

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)06-1080-06

论文索引信息: 王相海, 张洪为, 王爽. 一种小波变换模极大值的扩散模型 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(6): 1080-1085

# 一种小波变换模极大值的扩散模型

王相海<sup>1),3)</sup>, 张洪为<sup>2)</sup>, 王爽<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> (辽宁师范大学计算机与信息技术学院, 大连 116029) <sup>2)</sup> (辽宁师范大学数学学院, 大连 116029)

<sup>3)</sup> (南京大学计算机软件新技术国家重点实验室, 南京 210093)

**摘要:** 遥感图像的噪声分析、评估和滤波一直是遥感图像处理的一个重要研究领域。近年来, 基于非线性扩散模型的图像去噪方法因其在对图像进行去噪的同时, 对图像的特征信息具有一定的保护作用而受到遥感图像应用领域的关注并成为研究热点。针对 P-M 方程和 ALM 模型在去除遥感高斯噪声时所存在的对图像强边缘附近的噪声难以去除和可能造成奇异点的模糊或丢失等问题, 将小波变换模极大值进入到扩散模型中提出一种新的非线性扩散模型, 并给出模型的离散化算法。该模型有效地克服了 P-M 模型和 ALM 模型在图像去噪过程中的不足, 在有效去除噪声的同时, 很好地保留了遥感图像的边缘和纹理细节信息。实验结果验证了所提出模型的有效性和稳定性。

**关键词:** 遥感图像; 去噪; 小波变换模极大值; 非线性扩散

## Diffusion model of wavelet modulus maximum

Wang Xianghai<sup>1),3)</sup>, Zhang Hongwei<sup>2)</sup>, Wang Shuang<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> (College of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029 China)

<sup>2)</sup> (School of Mathematics Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029 China)

<sup>3)</sup> (State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093 China)

**Abstract:** The noise analysis evaluation and filtering of remote sensing image have always been an important research field. In recent years, nonlinear diffusion model based image de-noising have received considerable attention in the field of remote sensing image application since the model can efficiently remove noises in remote sensed images, while well preserving the texture information. The paper proposes a new nonlinear diffusion model by introducing wavelet modulus maximum into the diffusion model and gives a discrete scheme. Our model removes the noise better than P-M model. Meanwhile, the proposed model overcomes the shortage of ALM model that tend to blurring and losing singular point. Our model can not only efficiently remove noise in remote sensing images, but also simultaneously retain detail information, such as edge and texture. Experimental results illustrate the effectiveness and stability of the proposed model.

**Keywords:** remote sensing image; de-noising; wavelet transform maximum; nonlinear diffusion

## 0 引言

遥感图像的获取和传输过程所带来的噪声在很

大程度上影响了图像的进一步应用<sup>[1]</sup>。传统的图像平滑算法如均值滤波、中值滤波和高斯滤波等, 都属于线性滤波, 它们不考虑图像自身的特征, 通常在降噪的同时也模糊和破坏图像的边缘等纹理细节信

收稿日期: 2010-04-19; 修回日期: 2010-06-14

基金项目: 辽宁省自然基金项目(20102123); 辽宁“百千万人才工程”项目(2008921036); 南京邮电大学图像处理与图像通信江苏省重点实验室开放基金(LBEK2010003)。

第一作者简介: 王相海(1964—), 男, 辽宁师范大学计算机应用技术专业教授, 苏州大学计算机应用技术专业博士生导师, CCF 高级会员。主要研究领域为多媒体信息处理, CG, CAGD。E-mail: xhwang@lnnu.edu.cn。

息<sup>[2]</sup>。近年来,利用非线性扩散方程进行图像去噪受到关注并成为研究热点<sup>[3-6]</sup>。利用非线性扩散方程进行图像去噪,可以把去噪问题转化成目标函数的最优化问题或曲线曲面的演化过程,后者具有良好的数学理论基础。非线性扩散方法总体上可分两类<sup>[6]</sup>,一类是在区域内和目标边缘处采用不同的平滑策略,即在区域内加速平滑,而在区域交界处抑制平滑。最具有代表性是 Perona 和 Malik 提出的非线性扩散模型(称为 P-M 模型)<sup>[7]</sup>,该模型能根据图像的特征进行不同程度的平滑,将图像的去噪与边缘检测统一起来,具有良好的边缘保持能力。然而在随后的研究中,文献[8-9]分别发现了该方程所具有的“病态”特性和对图像中孤立强噪声(如椒盐噪声)和较强边缘处噪声平滑的无效性;另一类是将扩散过程只沿着平行于边缘方向进行,而沿梯度方向不扩散。具有代表性的是 Alvarez 等人提出的非线性扩散模型<sup>[10]</sup>(称为 ALM 模型),该模型能够有效地克服 P-M 模型的缺陷,但模型的扩散特性会造成重要的图像信息(如奇异点等)的丢失,而且在图像边缘的保持方面要弱于 P-M 方程。

将小波变换模作为扩散速度信息引入非线性扩散方程之中,提出一种基于小波变换模极大值的非线性扩散模型,该模型克服了 P-M 模型和 ALM 模型的不足,在有效去除噪声的同时,可有效保持图像的边缘和纹理细节信息。实验结果也验证了所提出模型的有效性。

## 1 非线性扩散模型分析

针对文献[11]中提出的热传导方程等价于高斯低通滤波,具有各项同性扩散,而不利于保持图像边缘的特性,Perona 和 Malik 提出一种基于偏微分方程的非线性扩散滤波模型,其主要思想是在滤波器中引入图像的局部特征(即梯度算子)来检测图像的边缘,将图像的滤波与边缘检测统一起来考虑,提出用非线性方程替换热传导方程<sup>[7]</sup>。

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x,y,t)}{\partial t} = \operatorname{div}(g(|\nabla I|)\nabla I) \\ I(x,y,0) = I_0(x,y) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $I_0(x,y)$ 为观测图, $I(x,y,t)$ 为时间尺度  $t$  下  $I_0(x,y)$ 的平滑版本, $\nabla I$ 和 $|\nabla I|$ 分别为梯度和梯度模值, $g(|\nabla I|)$ 为传导系数,满足  $\lim_{|\nabla I| \rightarrow \infty} g(|\nabla I|) = 0$  和  $g(0) = 1$ ,如文献[7]中使用传导系数  $g(|\nabla I|) =$

$1/(1 + (|\nabla I|/K)^2)$ 及  $g(|\nabla I|) = \exp(-(|\nabla I|/K)^2)$ 使得在图像的边缘附近传导系数减小,甚至接近于 0,从而使边缘得到保护;而在图像比较平坦的区域,传导系数增大,噪声被快速消除。而文献[8]指出 P-M 模型存在着两方面的不足:1)该模型对图像强边缘附近的噪声难以去除;2)该模型对某些边缘停止函数是一个“病态”问题。针对这些不足,该作者提出用  $g(|G * \nabla u|)$ 代替  $g(|\nabla u|)$ 的正则化的 P-M 模型( $G$ 是高斯函数)。虽然该模型能有效地克服噪声对扩散滤波的干扰,但其扩散函数通常不能充分提取对应不同尺度的图像边缘信息。

文献[10]在平均曲率运动的框架下进一步对 P-M 模型进行改进,提出如下 ALM 扩散模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x,y,t)}{\partial t} = g(|G * \nabla I|) |\nabla I| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right) \\ I(x,y,0) = I_0(x,y) \end{cases} \quad (2)$$

式中该模型中的  $|\nabla I| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right) = I_{\xi\xi}$ 为退化的扩散项,其中  $\xi$ 为垂直于图像梯度的单位矢量, $I_{\xi\xi}$ 为  $\xi$ 上的二阶偏导数,可见扩散只发生在与梯度正交的方向上,而在梯度方向不发生扩散,从而使图像的边缘能得到很好的保持甚至加强,而  $g(|G * \nabla I|)$ 用于控制扩散的速度。

ALM 模型克服了 P-M 模型的不足,但模型中的扩散速度仅使用梯度信息,而且退化的扩散项只沿与梯度正交的方向进行扩散,这样通过该模型平滑后的图像,虽然可以保持图像的线条边缘,但却有可能造成奇异点的模糊,甚至丢失。而且尽管高斯滤波能够有效地克服噪声对扩散滤波的干扰,但其扩散函数不能充分提取对应不同尺度的边缘信息。

## 2 一种新的基于小波模极大值的扩散模型

### 2.1 小波模的极大值属性

图像的边缘通常位于图像灰度变化最大的地方,即图像灰度的突变点。小波变换为图像的边缘分析提供了重要手段,它把图像信号分解成呈现不同尺度的多个分量,信号的突变点可由小波变换的过零点或极值点以及在不同尺度分量的变化来表达<sup>[12]</sup>,从而表征出信号的局部化奇异性。

设  $\theta(x,y)$ 为 2 维平滑函数,将  $\theta(x,y)$ 沿  $x$ 和  $y$

方向的一阶导数作为两个基本小波函数<sup>[13]</sup>

$$\begin{cases} \psi^{(1)}(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x} \\ \psi^{(2)}(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \end{cases} \quad (3)$$

则对于任意图像信号  $f(x, y) \in L^2(R^2)$ , 其小波变换在尺度  $a$  (当为二进小波变换时,  $a$  取为  $2^j (j \in \mathbf{Z})$ ) 上的两个分量如下:

$$\begin{cases} WT_a^{(1)}f(x, y) = f(x, y) * \psi_a^{(1)}(x, y) \\ WT_a^{(2)}f(x, y) = f(x, y) * \psi_a^{(2)}(x, y) \end{cases} \quad (4)$$

式(4)的矢量形式为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} WT_a^{(1)}f(x, y) \\ WT_a^{(2)}f(x, y) \end{bmatrix} &= a \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x}(f(x, y) * \theta_a(x, y)) \\ \frac{\partial}{\partial y}(f(x, y) * \theta_a(x, y)) \end{bmatrix} = \\ &agrad(f(x, y) * \theta_a(x, y)) = \\ &agrad(f * \theta_a)(x, y) \end{aligned} \quad (5)$$

梯度矢量的模和与水平轴的夹角为

$$\begin{cases} M_a f(x, y) = \sqrt{|WT_a^{(1)}f(x, y)|^2 + |WT_a^{(2)}f(x, y)|^2} \\ A_a f(x, y) = \arctan\left[\frac{WT_a^{(2)}f(x, y)}{WT_a^{(1)}f(x, y)}\right] \end{cases} \quad (6)$$

由梯度的定义,若梯度模在  $(x, y)$  处达到极大值,则  $(f * \theta_a)(x, y)$  在此处具有最大的方向导数,可理解为  $f(x, y)$  在  $(x, y)$  处发生了突变,且发生突变的方向沿着梯度所指方向,从而可认为  $(x, y)$  即为图像  $f(x, y)$  的边缘点。综上,  $(f * \theta_a)(x, y)$  上变化剧烈的点是沿着梯度方向  $A_a f(x, y)$  上模  $M_a f(x, y)$  为局部极大值的那些点。

### 2.2 新模型的建立

针对 P-M 模型难以去除强噪声和强边缘附近噪声,ALM 模型在处理图像时容易模糊,甚至丢失奇异点等缺点,根据小波变换模极大值的性质,将小波变换模极大值代替梯度模作为扩散函数所依赖的信息,基于这种考虑在上述两种模型的基础上提出如下的扩散模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = |\nabla I| \operatorname{div}\left[g(M_a I(x, y)) \frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right] \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (7)$$

该模型可进一步展开为

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = g(M_a I) |\nabla I| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right) + \nabla g(M_a I) \cdot \nabla I =$$

$$g(M_a I) |\nabla I| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right) + g'(M_a I) \left(\frac{\partial M_a I}{\partial x}, \frac{\partial M_a I}{\partial y}\right) \cdot (I_x, I_y) =$$

$$g(M_a I) |\nabla I| \operatorname{div}\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right) + g'(M_a I) \left(\frac{\partial M_a I}{\partial x} I_x + \frac{\partial M_a I}{\partial y} I_y\right)$$

式中,  $I_0(x, y)$  为观测图,  $I(x, y, t)$  为时间尺度  $t$  下  $I_0(x, y)$  的平滑版本,  $M_a I(x, y)$  为尺度  $a$  时的小波变换模值。

分析: 1) 上述模型中,第 1 项  $g(M_a I) |\nabla I| \operatorname{div}(\nabla I/|\nabla I|)$  形式上与 ALM 模型相同,但扩散速度所依赖的信息已发生改变,即用小波模极大值  $M_a I$  代替  $|G * \nabla I|$ ,克服了 ALM 模型容易模糊,甚至丢失奇异点的不足。因  $g(\cdot)$  为非增函数,在图像边缘区域  $M_a I$  取得局部极大值,  $g(M_a I)$  相对较小,此时进行弱扩散以保护边缘;在平坦区域,  $M_a I$  相对较小,  $g(M_a I)$  相对较大,此时进行强扩散以快速去除噪声。2) 上述模型中,第 2 项表示输运,其输运速度为  $g'(M_a I) \left(\frac{\partial M_a I}{\partial x}, \frac{\partial M_a I}{\partial y}\right)$ ,在不同方向输运速度不同,在与边缘垂直方向输运速度最大,在切线方向输运速度最小,在边缘上,即  $M_a I$  的极大值点处,输运速度为零。该项对于产生激波(即数学意义上的不连续面),保持图像边缘具有重要的作用<sup>[14]</sup>。

### 2.3 提出模型的离散化

设时间步长  $\Delta t$ ,空间变量  $x$  与  $y$  的步长均为  $h$ ,  $M_a I$  表示尺度为  $a$  时图像  $I$  的小波变换模值,利用有限差分方法,采用 4 个方向的离散格式<sup>[7]</sup>对模型进行离散化,则有:

$$I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{h^2} |\nabla I_{i,j}^n| [g_S^n \nabla_S I_{i,j}^n + g_N^n \nabla_N I_{i,j}^n + g_E^n \nabla_E I_{i,j}^n + g_W^n \nabla_W I_{i,j}^n] \quad (8)$$

满足稳定性条件  $0 \leq \frac{\Delta t}{h^2} \leq \frac{1}{4}$ ,其中  $S, N, E$  和  $W$  分别代表南、北、东和西 4 个方向,且有

$$\begin{cases} \nabla_S I_{i,j}^n = I_{i+1,j}^n - I_{i,j}^n \\ \nabla_N I_{i,j}^n = I_{i-1,j}^n - I_{i,j}^n \\ \nabla_E I_{i,j}^n = I_{i,j+1}^n - I_{i,j}^n \\ \nabla_W I_{i,j}^n = I_{i,j-1}^n - I_{i,j}^n \\ \nabla_S M_a I_{i,j}^n = M_a I_{i+1,j}^n - M_a I_{i,j}^n \\ \nabla_N M_a I_{i,j}^n = M_a I_{i-1,j}^n - M_a I_{i,j}^n \\ \nabla_E M_a I_{i,j}^n = M_a I_{i,j+1}^n - M_a I_{i,j}^n \\ \nabla_W M_a I_{i,j}^n = M_a I_{i,j-1}^n - M_a I_{i,j}^n \end{cases}$$

$$\begin{cases} g_S^n = \frac{g(|\nabla_S M_a I_{i,j}^n|)}{|\nabla_S I_{i,j}^n|} \\ g_N^n = \frac{g(|\nabla_N M_a I_{i,j}^n|)}{|\nabla_N I_{i,j}^n|} \\ g_E^n = \frac{g(|\nabla_E M_a I_{i,j}^n|)}{|\nabla_E I_{i,j}^n|} \\ g_W^n = \frac{g(|\nabla_W M_a I_{i,j}^n|)}{|\nabla_W I_{i,j}^n|} \end{cases}$$

上述模型算法实现的具体步骤如下:

1) 初始化 选取大小为  $M \times N$  的含噪图像  $I_n$ , 并记  $I^0 = I_n$ , 收敛精度为  $p$ 。选择合适的 2 维平滑函数  $\theta(x, y)$ , 由式 (3) 计算两个基本小波函数  $\psi^{(1)}(x, y), \psi^{(2)}(x, y)$ 。

2) 循环计算  $n=0$ , 执行如下过程:

(1) 由式(4)计算小波变换的两个分量

$$\begin{cases} WT_a^{(1)} I_{i,j}^n = I_{i,j}^n * \psi_a^{(1)}(x, y) \\ WT_a^{(2)} I_{i,j}^n = I_{i,j}^n * \psi_a^{(2)}(x, y) \end{cases} \quad 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N$$

(2) 通过式(6)计算相应的小波变换模值

$$M_a I_{i,j}^n = \sqrt{|WT_a^{(1)} I_{i,j}^n|^2 + |WT_a^{(2)} I_{i,j}^n|^2} \quad 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N$$

(3) 按照式(8)计算  $n+1$  时刻的图像

$$I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{h^2} |\nabla I_{i,j}^n| [g_S^n \nabla_S I_{i,j}^n + g_N^n \nabla_N I_{i,j}^n + g_E^n \nabla_E I_{i,j}^n + g_W^n \nabla_W I_{i,j}^n] \quad 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$$

(4) 若  $|I^{n+1} - I^n| > p$ , 置  $n = n + 1$ , 转向步骤 3), 否则, 返回执行步骤(1)。

3) 结束。

### 3 实验与讨论

为了验证所提出扩散模型的有效性, 对 P-M 模型、ALM 模型和本文模型应用于遥感图像去噪进行

仿真实验。实验是在 MATLAB7.0 环境下进行的。选取大小为  $256 \times 256$  的 2 幅遥感图像 A 和 B, 并对其添加均值为 0、归一化方差为 0.02 的多种强度的高斯噪声, 将 3 种模型应用于各种情况的含噪声遥感图像, 并对其去噪效果进行比较, 评价指标采用如下常用的峰值信噪比 (PSNR) 和归一化均方差 (NSME)。

$$PSNR = 10 \times \lg \frac{255^2 \times mn}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (u^*(i, j) - u^0(i, j))^2}$$

$$NMSE = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (u^*(i, j) - u^0(i, j))^2}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (u^0(i, j))^2}$$

式中:  $u^*(i, j)$  是算法去噪后的图像;  $u^0(i, j)$  是标准的不含噪声图像;  $m$  和  $n$  分别是图像的长和宽。图 1 和图 2 分别是对遥感图像 A 和 B 添加方差为 0.02 的高斯噪声, 然后采用 P-M 模型、ALM 模型和本文模型进行去噪的结果比较图。

从图 1 和图 2 可以看出, 采用 P-M 模型处理后的图像, 虽然较好地保持了边缘, 但图像表面仍残留着部分难以去除的高斯噪声, 一定程度上影响了视觉效果, 采用 ALM 模型处理后的图像, 尽管去噪比较彻底并且可以保持图像的线条边缘, 但纹理细节也遭到了很大的破坏, 造成部分信息的丢失。而采用本文提出的模型, 不但很好去除图像中的高斯噪声, 而且使原图像中的大量细节和纹理得以保留。

我们对两幅遥感图像中进一步分别加入 4 种不同强度的高斯噪声, 采用 P-M 模型、ALM 模型和本文模型进行去噪, 并对去噪后图像的信噪比 (SNR) 和归一化均方误差 (NMSE) 进行统计, 结果参见表 1 和表 2, 其中  $V$  表示高斯噪声方差。从统计数据可以看出, 对于不同的遥感测试图像和不同强度的噪声, 本文算法与 P-M 模型、ALM 模型相比具有更高的峰值信噪比和归一化方差, 即本文算法的客观效果更好, 且算法的性能比较稳定。

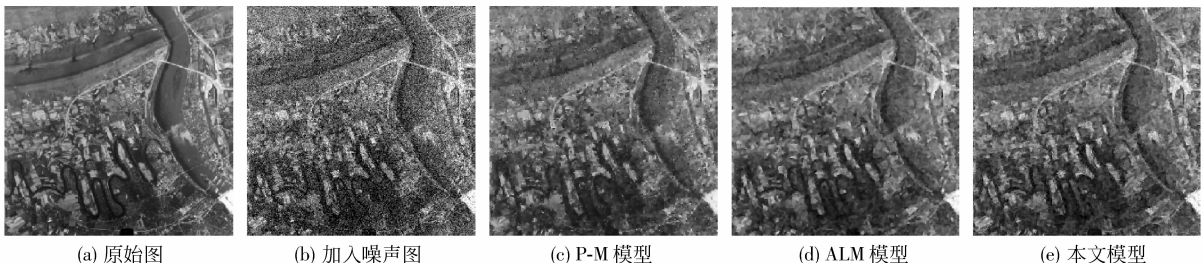


图 1 3 种方法对遥感图像 A 的去噪效果图

Fig. 1 Comparison result of three different denoising methods for remote sensing image A

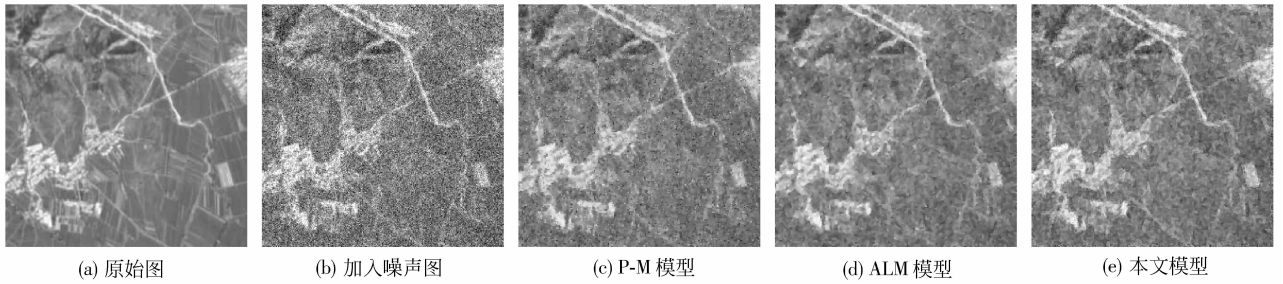


图 2 3 种不同的方法对遥感图像 B 的去噪效果图

Fig. 2 Comparison result of three different denoising methods for remote sensing image B

表 1 3 种去噪模型处理遥感图像 A 中不同高斯噪声 PSNR 和 NMSE 统计

Tab. 1 Statistics of the PSNR and NMSE which three de-noising models remove different Gaussian noise in remote sensing image A

模型	V = 0.01		V = 0.02		V = 0.05		V = 0.1	
	PSNR	NMSE	PSNR	NMSE	PSNR	NMSE	PSNR	NMSE
P-M	23.82	0.024 4	22.14	0.035 8	20.05	0.058 1	19.07	0.072 8
ALM	24.08	0.022 9	22.51	0.032 9	20.43	0.053 2	19.34	0.068 4
本文	24.41	0.021 3	22.93	0.029 9	20.87	0.048 1	19.74	0.062 4

表 2 3 种去噪模型处理遥感图像 B 中不同高斯噪声 PSNR 和 NMSE 统计

Tab. 1 Statistics of the PSNR and NMSE which three de-noising models remove different Gaussian noise in remote sensing image B

模型	V = 0.01		V = 0.02		V = 0.05		V = 0.1	
	PSNR	NMSE	PSNR	NMSE	PSNR	NMSE	PSNR	NMSE
P-M	26.39	0.007 7	24.44	0.012 2	21.83	0.022 2	20.04	0.033 6
ALM	26.61	0.007 3	24.63	0.011 6	22.03	0.021 2	20.29	0.031 7
本文	27.06	0.006 6	25.18	0.010 2	22.61	0.018 6	20.87	0.027 7

此外,为了进一步验证本文方法的实用性,本文选用 TerraSAR-X 雷达卫星拍摄的“德国慕尼黑市中心”的实际遥感影像图,利用 3 种模型进行去噪处

理的效果图比较(参见图 3)。可以看出本方法在去除噪声的彻底性和边缘及纹理细节的保护性方面都优于其他两种模型。



图 3 3 种不同方法对真实遥感图像的去噪效果图

Fig. 3 Comparison result of three different denoising methods for real remote sensing image

## 4 结 论

首先对非线性扩散模型进行分析,针对 P-M 模

型和 ALM 模型在去除图像噪声时所存在的不足,提出一种基于小波变换模极大值的非线性扩散模型,该模型克服了传统 P-M 方程难以去除强噪声和强边缘附近噪声的不足,以及 ALM 模型容易破坏奇异

点的弱点,在有效去除噪声的同时,能够很好地保持图像的边缘和纹理细节。仿真实验结果验证了本文方法的有效性和稳定性。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] Zhang Zhiyu, Zhang Jiulong, Lu Yanjun, et al. A new method for SAS images speckle reduction [ J ]. Journal of Remote Sensing, 2009, 13(2) : 208-211.
- [ 2 ] Fischl B, Schwartz E L. Adaptive nonlocal filtering: a fast alternative anisotropic diffusion for image enhancement [ J ]. IEEE Trans. on PAMI, 1999, 21(1) : 42-48.
- [ 3 ] Wang Dakai, Hou Yuqing, Peng Jinye. Image Processing Based on PDE [ M ]. Beijing: Science Press. 2008, 6. [ 王大凯, 侯榆青, 彭进业. 图像处理的偏微分方程方法 [ M ]. 北京: 科学出版社, 2008, 6 ]
- [ 4 ] Rajan J, Kannan K, Kaimal M R. An improved hybrid model for molecular image denoising [ J ]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2008, 31(1) : 73-79.
- [ 5 ] Ding Haiyong, Bian Zhengfu. Remote sensing image restoration based on TV regularization and local constraints [ J ]. Acta Photonica Sinica, 2009, 6(38) : 1577-1580.
- [ 6 ] Zhu Lixin, Wang Ping'an, Xia Deshen. Nonlinear diffusion based image denoising coupling gradient fidelity term [ J ]. Journal of Computer Research and Development, 2007, 44(8) : 1390-1398. [ 朱立新, 王平安, 夏德深. 引入耦合梯度保真项的非线性扩散图像去噪方法 [ J ]. 计算机研究与发展, 2007, 44(8) : 1390-1398. ]
- [ 7 ] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [ J ]. IEEE Trans. on Pattern Anal Machine Intell, 1990, 12(7) : 629-639.
- [ 8 ] Catte F, Lion P L, Morel J M, et al. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [ J ]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29: 182-193.
- [ 9 ] Zhu Xuan, Zhou Mingquan, Zhu Chunxiang, et al. Image filtering by combination of the curvature-driven and edge-stopping nonlinear diffusion [ J ]. Acta Photonica Sinica, 2008, 37(3) : 609-612. [ 祝轩, 周明全, 朱春香, 等. 曲率驱动与边缘停止相结合的非线性扩散及其在图像去噪中的应用 [ J ]. 光子学报, 2008, 37(3) : 609-612. ]
- [ 10 ] Alvarez L, Lions P L, Morel J M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion II [ J ]. SIAM J Num Anal, 1992, 29(3) : 182-193.
- [ 11 ] Koenderink J J. The structure of images [ J ]. Biol. Cybern. , 1984, 50: 363-370.
- [ 12 ] Mallat S. Zero crossing of a wavelet transform [ J ]. IEEE Trans. on Infor. Theory, 1991, 37(4) : 1019-1033.
- [ 13 ] Mallat S, Zhong S. Characterization of signals from multiscale edges [ J ]. IEEE Transactions Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(7) : 710-732.
- [ 14 ] Sarti A, Ortiz C, Locket S, et al. A geometric model for 3D confocal image analysis [ J ]. IEEE Trans. on Biomedical Engineering, 2000, 47(12) : 1600-1609.