

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)12-1720-08

论文索引信息: 袁强强, 沈焕锋, 李平湘, 张良培. 自适应正则化多幅影像超分辨率重建 [J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(12): 1720-1727

自适应正则化多幅影像超分辨率重建

袁强强¹⁾, 沈焕锋²⁾, 李平湘¹⁾, 张良培¹⁾

¹⁾ (武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430079)

²⁾ (武汉大学资源与环境科学学院, 武汉 430079)

摘要: 影像超分辨率技术已经成为近年来影像处理领域的研究热点。其中, 正则化重建模型由于具有求解模型直观、解唯一等优点而得到了广泛应用。在正则化重建模型求解过程中, 正则化参数对于重建结果的好坏有着重要影响, 参数选择过小就不能很好地抑制噪声, 参数选择过大又会模糊重建影像。将数值计算领域的 U 曲线方法引入到超分辨率重建领域, 用来确定重建模型中的最优正则化参数。首先建立 U 曲线, 然后选择 U 曲线的左侧曲率最大点所对应正则化参数为重建正则化参数。实验结果表明, 无论是在目视效果还是定量评价方面, 重建结果都优于传统的自适应迭代方法和 L 曲线方法。

关键词: 超分辨率重建; 正则化; L 曲线; U 曲线

Adaptively regularized multi-frame image super-resolution reconstruction

YUAN Qiangqiang¹⁾, SHEN Huanfeng²⁾, LI Pingxiang¹⁾, ZHANG Liangpei¹⁾

¹⁾ (State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping & Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079)

²⁾ (School of Resource and Environmental Science, Wuhan University, Wuhan 430079)

Abstract: Image super-resolution reconstruction has been a hot research topic in recent years. Among kinds of reconstruction methods, regularized reconstruction is widely used, because it applies simple principle and unique solution. The regularization parameter plays an important role in reconstruction. If the parameter is too small, the noise will not be effectively restrained, conversely, the reconstruction result will become blurry. Therefore, a U-curve based reconstruction method is proposed, using the unique features of U-curve to select the regularization parameter. The data fidelity term and a prior item are used to form a U-curve function, and the left maximum curvature point is selected as the optimal regularization parameter. The proposed method is tested on two simulate data sets. The results show advantages of this revised method both in visual effects and quantitative evaluation.

Keywords: super resolution reconstruction; regularization; L-curve; U-curve

0 引言

超分辨率重建技术是指利用信号处理和软件方法消除成像系统和外界环境所导致的影像退化, 恢

复出光学衍射极限分辨率所决定的截止频率以外的信息, 从而提高影像的空间分辨率^[1]。早期的超分辨率重建技术主要是针对单幅影像复原而言的, 单幅影像复原技术经过长期的发展已经形成一套统一的理论框架, 但这种方法固有的局限性严重阻碍了

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)基金项目(2009CB723905); 国家高技术研究发展计划(863)基金项目(2009AA12Z114); 国家自然科学基金项目(40801182, 409711220, 41071269); 教育部博士点基金项目(205090377); 武汉大学博士生自主研究项目(904276401)。

收稿日期: 2008-11-05; **改回日期:** 2009-05-11

第一作者简介: 袁强强(1986—)男。现为武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室博士研究生。主要研究方向为影像增强、超分辨率重建。E-mail: yqiang86@gmail.com。

影像复原效果的大幅度提高^[2]。

Tsai 和 Huang 首先提出在频率域利用多幅存在亚像素位移的影像来提高影像空间分辨率^[3]。之后,相继产生了多种频率域超分辨率重建方法。由于频率域方法仅局限于全局运动模型,而且很难引入先验知识。因此,近年来,空间域超分辨率重建技术得到了很大的发展,产生了诸如非均匀插值方法^[4]、迭代反投影方法^[5]、凸集投影方法^[6]、确定性正则化方法^[7]、最大似然方法(ML)^[8]、最大后验估计方法(MAP)^[9-10],以及最大后验和凸集投影混合方法^[11]等。

由于超分辨率重建本身是一个病态问题,因此需要利用正则化方法加入先验约束将病态问题转化为良态。其中,最优正则化参数选取作为正则化重建方法中的一个关键问题而得到了广泛讨论,产生了诸如自适应迭代^[12]、L 曲线^[13]等方法。自适应迭代方法虽然计算量小、易求解,但是求解中需要加入一些先验参数,并不能达到完全的自适应;L 曲线方法存在求解结果过于依赖曲线拟合精度等缺点。因此,本文将数值计算领域的 U 曲线方法引入到超分辨率重建领域,用来确定重建模型中的最优正则化参数。实验结果表明,无论从目视效果还是定量评价,都得到了优于上述两种方法的重建效果。

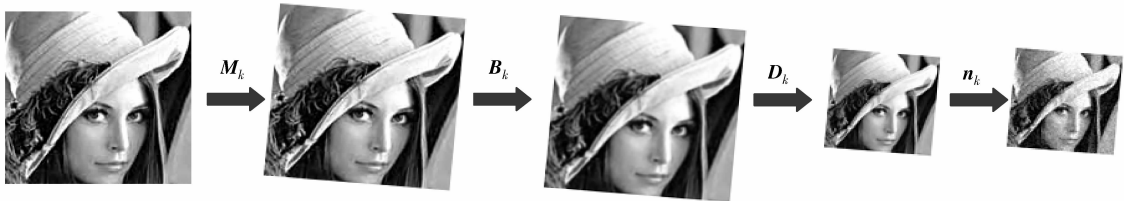


图 1 高分辨影像降质模型示意图

Fig. 1 The Degradation model of the high resolution image

2 正则化超分辨率重建方法

2.1 基于最小二乘的超分辨率重建方法

对于式(3),文献[14]提出用传统的最小二乘方法进行求解,即建立如下式所示的求解模型:

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \{ \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2 \} \quad (4)$$

利用最小二乘求解方法,(4)式的解为

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y} \quad (5)$$

通过式(5),求解出高分辨率影像。

但是,上述最小二乘求解方法,虽然简单易行,

1 观测模型

假设给定的 P 幅低分辨率影像分别为 $\{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_p\}$,它们是由原始高分辨率影像分别经过亚像素位移、模糊、降采样以及附加噪声这 4 个降质过程生成,将这 4 个过程分别用矩阵 \mathbf{M}_k 、 \mathbf{B}_k 、 \mathbf{D}_k 和 \mathbf{n}_k 表示,降质过程如图 1 所示。设原始高分辨率影像为 \mathbf{x} ,生成的第 k 幅低分辨率影像为 \mathbf{y}_k ,则由原始高分辨率影像到低分辨率影像的观测模型可以用下式表示

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{D}_k \mathbf{B}_k \mathbf{M}_k \mathbf{x} + \mathbf{n}_k \quad (1)$$

为了方便表示,将式(1)中的 3 个矩阵合并为 \mathbf{A}_k ,这样式(1)就简化为

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{x} + \mathbf{n}_k \quad (2)$$

对于 P 幅低分辨率影像来说,可以列出 P 个如式(2)所示模型,将其中的矩阵向量化,并将这 P 个方程合并,就得到如下式所示的总体观测模型:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (3)$$

式中, \mathbf{y} 表示低分辨率影像像素向量, \mathbf{x} 为高分辨率影像, \mathbf{A} 为系数矩阵, \mathbf{n} 为附加噪声。

但是在影像退化系数矩阵的维数变大、重建比率提高等情况下,式(5)的病态性增强,并不能得到很好的重建效果。

2.2 基于正则化技术的超分辨率重建方法

为了克服上述最小二乘求解模型的病态性,引入正则化技术,通过对式(4)引入先验约束,得到稳定解。

利用正则化技术进行超分辨率重建的求解模型可以用下式来表示:

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \{ \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2 + \alpha \|\mathbf{Q}\mathbf{x}\|^2 \} \quad (6)$$

式中, α 为正则化参数, \mathbf{Q} 为一正则算子,一般为—

高通滤波算子,为了能够保证解的平滑性,选取各向同性的拉普拉斯算子

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y) \quad (7)$$

使式(6)达到最小值的必要条件是其对于 \mathbf{x} 导数为 0,将式(6)对 \mathbf{x} 求导,并令其等于 0 得

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{Q}^T \mathbf{Q}) \mathbf{x} = \mathbf{A}^T \mathbf{y} \quad (8)$$

对于式(8),为了克服由于系数矩阵维数过大,直接求逆不便的特点,采用如下所示的迭代求解方法

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \beta [\mathbf{A}^T \mathbf{y} - (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{Q}^T \mathbf{Q}) \mathbf{x}^n] \quad (9)$$

式中, \mathbf{x}^{n+1} 代表第 $n+1$ 次迭代影像, \mathbf{x}^n 代表第 n 迭代的影像, β 代表迭代步长,通过设定初始迭代影像和一定的迭代收敛条件,最终迭代求解出原始高分辨率影像。

3 基于 U 曲线的正则化参数选择

在正则化重建模型中, $\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2$ 代表原始高分辨率影像和观测到的低分辨率影像的吻合程度,称为数据一致性约束, $\|\mathbf{Q}\mathbf{x}\|^2$ 表示高分辨率影像的先验信息,称为先验约束。可以看出,正则化参数 α 控制着上述两种约束的相对贡献,如果 α 选择过小,就不能很好的抑制噪声,如果选择过大,则求解出的高分辨率影像会过于平滑,不能保存原始影像的边缘和纹理信息^[15]。图 2 表示 α 选取不当时期的重建结果。如何选取 α ,使地重建结果既能最大化的滤除噪声,又能保持原始高分辨率影像的纹理细节信息,成为一个广泛研究和讨论的问题。



(a) 正则化参数过小



(b) 正则化参数过大

图 2 正则化参数对重建结果的影响

Fig. 2 The effect of the regularization parameter on the reconstruction result

3.1 正则化参数的自适应迭代选择

围绕影像复原和重建问题, Kang 等人提出了一种正则化参数的自适应迭代选择方法,该方法假设在重建模型中,正则化参数具有如下 3 种基本属性: 1) α 大于 0; 2) α 与 $\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2$ 成正比关系; 3) α 与 $\|\mathbf{Q}\mathbf{x}\|^2$ 成反比关系。利用上述性质,建立如式(10)所示关系,利用第 n 次迭代所得的高分辨率影像来求解第 $n+1$ 次迭代所需的正则化参数。

$$\alpha_{n+1} = \frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}_n\|^2}{\lambda - \|\mathbf{Q}\mathbf{x}_n\|^2} \quad (10)$$

式中, α_{n+1} 代表第 $n+1$ 次所需的正则化参数, \mathbf{x}_n 代表第 n 次迭代所得的高分辨率影像, λ 为一系数,目的是为防止 $\|\mathbf{Q}\mathbf{x}_n\|^2$ 为 0 时正则化参数被无限放大的问题。根据文献[11], λ 按照下式所示进行选择。

$$\lambda > \|\mathbf{Q}\mathbf{x}_n\|^2 \quad (11)$$

自适应迭代选择方法的优点是计算量小,易求解。但是其假设正则化参数和数据一致性约束项以及先验项仅仅服从简单的线性正反比例关系,这种关系只是对其原始关系的简单近似。而且在求解正则化参数的过程中需要调节参数 λ , 因此并不能达到完全的自适应。

3.2 正则化参数的 L 曲线选择

Bose 等人提出利用 L 曲线的方法估求解重建模型中的最优正则化参数,该方法通过选取一序列的正则化参数计算出重建后的 $\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2$ 和 $\|\mathbf{Q}\mathbf{x}\|^2$ 数值,然后画出 $\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2$ 和 $\|\mathbf{Q}\mathbf{x}\|^2$ 变化的相对散点图,进而对这些散点进行曲线拟合,选取拟合后曲线曲率最大点所对应的正则化参数即为最优的正则化参数。由于拟合曲线类似于“L”形状,故名“L 曲线方法”,图 3 表示拟合所得 L 曲线。

L 曲线方法的缺点就是正则化参数的求解精度过度依赖于拟合点的多少。但拟合点越多,计算量越大。

3.3 基于 U 曲线的正则化参数选择

Krawczyk-Stando 等人首先提出利用 U 曲线方法来解决简单的数学逆问题^[16],而超分辨率重建问题是一类比较复杂的逆问题。因此,首次将 U 曲线方法引入到超分辨率重建领域,用于解决正则化重建模型中的正则化参数选择问题。

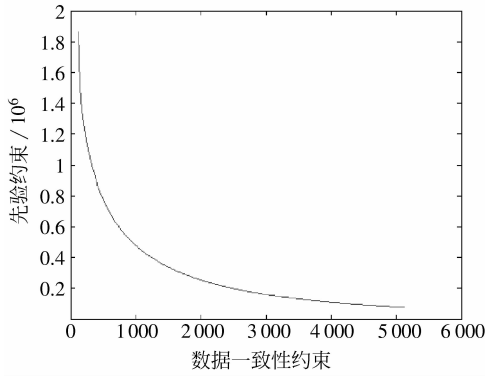


图 3 拟合所得 L 曲线
Fig. 3 The fitting L-curve

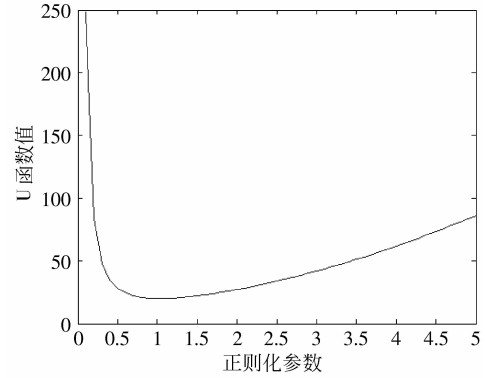


图 4 U 曲线
Fig. 4 The U-curve

3.3.1 U 曲线及其性质

定义曲线方程

$$U(\alpha) = \frac{1}{x(\alpha)} + \frac{1}{y(\alpha)} \quad (12)$$

式中, $x(\alpha) = \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|^2$, 代表重建模型中的数据一致性约束, $y(\alpha) = \|\mathbf{Qx}\|^2$, 代表重建模型中的先验约束。

利用基于奇异值分解的约束最小二乘方法对重建模型进行求解并将其代入数据一致性约束项和先验约束项有

$$f_i = \mathbf{U}^T \mathbf{y}$$

$$x(\alpha) = \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|^2 = \sum_{i=1}^r \frac{\alpha^2 f_i^2 q_i^4}{(s_i^2 + \alpha q_i^2)^2} \quad (13)$$

$$y(\alpha) = \|\mathbf{Qx}\|^2 = \sum_{i=1}^r \frac{\sigma_i^2 f_i^2 q_i^2}{(\sigma_i^2 + \alpha q_i^2)^2} \quad (14)$$

式中, \mathbf{U} 代表矩阵 \mathbf{A} 经过奇异值分解以后的左侧奇异矩阵。 $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_r$ 代表矩阵 \mathbf{A} 经过奇异值分解以后 r 个从大到小排列的奇异值, q_i 代表矩阵 \mathbf{Q} 经过奇异值分解以后的奇异值。将式(13)(14)带入式(12)有

$$U(\alpha) = \frac{1}{\sum_{i=1}^r \frac{\alpha^4 f_i^2 q_i^4}{(\sigma_i^2 + \alpha)^2}} + \frac{1}{\sum_{i=1}^r \frac{\sigma_i^2 f_i^2 q_i^2}{(\sigma_i^2 + \alpha)^2}} \quad (15)$$

图 4 表示式(15)所代表的函数曲线, 即 U 曲线。

根据图 4 及文献[16], 有如下性质和结论:

性质 1 U 曲线两边存在着明显的单调下降和上升趋势, 在中间存在变化平缓区间。

性质 2 U 曲线在 $\alpha \in \left(0, \left(\frac{\sigma_r}{q_1}\right)^{\frac{4}{3}}\right)$ 之间单调下降, 在 $\alpha \in \left(0, \left(\frac{\sigma_1}{q_r}\right)^{\frac{4}{3}}\right)$ 间单调上升。

结论 最优正则化参数的选取应该限定在

$\left(\left(\frac{\sigma_r}{q_1}\right)^{\frac{4}{3}}, \left(\frac{\sigma_1}{q_r}\right)^{\frac{4}{3}}\right)$ 范围内, 在该范围内求出 U 曲线左侧曲率最大点所对应的正则化参数即为最优正则化参数。

3.3.2 基于 U 曲线的正则化参数选取步骤

因此, 基于上述性质和结论, 对于式(6)所示的正则超分辨率重建模型, 利用 U 曲线方法选取最优正则化参数的步骤如下:

1) 对 \mathbf{A} 和 \mathbf{Q} 阵进行奇异值分解, 找出 \mathbf{A} 阵的最大和最小奇异值, 分别记做 σ_1 和 σ_r 。并求出最优正则化参数所在的区间 $\left(\left(\frac{\sigma_r}{q_1}\right)^{\frac{4}{3}}, \left(\frac{\sigma_1}{q_r}\right)^{\frac{4}{3}}\right)$ 。

2) 将步骤 1) 中的求解结果代入式(15), 得到 $U(\alpha) - \alpha$ 方程。

3) 在 $\left(\left(\frac{\sigma_r}{q_1}\right)^{\frac{4}{3}}, \left(\frac{\sigma_1}{q_r}\right)^{\frac{4}{3}}\right)$ 范围内, 做出 $U(\alpha) - \alpha$ 曲线。

4) 求出该曲线在 $\left(\left(\frac{\sigma_r}{q_1}\right)^{\frac{4}{3}}, \left(\frac{\sigma_1}{q_r}\right)^{\frac{4}{3}}\right)$ 范围内的左侧曲率最大点, 该最大点所对应的 α 即为最优的正则化参数。

可以看出, 相对于 L 曲线法, U 曲线法并不需要拟合离散点, 这样就排除了离散点多少对正则化参数求解精度的影响; 对于 L 曲线来说, 每一个离散点, 就对应计算一次数据一致性约束和先验约束, 假如需要 n 个离散点, 那么就得计算 n 次数据一致性约束和先验约束; 而对于 U 曲线来说, 只需要将数

据一致性约束和先验约束分别表示成为正则化参数的函数,进而求解 U 曲线的左侧曲率最大点,并不需要拟合的过程。因此,不难看出,U 曲线法在计算量上要小于 L 曲线法。

4 实验结果与分析

4.1 实验结果评价指标

为了验证 U 曲线方法的有效性和适用性,选取 Cameraman 影像和三峡航空影像进行模拟实验,并采用 MSE (mean square error) 以及 SSIM (structural similarity) 作为定量评价指标,

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2 \quad (16)$$

$$\text{SSIM} = \frac{(2\mu_x\mu_{\hat{x}} + C_1)(2\sigma_{x\hat{x}} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_{\hat{x}}^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_{\hat{x}}^2 + C_2)} \quad (17)$$

式中, $\hat{\mathbf{x}}$ 代表重建结果, \mathbf{x} 代表原始高分辨率影像, N 为高分辨影像所包含的像元总数, μ_x 代表原始高分辨率影像的灰度平均值、 $\mu_{\hat{x}}$ 代表重建影像的灰度平均值、 σ_x 代表原始高分辨率影像的方差、 $\sigma_{\hat{x}}$ 代表重建影像的方差、 $\sigma_{x\hat{x}}$ 代表原始影像和重建影像的协方差、 C_1 和 C_2 是为防止分母为 0 而设定的常数。

MSE 主要对重建影像和参考影像进行灰度相似性评价,SSIM 是由文献 [17] 提出的一种通用影像评价指数,近年来被广泛采用,主要对两幅影像的结构相似性进行评价。SSIM 值越接近于 1,说明两幅影像的结构相似性越强。

4.2 实验结果

实验 1 选取一幅大小为 200×200 像素的 Cameraman 影像进行实验,首先对该影像分别经过运动、模糊和降采样,并附加一定的噪声,生成 4 幅存在亚像素位移的低分辨率影像,其中运动参数为如表 1 所示,降采样系数为 2,噪声为分布参数为 $(0, 0.001^2)$ 的高斯噪声。

表 1 4 幅低分辨率影像运动参数

Tab. 1 The motion parameters of the four low resolution images

	X 方向平移	Y 方向平移
影像 1	0	0
影像 2	0.5	0.5
影像 3	0.5	0
影像 4	0	0.5

利用本文方法进行重建,所得到的 U 曲线如图 5 (a) 所示,选取 $\alpha = 0.0003043$ 作为重建正则化参数。所得 L 曲线如图 5 (b) 所示。选择 $\alpha = 0.0212$ 作为重建正则化参数。重建结果如图 6 所示,定量比较结果如表 2 所示。

实验 2 选取一幅大小为 200×200 像素的三峡航空影像进行实验,首先对该影像分别经过运动、模糊和降采样,并附加一定的噪声,生成 4 幅存在亚像素位移的低分辨率影像,其中运动参数如表 1 所示,降采样系数为 2,噪声为分布参数为 $(0, 0.002^2)$ 的高斯噪声。利用本文方法进行重建,重建结果如图 7 所示,定量比较结果如表 3 所示。

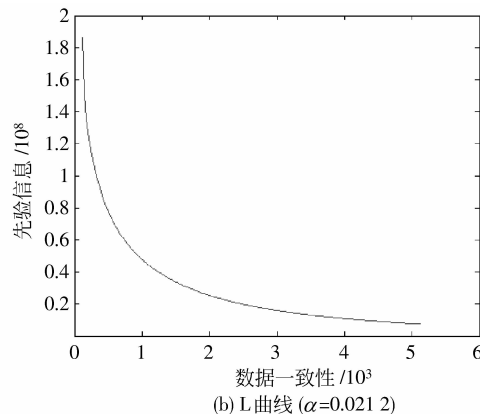
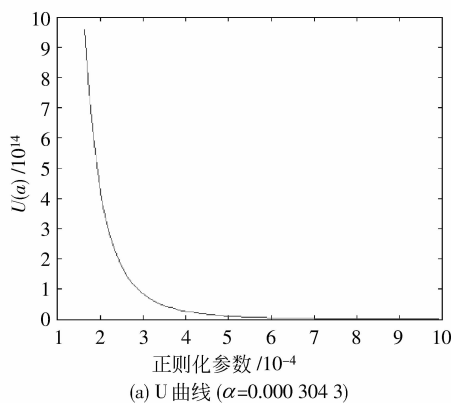


图 5 U 曲线和 L 曲线选择的正则化参数对比

Fig. 5 The comparison of the parameter selection result between U-curve method and L-curve method



图 6 Cameraman 影像重建结果对比

Fig. 6 The comparison between the reconstruction results on the Cameraman image

表 2 Cameraman 影像重建结果量化比较

Tab. 2 The quantitative evaluation comparison between the results of Cameraman image

评价指标	双线性内插	自适应迭代方法	L曲线方法	U曲线方法
MSE	551.220	298.707	245.879	227.168
SSIM	0.810 69	0.927 98	0.929 24	0.939 6

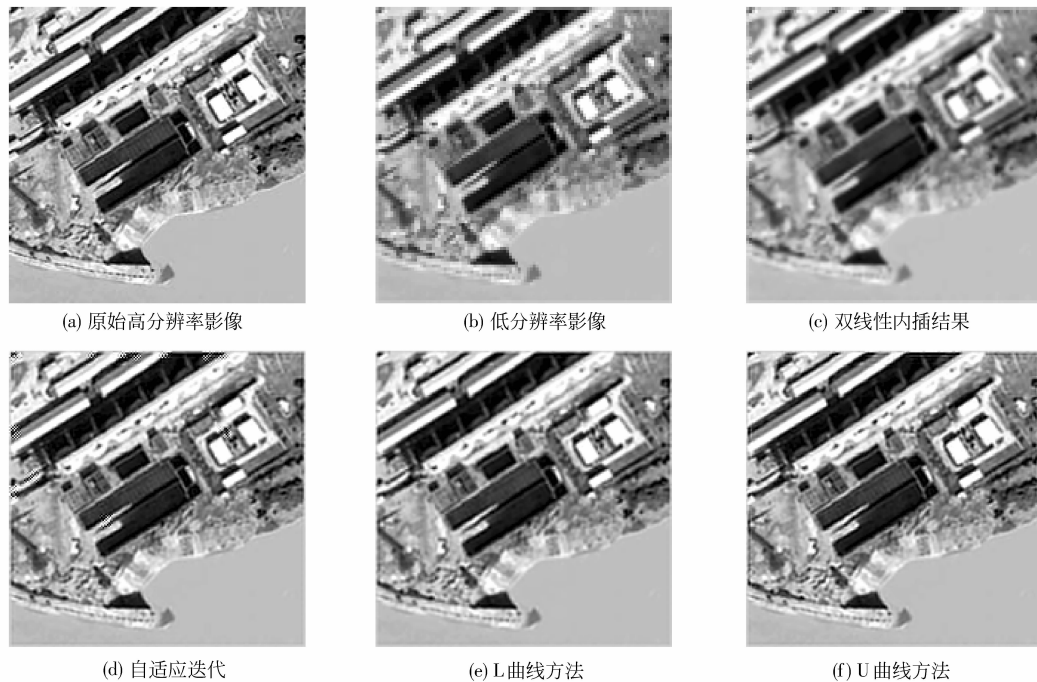


图 7 航空影像重建结果对比

Fig. 7 The comparison between the reconstruction results on the aerial image

表 3 航空影像重建结果量化比较

Tab. 3 The quantitative evaluation comparison between the results on the aerial image

评价指标	双线性内插	自适应迭代方法	L 曲线方法	U 曲线方法
MSE	523.126	258.494	204.768	199.571
SSIM	0.77796	0.91456	0.93468	0.96288

4.3 实验结果分析

从图 6、图 7、表 2 和表 3 可以看出,超分辨率重建所得到的结果要远远好于双线性插值所得结果,充分证明了超分辨率技术的优越性。而本文引入 U 方法的重建结果无论是在目视效果还是定量评价方面,都要优于自适应迭代方法和 L 曲线方法。从目视效果上来看,本文方法的重建结果最为接近原始影像,而自适应迭代方法和 L 曲线方法的重建结果由于正则化参数选择偏大,因而重建影像产生了一定的模糊。从定量评价来看,本文方法的 MSE 值和 SSIM 值相比自适应迭代方法和 L 曲线方法有较大改善。因此,本文方法无论是在灰度相似性还是结构相似性上,都优于自适应迭代方法和 L 曲线方法。

为了进一步验证本文提出的 U 曲线方法所选取的正则化参数的有效性,以实验 1 为例,首先设定一序列正则化参数,利用这些正则化参数分别进行重建,并求出重建影像的 MSE 值,随后做出 MSE 随正则化参数变化曲线图,然后确定出最优正则化参数所在的大体位置,最后将最优正则化参数与本文方法所选取的正则化参数进行对比,以验证本文方法的有效性。图 8 表示重建影像 MSE 值随正则化参数变化曲线图,从图中可以看出,最优正则化参数所在位置大概在 0.0005 左右,而本文方法所选取

的正则化参数已经十分接近最优正则化参数。而 L 曲线方法所选择的正则化参数仅为 0.0212,大大偏离了最优值。因此,综上所述,充分证明了本文所选正则化参数的有效性。

5 结 论

本文将数值计算领域的 U 曲线方法引入到超分辨率重建领域,用来确定重建模型中的最优正则化参数。首先建立 U 曲线,然后选择 U 曲线的曲率最大点对应的参数为重建正则化参数。实验结果表明:

1) 无论是从目视效果还是定量评价,本文方法所选取的正则化参数重建效果都优于传统的 L 曲线选择方法和简单的自适应迭代方法。所选取的正则化参数既能最大化的滤除噪声,又不至于损失影像的细节而产生模糊。从定量评价指标 MSE 和 SSIM 值可以看出,无论从灰度相似性还是结构相似性上方面,本文方法重建结果都最为接近原始影像。

2) 通过将本文方法所选取的正则化参数与手动逐一实验选取的最优正则化参数相比较,本文方法所选取的正则化参数几乎接近最优的正则化参数,充分证明了本文方法的有效性。

参考文献 (References)

- [1] Park S C, Park M K, Kang M G. Super-resolution image reconstruction: a technical overview [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2003, 20(3): 21-36.
- [2] Shen Huan-feng, Li Ping-xiang, Zhang Liang-pei. A regularized super-resolution image reconstruction method [J]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10(4): 436-440. [沈焕锋, 李平湘, 张良培. 一种基于正则化技术的超分辨率影像重建方法 [J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(4): 436-440.]
- [3] Tsai R Y, Huang T S. Multiple Frame Image Restoration and Registration [M] // Advances in Computer Vision and Image Processing. Greenwich CT: JAI Press, 1984: 317-339.
- [4] Clark J J, Palmer M R, Laurence P D. A transformation method for the reconstruction of functions from nonuniformly spaced samples [J]. IEEE Transactions on Acoust., Speech, Signal Processing,

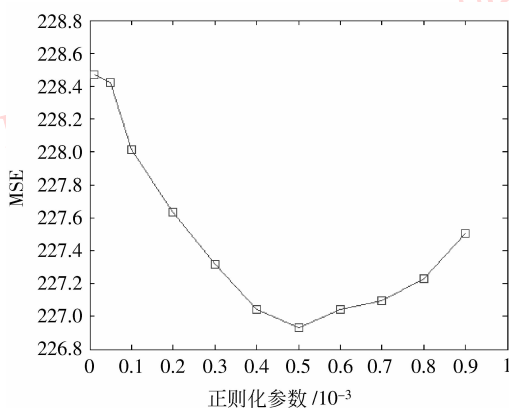


图 8 MSE 随正则化参数变化图

Fig. 8 The change curve of MSE value by the regularization parameter

- 1985,33(5):1151-1165.
- [5] Irani M, Peleg S. Improving resolution by image matching[J]. CVGIP: Graphical Models and Image Proc., 1991, 53(3): 231-239.
- [6] Stark H, Oskoui P. High resolution image recovery from image-plane arrays, using convex projections[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1989,6(11):1715-1726.
- [7] Katsaggelos A K. Digital Image Restoration [M]. Germany: Springer-Verlag,1991.
- [8] Tom B C, Katsaggelos A K. Reconstruction of a high-resolution image by simultaneous matching, restoration, and interpolation of low-resolution images[C]//Proceedings of IEEE Int. Conf. Image Processing. American: IEEE Press, 1995: 539-542.
- [9] Schulz R R, Stevenson R L. Extraction of high-resolution frames from video sequences [J]. IEEE Trans. Image Processing, 1996,5(6): 996-1011.
- [10] Shen H, Zhang L, Huang B, et al. A MAP approach for joint motion estimation, segmentation and super resolution[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007 16(2):479-490.
- [11] Elad M, Feuer A. Restoration of a single superresolution image from several blurred, noisy, and undersampled measured images [J]. IEEE Trans. Image Processing, 1997,6(12):1646-1658.
- [12] Kang M G, Katsaggelos A K. General choice of the regularization functional in regularized image restoration [J]. IEEE Trans. Image Processing, 1995, 4[5]: 594-602.
- [13] Bose N K, Lertrattanapanich S, Koo J. Advances in superresolution using L-curve[C]// Proceedings of Int. Symp. Circuits and Systems, Sydney. New York: IEEE Press, 2001: 433-436.
- [14] Fryer J, McIntosh K. Enhancement of image resolution in digital photogrammetry [J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 2001,67(6):741-749.
- [15] Shen Huanfeng, Li Pingxiang, Zhang Liangpei. Adaptive regularized MAP super-resolution reconstruction method [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2006, 31(11):949-952. [沈焕锋,李平湘,张良培.一种自适应正则 MAP 超分辨率重建方法[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2006, 31(11):949-952.]
- [16] Krawczyk Stando, Rudnicki Dand. Regularization parameter selection in discrete-ill posed problems—the use of the U-curve [J]. Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 2007, 17(2): 157-164.
- [17] Wang Zhou, Bovik Alan Conrad, Sheikh Hamid Rahim. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612.