

中图法分类号: TP319 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)03-0427-06

论文索引信息: 王彩玲, 程勇, 赵春霞, 杨静宇. 局部相位相关用于图像亚像素级配准技术研究 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(3): 427-432

# 局部相位相关用于图像亚像素级配准技术研究

王彩玲, 程勇, 赵春霞, 杨静宇

(南京理工大学计算机科学与技术学院, 南京 210094)

**摘要:** 提出了一种基于局部相位相关的高效和鲁棒的亚像素级图像配准方法。通过传统的相位相关算法估计出初始平移参数后, 在初始位置的引导下对互相关功率谱进行上采样矩阵 Fourier 变换, 实现了图像局部相位相关, 得到图像间亚像素级平移参数。实验结果表明, 算法配准精度较高, 且对随机噪声和光照变化具有较强的鲁棒性。

**关键词:** 矩阵 Fourier 变换; 局部相位相关; 亚像素; 图像配准

## Robust subpixel image registration technique based on local phase correlation

Wang Cailing, Cheng Yong, Zhao Chunxia, Yang Jingyu

(The School of Computer Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094 China)

**Abstract:** An efficient and robust subpixel image registration method based on Local Phase Correlation (LPC) is developed in this paper. After estimating the initial translation by the traditional Phase Correlation (PC) method, the initial estimation is refined by the upsampling matrix Fourier transform of cross-correlation power spectrum. Then the translation is tuned by the refinement to achieve subpixel registration. Experiments on various image pairs show that the LPC method achieves higher registration precision, and is immune to random noise and illumination variation.

**Keywords:** matrix Fourier transform; local phase correlation; subpixel; image registration

## 0 引言

图像配准是将同一场景在不同时刻、不同视角或不同传感器得到的两幅或者多幅图像重叠在一起, 从几何学来讲就是建立待配准图像和模板图像之间对应变换关系<sup>[1]</sup>。图像配准是图像处理、机器视觉和医学成像中最重要的步骤之一, 它是进行多源图像分析的基础, 常用于遥感、图像融合、图像拼接、医学图像处理、图像增强及图像复原等<sup>[1-2]</sup>。一般地, 将待配准图像和模板图像进行 Fourier-Mellin 变换, 在 log-polar 空间上形成对数极坐标幅度谱, 通

过平移关系可估计图像间在空域上的较高精度的旋转和缩放参数<sup>[3]</sup>, 且经传统相位相关可实现像素级平移参数估计。

鉴于在遥感图像分析、高精度 3D 重建、视觉定位、医学图像分析等诸多应用领域的许多关键问题都依赖于高精度的图像配准, 亚像素级图像配准在图像分析中受到越来越多的关注, 是当前图像分析领域的研究热点之一<sup>[1-2]</sup>。而图像平移参数亚像素级配准采用的方法主要有<sup>[2]</sup>: 1) 基于插值的方法; 2) 最优化方法; 3) Fourier 相关函数法。基于插值的方法是图像以一定倍率重采样, 提高图像的分辨率再进行配准, 这种算法计算量大, 需要大量的存储空

收稿日期: 2009-06-05; 修回日期: 2009-08-09

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (60632050); 国防基础技术研究项目 (K1702020302)。

第一作者简介: 王彩玲 (1979—), 女, 模式识别与人工智能博士, 主要研究方向为图像处理、机器视觉、模式识别等。

E-mail: cailing.wang@gmail.com。

间,且性能依赖于内插算法的质量。最优化方法比较灵活,理论上可支持任意变换模型配准精度也较高,但是计算量非常大且易陷入局部最优问题,不易收敛。Fourier 相关函数法,通常计算模板图像和待配准图像在频域的互相关谱,对其进行上采样,定位其峰值后逆变换可得到亚像素级平移配准参数。由于 Fourier 变换具有良好的时频特性,图像在频域上的相位相关特征较好地体现了在空域上的平移、旋转和缩放变换,但由于 Fourier 变换的全局特性,随着配准精度的提高,算法运算量及存储需求急剧增加。例如,要配准  $M \times M$  的两幅图像达到  $1/20$  像素精度,要计算和存储  $20M \times 20M$  的反 Fourier 变换的图像数据,当图像维数较大或要求的配准精度较高时,在目前很多 PC 机上无法实时运算<sup>[4]</sup>。

介绍了一种高效的局部 Fourier 变换方法,即局部上采样矩阵 Fourier 变换,实现了局部相位相关,估计出了图像间亚像素级平移参数。该方法利用互功率谱的整体信息,并对其局部邻域进行上采样和矩阵 Fourier 变换,精确定位相位互相关谱的峰值。本文方法继承了 Fourier 变换良好的时频特性,在上采样的过程中,忽略了与所关心模板区域无关的信息,减少了存储需求和运算量,获得较高的配准精度;算法的互相关谱采用幅度归一化定义,对随机噪声和光照变化具有较强的鲁棒性。

## 1 基于相位相关的图像配准原理

一般而言,待配准图像和模板图像之间存在着旋转、缩放和平移 3 种变换关系,经过解耦合,可实现 3 个参数的独立估计。对二者进行 Fourier-Mellin 变换,在 log-polar 空间上估计对数极坐标幅度谱的平移参数可得到两幅图像间的旋转和缩放参数<sup>[3]</sup>。以最小均方根误差函数为目标,经过时频变换,将空域相关关系转换成频域相关关系,可推导出相位相关的平移参数估计方法<sup>[4]</sup>。因而,基于相位相关的平移参数估计方法是均方根误差意义上的最优估计。Fourier-Mellin 变换估计旋转和缩放参数的详细理论与算法见文献[3],本文着重探讨平移参数的配准原理。

对只存在平移变换的两幅  $N \times M$  维图像  $f(x, y)$  和  $g(x, y)$ , 满足  $f(x, y) = g(x - x_0, y - y_0)$ , 当归一化均方根误差函数  $E^2$  最小时,表示两幅图像间达到了理想的平移配准。误差函数<sup>[4-5]</sup>一般定义如下

$$E^2 = \min_{x_0, y_0} \frac{\sum_{x, y} |g(x - x_0, y - y_0) - f(x, y)|^2}{\sum_{x, y} |f(x, y)|^2} = 1 - \frac{\max_{x_0, y_0} |r_{fg}(x_0, y_0)|^2}{\sum_{x, y} |f(x, y)|^2 \sum_{x, y} |g(x, y)|^2} \quad (1)$$

式中,  $(x_0, y_0)$  为平移参数,  $r_{fg}(x_0, y_0) = \sum_{x, y} f(x, y) \cdot g^*(x - x_0, y - y_0)$  为空域相关函数,  $*$  为复共轭。

经傅里叶变换后,空域相关关系映射到了频域相关关系,通过频域的内积即可解析出函数取最大值所对应的平移坐标。也就是说,最大化空域相关函数  $r_{fg}(x_0, y_0)$ , 等价于最大化频域相关函数  $F(u, v) \cdot G^*(u, v)$ , 自然导出

$$R_{fg}(x_0, y_0) = \frac{F(u, v) G^*(u, v)}{|F(u, v) G^*(u, v)|} \quad (2)$$

由  $f(x, y)$  和  $g(x, y)$  的平移关系, 可得到

$$F(u, v) = G(u, v) \exp\left(-i2\pi\left(\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N}\right)\right) \quad (3)$$

故

$$R_{fg}(x_0, y_0) = \frac{F(u, v) G^*(u, v)}{|F(u, v) G^*(u, v)|} = \exp\left(-i2\pi\left(\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N}\right)\right) \quad (4)$$

式(4)被称为互相关功率谱。其中,  $F(u, v)$ 、 $G(u, v)$  分别为  $f(x, y)$ 、 $g(x, y)$  的 Fourier 变换。 $|F(u, v) G^*(u, v)|$  为幅度归一化因子, 从原理上说, 与文献[5]中定义的互相关谱的定义相比, 归一化后能降低光照变化对配准精度的影响。

通常, 求解  $(x_0, y_0)$  有两种方法:

1) 在频域互相关功率谱的 3 维空间中, 将相位向两个频率轴进行投影, 可直接解出  $(x_0, y_0)$  值, 但此方法对噪声较为敏感。

2) 根据 Fourier 变换平移理论, 互相关功率谱的相位等于两个图像的相位差, 通过求互相关功率谱的反 Fourier 变换得到 2 维 Dirichlet 函数  $\delta(x - x_0, y - y_0)$ , 其坐标位置给出了平移量  $(x_0, y_0)$ , 即得到了图像配准关系。本文采用方法 2。

## 2 局部相位相关实现亚像素级配准

传统 Fourier 变换整个图像空间通过补零策略计算上采样矩阵实现亚像素级图像配准, 引起存储需求急剧增加, 运算效率下降, 应用受到极大地限

制。提出一种局部相位相关技术实现高精度的图像配准,且运算效率较高。在全局互功率谱初始峰值的引导下,对互功率谱峰值附近一个较小的邻域范围内进行上采样,采用上采样矩阵傅里叶变换(MFT)技术,实现局部相位相关,在上采样精度下来细化峰值位置,实现亚像素。该过程仅忽略了与所关心区域无关的信息,减少了对存储空间的需求,提高了运算效率,不丢失任何信息<sup>[6]</sup>。

**定义1** 离散 Fourier 变换

一般地,对于1维离散信号 $f(x_k)$ ,其 Fourier 变换<sup>[7]</sup>定义为

$$F(u_k) = \sum_{n=0}^{N_A-1} e^{-i2\pi x_n u_k} f(x_n) \quad (5)$$

式中, $n=0,1,\dots,N_A-1, k=0,1,\dots,N_B-1$ 。

**定义2** 矩阵 Fourier 变换

连续傅里叶变换黎曼和可以用矩阵表示<sup>[6]</sup>,因而1维信号离散 Fourier 变换用矩阵可表示为

$$\begin{pmatrix} F(u_0) \\ \dots \\ F(u_k) \\ \dots \\ F(u_{N_B-1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i2\pi x_0 u_0} & \dots & e^{-i2\pi x_{N_A-1} u_0} & \dots & e^{-i2\pi x_{N_A-1} u_0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{-i2\pi x_0 u_k} & \dots & e^{-i2\pi x_{N_A-1} u_k} & \dots & e^{-i2\pi x_{N_A-1} u_k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{-i2\pi x_0 u_{N_B-1}} & \dots & e^{-i2\pi x_{N_A-1} u_{N_B-1}} & \dots & e^{-i2\pi x_{N_A-1} u_{N_B-1}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f(x_0) \\ \dots \\ f(x_k) \\ \dots \\ f(x_{N_A-1}) \end{pmatrix} \quad (6)$$

即

$$F(U) = e^{-i2\pi U X^T} \cdot f(X) \quad (7)$$

为1维离散信号矩阵 Fourier 变换。其中, $U = (u_0, \dots, u_{N_B-1})^T, X = (x_0, \dots, x_{N_A-1})^T$ 。

将上式推广到2维。首先定义4个向量: $U = (u_0, \dots, u_{N_B-1})^T, X = (x_0, \dots, x_{M_A-1})^T, V = (v_0, \dots, v_{N_B-1})^T, Y = (y_0, \dots, y_{N_A-1})^T$ ,则2维离散信号 $f(X, Y)$ 的矩阵 Fourier 变换定义为

$$F(U, V) = e^{-i2\pi U X^T} \cdot f(X, Y) \cdot e^{-i2\pi V Y^T} \quad (8)$$

**定义3** 上采样矩阵 Fourier 变换

在式(2)定义的互功率谱峰值点 $(u_M, v_M)$ 周围定义一个尺度为 $m$ 的邻域 $L = [u_m, v_m], u_m \in [u_M - m/2, u_M + m/2], v_m \in [v_M - m/2, v_M + m/2]$ ,以定义2为基础,定义上采样矩阵 Fourier 变换为

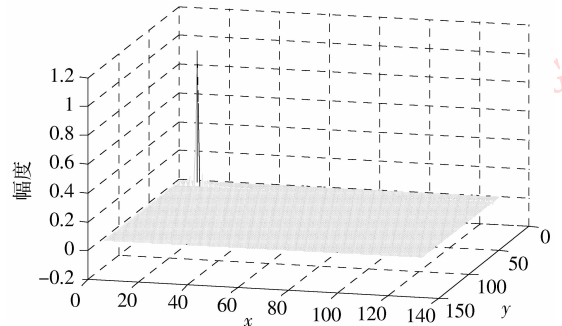
$$F(U, V) = \frac{m^2}{N_A M_A N_B^2} e^{-i2\pi U X^T} \cdot f(X, Y) \cdot e^{-i2\pi V Y^T} \quad (9)$$

式中, $m^2 (N_A M_A N_B^2)^{-1}$ 为依能量守恒定律得到的归一化系数, $e^{-i2\pi U X^T}, e^{-i2\pi V Y^T}$ 为上采样核函数,分别用 $E_1$ 和 $E_2$ 表示。 $f(X, Y)$ 的维数为 $N_A \times M_A, E_1$ 的维数为 $N_B \times N_A, E_2$ 的维数为 $M_A \times N_B$ 。当 $N_B = M_A = N$ 且 $dx \cdot du = 1/N(dx, du$ 分别为时域和频域步长)时,上式转化为离散 Fourier 变换。

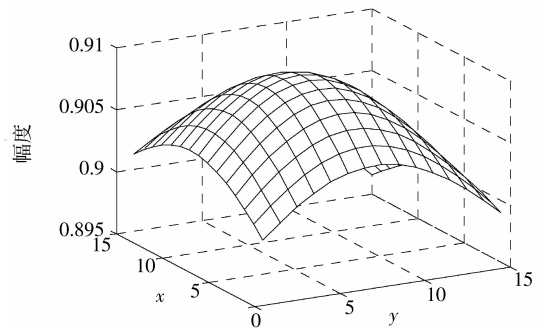
采用上述变换以后,频域采样步长 $du, dv$ 由原来的1变为 $m/N_B \ll 1$ ,实现了局部上采样<sup>[4, 6]</sup>。

定义3中的频域上采样会导致 $N_B \neq M_A$ ,故传统离散 Fourier 变换和 FFT 均无法实现局部上采样过程。

在对图像进行亚像素级配准的过程中,根据公式(4)构造出互相关功率谱,将其反 Fourier 变换后得到 Dirichlet 函数,如图1(a)所示,其最大值对应的坐标 $(\bar{x}_0, \bar{y}_0)$ 即为初始平移估计参数。取初始平移参数的邻域 $L$ ,通过上采样矩阵 Fourier 变换方法对互功率谱的 $L$ 邻域进行上采样,假设上采样的倍数为 $k(k$ 为上采样尺度因子,可根据要达到的亚像素配准精度设定,对应的配准精度为 $1/k$ 像素),则 $N_B = m \times k$ ,可得到上采样局部功率谱如图1(b)所示(对应参数 $k=10, m=1.5$ )。



(a) 互功率谱响应函数



(b) 上采样局部功率谱

图1 互相关功率谱与上采样局部功率谱

Fig. 1 Cross power spectrum and local upsampling spectrum

上述上采样过程可得到  $N_B \times N_B$  的上采样局部功率谱,取其极大值对应的坐标即为上采样亚像素级平移参数偏移量  $(\Delta x_0, \Delta y_0)$ ,对初始平移参数进行修正,即可得到亚像素级的平移估计参数

$$(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = (\bar{x}_0, \bar{y}_0) + (\Delta x_0, \Delta y_0) \quad (10)$$

该过程称为局部相位相关(LPC)。

### 3 算法效率分析

下面分析局部相位相关实现亚像素配准的算法复杂度。局部相位相关的关键步骤是上采样矩阵 Fourier 变换,见式(9)。式中矩阵  $E_1$  与  $f(X, Y)$  乘积的每一个元素都需要  $N_A$  个乘法运算和  $N_A - 1$  个加法运算,  $E_1 f(X, Y)$  与  $E_2$  乘积的每一个元素都需要  $M_A$  个乘法运算和  $M_A - 1$  个加法运算,复数加法需要 2 个浮点运算,复数乘法需要 6 个浮点运算,其总的运算次数

$$n(\text{MFT}) = 8(N_A^2 N_B + M_A N_B^2) - 2N_A N_B - 2N_B^2 \quad (11)$$

上采样矩阵 Fourier 变换的优势在于不需要对互功率谱进行补零操作,直接在互功率谱指定的较小邻域范围内进行上采样,当采样尺度因子  $k$  比  $N$  ( $N$  取  $N_A$  和  $M_A$  较小者)小时,上采样矩阵 Fourier 变换的复杂度为  $O(N^2 k)$ ,而上采样 FFT 方法的算法复杂度是  $O(N^2 k^2 \log_2 N)$ 。因而,局部相位相关比后者在计算效率上有较大提高。

### 4 实验结果与分析

为了验证局部相位相关方法对图像配准的性能,对其进行了大量的综合测试、对比测试和鲁棒性测试实验,下面介绍并分析部分实验结果。

**实验 1** 采用 Fourier-Mellin 变换对 Lena 图像对进行旋转、缩放参数估计,然后对图像进行旋转和缩放对齐,对齐后的图像采用局部相位相关法进行平移参数估计<sup>[3]</sup>。图 2 给出了模板图像、待配准图像及图像含旋转、缩放和平移的综合配准效果。实验中,实际变换参数值为旋转角  $\theta = 50.53^\circ$ ,缩放因子  $s = 0.86$  和平移量  $\mathbf{T} = (-34.3, 31.9)$ ,本文方法的估计结果为  $\hat{\theta} = 50.526^\circ$ ,  $\hat{s} = 0.859$  和  $\hat{\mathbf{T}} = (-34.31, 31.87)$ 。实验结果表明,本文方法具有良好的综合配准性能。

**实验 2** 利用 CMU 数据库中的图像进行了亚



图 2 具有旋转、缩放和平移变换的图像配准

Fig. 2 Image registration with rotation, scaling and translation

像素级平移参数估计实验。通过对平移一定像素后的高分辨率图像进行下采样和滤波可得到具有亚像素平移关系的图像对<sup>[8-9]</sup>。与文献[8]和相位差分法<sup>[9]</sup>所采用的亚像素级配准方法的实验结果进行了对照,文献[8]用正弦函数近似归一化互功率谱的反傅里叶变换(Dirichlet 函数),通过信号能量分布解析出亚像素平移量,文献[9]通过相位矩阵在坐标轴上的重复周期数得到亚像素平移参数。本文上采样尺度因子设定为  $k$  时,理论的平移参数估计精度可达到  $1/k$  像素,实际估计参数见表 1,相对于文献[8-9]方法所估计的精度,本文方法的配准精度更高。实验所用实例图如图 3 所示。

**实验 3** 为了验证局部相位相关方法对随机噪声的适应能力,利用合成图像进行了鲁棒性测试。图 4 列出了一组噪声情况下的配准效果,其中(a)为 Lena 图,(b)为有一定平移量的局部 Lena 图,并且加入一定量级( $\delta = 0.1$ )的高斯随机噪声,(c)为配准精度因子  $K = 100$  时的配准结果。实验中,平移参数实际值为  $(8.874, 10.236)$ ,实验估计值为  $(8.88, 10.23)$ 。表 2 列出了本文方法在多种噪声系数情况下的配准精度,多组实验结果表明,局部相位相关法对随机噪声具有较好的适应能力。

表 1 亚像素级平移参数估计结果对照表  
Tab. 1 The registration results comparison of different methods

图像	实际值	文献 8 方法	相位差分法 <sup>[9]</sup>	本文方法
Pentagon	(0.50, -0.50)	(0.48, -0.51)	(0.496, -0.493)	(0.50, -0.50)
	(0.25, 0.50)	(0.28, 0.49)	(0.255, 0.498)	(0.24, 0.50)
	(-0.25, -0.50)	(-0.25, -0.52)	(-0.25, -0.52)	(-0.25, -0.50)
	(0.0, 0.75)	(0.0, 0.80)	(0.0, 0.744)	(0.00, 0.75)
Paris	(0.167, -0.5)	(0.152, -0.49)	(0.163, -0.51)	(0.165, -0.500)
	(0.67, 0.25)	(0.69, 0.33)	(0.679, 0.242)	(0.670, 0.250)
	(-0.33, -0.167)	(-0.32, -0.15)	(-0.331, -0.159)	(-0.330, -0.165)
	(0.33, 0.33)	(0.325, 0.32)	(0.333, 0.329)	(0.330, 0.330)



(a) 实验用例之一 Pentagon (b) 实验用例之一 Paris

图 3 平移参数估计对照实验用例图

Fig. 3 Cases for registration results comparison



(a) 模板图像 (b) 带随机噪声的待配准图像



(c) 配准结果

图 4 带有随机噪声图像的配准结果

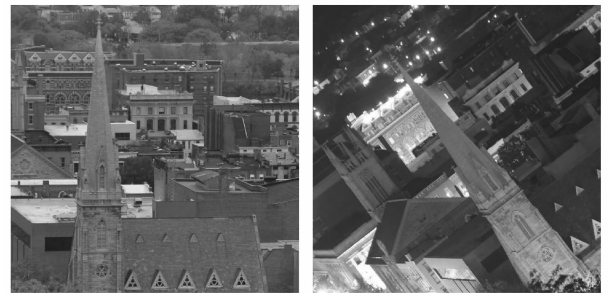
Fig. 4 Registration results with additive random noise

表 2 不同噪声对配准精度的影响

Tab. 2 The effects of noise to registration

组别	噪声系数 $\delta$	实际平移值	本文配准值 ( $K=100$ )
1	0.02	(3.623, 20.347)	(3.62, 20.35)
2	0.04	(-20.156, 13.645)	(-20.16, -13.65)
3	0.1	(-9.656, -5.325)	(-9.65, 5.32)
4	0.12	(2.128, 4.679)	(2.14, 4.68)
5	0.14	(15.538, -4.07)	(15.53, -4.19)

实验 4 光照变化情况下的图像配准在实际工程中往往具有更重要的应用价值。图 5(a)(b)所示分别为在夏季白天和夜间拍摄的两幅建筑物图像<sup>[10-11]</sup>,被文献[10]认为是富有挑战性的待配准图



(a) 白天日光下建筑图 (b) 夜间灯光下建筑图



(c) 配准精度因子  $K=4$  的配准结果

图 5 光照变化条件下的图像配准结果

Fig. 5 Registration results with illumination variance

像之一。利用 Fourier-Mellin 变换进行图像旋转和缩放参数的估计<sup>[3]</sup>之后,采用本文定义的互相关功率谱和上采样矩阵 Fourier 变换亚像素配准技术,对其进行配准测试,旋转、缩放和平移估计结果分别为  $37.4400^\circ$ ,  $0.9890$ ,  $(-107.25, -31.00)$ 。实验表明,局部相位相关方法对光照变化具有一定的适应能力。

## 5 结 论

亚像素级图像配准在医学、遥感、机器视觉等图像分析领域具有重要的应用价值,是当前图像分析领域的一个研究热点。空域插值法虽然能够获得较高的精度但因其算法复杂度高和空间需求大而使其应用受到极大限制,最优化方法也存在计算量非常大、易陷入局部最优问题,不易收敛等的缺陷,基于补零策略的快速 Fourier 变换可实现亚像素级图像配准,因为存在对图像全局变换的限制,计算复杂度高,鲁棒性不强。基于最小均方根误差理论,在传统相位相关估计平移参数的基础上,提出一种局部相位相关方法,得到亚像素级图像配准结果。在大量的合成图像和自然图像上进行了配准实验,实验结果表明算法配准精度较高,对随机噪声和光照变化具有较好的鲁棒性。并且算法复杂度为  $O(N^2k)$ , 计算效率较高,可应用于大部分可见光图像实时配准场合。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] Barbara Z, Jan F. Image registration methods: a survey [J]. Image and Vision Computing, 2003, 21(11): 977-1000.
- [ 2 ] Li Jun, Peng Qimin, Fan Zhihu. A survey of sub-pixel image registration methods [J]. Journal of Image and Graphics, 2008, 13(11): 2070-2075. [黎俊, 彭启民, 范植华. 亚像素级图像配准算法研究 [J]. 中国图象图形学报, 2008, 13(11): 2070-2075.]
- [ 3 ] Chen Qinsheng, Michel D, Deconinck E. Symmetric phase-only matched filtering of Fourier-Mellin transforms for image registration and recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16(12): 1156-1168.
- [ 4 ] Manuel G S, Samuel T. Thurman, James R Fienup. Efficient subpixel image registration algorithms [J]. Optics Letters, 2008, 33(2): 156-158.
- [ 5 ] Fienup J R. Invariant error metrics for image reconstruction [J]. Applied Optics, 1997, 36(32): 8352-8357.
- [ 6 ] Soummer R, Pueyo L, Sivaramakrishnan A, et al. Fast computation of Lyot-style coronagraph propagation [J]. Optics Express, 2007, 15(24): 15935-15951.
- [ 7 ] Zhang Y J. Image Processing and Analysis [M]. Beijing: Tsinghua University Publisher, 1999: 43-57. [章毓晋. 图像处理和分析 [M]. 北京:清华大学出版社, 1999: 43-57.]
- [ 8 ] Foroosh H, Zerubia J B, Berthod M. Extension of phase correlation to subpixel registration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(3): 188-200.
- [ 9 ] Murat B, Foroosh H. Subpixel registration directly from the phase difference [J]. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2006, 2006(2006): 1-11.
- [ 10 ] Gehua Yang, Charles V S, Michal S, et al. Registration of challenging image Pairs: initialization, estimation, and decision [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(11): 1973-1989.
- [ 11 ] Gehua Yang. Dataset of 22 imagepairs [EB/OL]. (2008-02-01)[2009-01-01]. <http://www.vision.cs.rpi.edu/gdbicp/dataset/>.