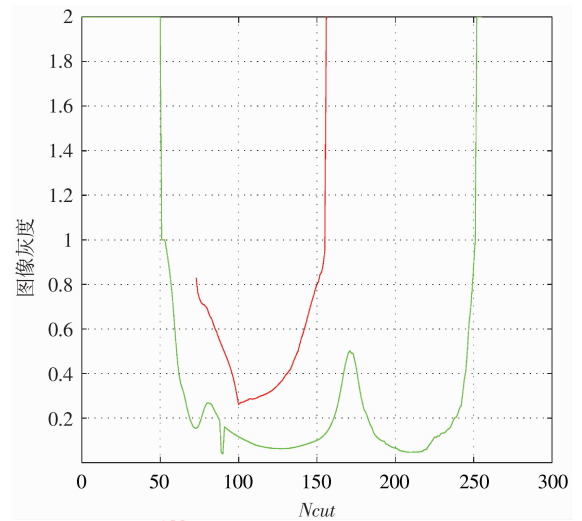


图 9 腹部 CT 图  $Ncut$  值曲线图比较

Fig. 9  $Ncut$  curve comparison for abdominal CT image

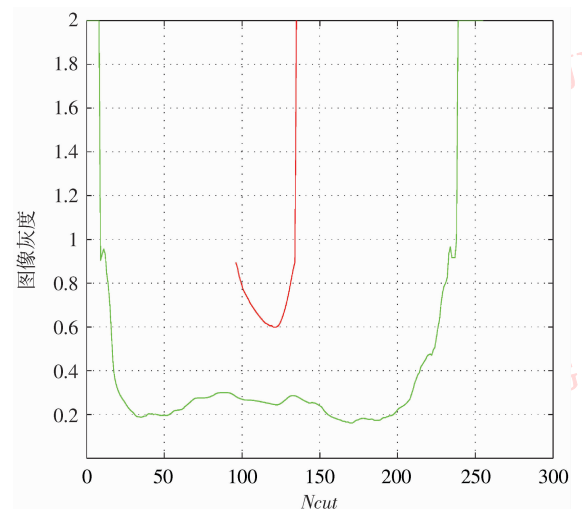


图 10 遥感图  $Ncut$  值曲线图比较

Fig. 10  $Ncut$  curve comparison for remote sensing image

图 7—10 中,绿色曲线表示传统的  $Ncut$  值曲线图,红色表示本算法的  $Ncut$  值曲线图。从曲线图中可以明显看出,本文算法中的  $Ncut$  值计算不需要在灰度值  $0 \sim 255$  之间遍历, $Ncut$  计算的计算量要比原始的  $Ncut$  计算量要小,提高了  $Ncut$  计算的有效率。

## 5 结 论

指出基于归一化的图谱阈值分割方法中权值计算公式的不足,而且  $Ncut$  计算需要在整个灰度级范围内进行遍历,因此提出一种新的权值计算公式,它充分考虑像素点的关联,同时在  $Ncut$  值计算时可以

自适应确定门限值的分布区间,减少其计算复杂度,得到了比基于归一化的图谱阈值分割方法更好的分割效果。实验结果表明,提出的方法具有更好的分割效果,具有一定的实用价值。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] Gonzalez. Digital Image Processing [ M ]. ( 2nd ). Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003:460-521. [冈萨雷斯. 数字图像处理 [ M ]. 二版. 北京:电子工业出版社, 2003:460-521.]
- [ 2 ] Yao Min. Digital Image Processing [ M ]. Beijing: China Machine Press, 2006: 243-253. [姚敏. 数字图像处理 [ M ]. 北京:机械工业出版社, 2006:243-253.]
- [ 3 ] Liu Jianzhuang, Li Wenqing. Automatic thresholding using the otsu algorithm based on the two-dimensional gray image [ J ]. Acta Automatica Sinica, 1993, 19 ( 1 ): 101-105. [刘健庄, 栗文青. 灰度图像的二维 Otsu 自动阈值分割法 [ J ]. 自动化学报, 1993, 19 ( 1 ): 101-105.]
- [ 4 ] Yang Jinlong, Zhang Guangnan, Li Shuzhong, et al. Study of image segmentation algorithm based on two-dimensional histogram [ J ]. Laser & Infrared, 2008, ( 4 ): 400-403. [杨金龙, 张光南, 厉树忠, 等. 基于二维直方图的图像分割算法研究 [ J ]. 激光与红外, 2008, 38 ( 4 ): 400-403.]
- [ 5 ] Fan Jiulun, Lei Bo. Two-dimensiona extension of minimum error threshold segmentation method for gray-level images [ J ]. Acta Automatica Sinic, 2009, 35 ( 4 ): 387-393. [范九伦, 雷博. 灰度图像最小误差阈值分割法的二维推广 [ J ]. 自动化学报, 2009, 35 ( 4 ): 387-393.]
- [ 6 ] Kittler J, Illingworth J. Minimum error thresholding [ J ]. Pattern Recognition, 1986, 19 ( 1 ): 41-47.
- [ 7 ] Shi J, Majik J. Normalized cuts and image segmentation [ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2000, 22 ( 8 ): 888-905.
- [ 8 ] Tao Wenbing, Jin Hai. A new image thresholding method based on graph spectral theory [ J ]. Chinese Journal of Computers, 2007, 30 ( 1 ): 111-119. [陶文兵, 金海. 一种新的基于图谱理论的图像阈值分割方法 [ J ]. 计算机学报, 2007, 30 ( 1 ): 111-119.]
- [ 9 ] Chen Yunjie, Zhang Jianwei, Wei Zihui, et al. Brain MRI segmentation using the active contours based on Gaussian mixture models [ J ]. Journal of Computer Research and Development, 2007, 44 ( 9 ): 1595-1603. [陈允杰, 张建伟, 韦志辉, 等. 基于高斯混合模型的活动轮廓模型脑 MRI 分割 [ J ]. 计算机研究与发展, 2007, 44 ( 9 ): 1595-1603.]
- [ 10 ] Zhang Jianwei, Xia Deshen. MRI segmentation via active contour model improved with Gaussian mixture model [ J ]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2005, 17 ( 12 ): 2648-2653. [张建伟, 夏德深. 高斯混合模型改进的活动轮廓模型 MRI 分割 [ J ]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17 ( 12 ): 2648-2653.]
- [ 11 ] Yu Peng, Feng Jufu. Texture image segmentation based on Gaussian mixture models [ J ]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10 ( 3 ): 282-285. [余鹏, 封举富. 基于高斯混合模型的纹理图像分割 [ J ]. 中国图象图形学报, 2005, 10 ( 3 ): 282-285.]