

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)04-0647-07

论文索引信息: 支力佳, 张少敏, 赵大哲, 于红绯, 赵宏, 林树宽. 基于最小生成树的 DoG 关键点医学图像配准[J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(4): 647-653

基于最小生成树的 DoG 关键点医学图像配准

支力佳, 张少敏, 赵大哲, 于红绯, 赵宏, 林树宽

(东北大学医学影像计算教育部重点实验室, 沈阳 110004)

(东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

(国家数字化医学影像设备工程技术研究中心, 沈阳 110004)

摘要: 针对医学图像配准对鲁棒性强、准确性高和速度快的要求, 提出一种基于最小生成树的 DoG (difference of Gaussian) 关键点配准算法。该算法首先从图像上提取 DoG 关键点, 然后将关键点对应的灰度信息融入联合 Rényi 熵中, 最后使用最小生成树来估计联合 Rényi 熵。新算法结合了 DoG 关键点的鲁棒性和最小生成树估计 Rényi 熵的高效性。实验结果表明, 在图像含有噪声、灰度不均匀和初始变换范围较大的情况下, 该算法在达到良好配准精度的同时, 具有较强的鲁棒性和较快的速度。

关键词: 医学图像配准; DoG 关键点; 最小生成树; Rényi 熵

DoG keypoints medical image registration based on minimum spanning tree

Zhi Lijia, Zhang Shaomin, Zhao Dazhe, Yu Hongfei,

Zhao Hong, Lin Shukuan

(Key Laboratory of Medical Image Computing (Northeastern University), Ministry of Education, Shenyang 110004 China)

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004 China)

(National Engineering Research Center of Digital Medical Imaging Equipment, Shenyang 110004 China)

Abstract: For medical image registration of good robustness, high-accuracy and speed requirements, this paper proposes a DoG (difference of Gaussian) keypoints image registration algorithm based on Rényi entropy. This algorithm extracts DoG key points from images, then incorporates grey scale information of the key point into the joint Rényi entropy, and estimates joint Rényi entropy directly using minimum spanning tree. The new algorithm combines the robustness of DoG key points and the high speed of Rényi entropy estimated by the minimum spanning tree. Experimental results show that in the images with noise, non-uniform intensity and large scope of the initial misalignment case, the algorithm achieves better robustness and higher speed while maintaining good registration accuracy.

Keywords: medical image registration; DoG keypoints; minimum spanning tree (MST); Rényi entropy

收稿日期: 2009-11-17; 修回日期: 2010-01-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(60671050); 辽宁省重大科技计划项目(2008402001); 沈阳市重点技术创新计划项目(2008-9)。

第一作者简介: 支力佳(1977—), 男, 东北大学计算机应用专业博士研究生, 从事医学图像配准、图像检索的研究。

E-mail: zhilj@neusoft.com。

0 引言

医学图像配准是医学图像融合的基础和前提,已经广泛应用于疾病诊断、放射治疗和医学研究中。医学图像配准是指将不同对象、不同视角、不同模态以及不同时间的两幅医学图像进行空间几何变换,以使代表相同解剖结构的对应点能达到空间上的一致^[1-2]。

互信息(MI)测度在医学图像配准中得到了广泛应用。传统的互信息测度计算依赖于整幅图像的灰度信息,采用直方图来估计熵。这类方法具有较高的准确性和鲁棒性,适用于同模医学图像和多模医学图像配准^[2]。

近几年, Lowe^[3]提出的尺度不变特征变换(SIFT)的方法在医学图像配准开始得到应用^[4-8],在同模配准中取得了良好的效果^[6-8]。该方法在 DoG 关键点上提取 SIFT 描述子。DoG 关键点对图像仿射变换保持不变,具有较强的抗噪能力;SIFT 描述子使用梯度位置和方向的直方图来描述图像局部特征,具有区分能力强和旋转不变性的特点。

然而,在实际的医学临床环境中,上述两种方法存在以下局限:

1) 采用直方图估计熵的互信息测度计算量大,需要对整幅图像的灰度信息进行统计,其时间复杂度为 $O(n^2)$, n 为像素个数,导致配准速度较慢。且该方法无选择地使用整幅图像的像素灰度信息,不能降低噪声对配准结果的影响^[9]。

2) 在医学环境中经常需要将产生于不同成像原理、不同扫描设备以及不同系统参数的两幅或多幅图像进行配准。由于多模医学图像间的灰度呈现非线性关系,而 SIFT 特征描述方法对图像梯度方向信息进行统计,将其应用在多模医学图像配准中会遇到困难^[5-6]。同时基于梯度方向的特征描述方法也易受噪声干扰。

2001 年, He 等人^[10]将 Rényi 熵引入图像配准领域。Hero 等人^[11]进一步提出了使用最小生成树来估计 Rényi 熵,并在同模图像配准中取得了良好效果。本文针对医学图像配准算法对鲁棒性强、准确性高、执行速度快的需求,通过借鉴 Hero 的估计 Rényi 熵的理论框架,提出了一种新的最小生成树的构建方法。首先,结合 DoG 关键点空间位置信息和像素灰度信息来建立无向完全图的顶点集合;然

后,使用改进的 Kruskal 算法来构造最小生成树。与传统的基于互信息的配准方法相比,具有鲁棒性高、速度快的优点。通过与广泛使用的归一化互信息^[12]配准方法(NMI),以及基于 SIFT 配准方法^[4](SIFT-Ransac)相比较,新算法在配准鲁棒性、准确性和速度方面,提供了更好的综合性能。特别是对于含有噪声、灰度不均匀和初始平移旋转范围较大的图像,新算法的优势更加明显。

1 基于最小生成树的 DoG 关键点医学图像配准

算法流程如图 1 所示。其中,方框所包含的区域是本文重点考虑的部分。

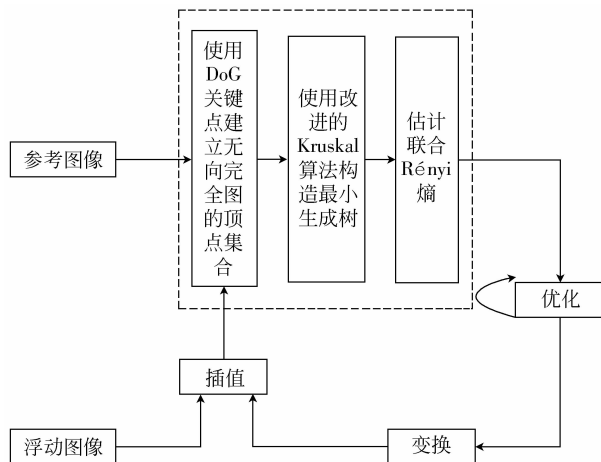


图 1 算法流程图

Fig. 1 Algorithm flow chart

1.1 结合 DoG 关键点位置信息与像素灰度信息的建树方法

1.1.1 使用 DoG 关键点建立无向完全图的顶点集合

DoG 是标准化 LoG (Laplacian of Gaussian) 的近似,计算速度很快。Lowe^[3]使用 DoG 代替 LoG 在图像 2 维空间和 DoG 尺度空间中同时检测具有局部极值的特征点来作为关键点。DoG 算子定义为两个不同尺度的高斯核的差分:

$$D(x, y, \sigma) = (G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma)) * I(x, y) \approx (k - 1) \sigma^2 \nabla^2 G * I(x, y) \quad (1)$$

式中, $G(x, y, \sigma) * I(x, y)$ 构成一幅图像的尺度空间,它是由一个可变尺度的高斯函数 $G(x, y, \sigma)$ 和输入图像 $I(x, y)$ 进行卷积得到,

$$G(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}$$

$\sigma^2 \nabla^2 G$ 是标准化的 LoG, (x, y) 是空间坐标, σ 是标准均方差, k 是常数。

对于待配准的两幅 2 维图像 I_0 和 I_1 , 存在变换矩阵 $T: I_1 \rightarrow I_0$, 从图像 I_1 中提取的一个 DoG 关键点坐标 (x_1^i, y_1^i) , 变换矩阵 T 作用到 (x_1^i, y_1^i) 后, 可以获得对应到图像 I_0 的坐标位置 (x_0^i, y_0^i) 。 $I_1(x_1^i, y_1^i)$ 和 $I_0(x_0^i, y_0^i)$ 分别为 (x_1^i, y_1^i) 和 (x_0^i, y_0^i) 坐标位置上的像

素灰度值。它们共同构成无向完全图的一个顶点 P_i , 则有

$$V = \{P_i = (I_0(x_0^i, y_0^i), I_1(x_1^i, y_1^i)) \mid (x_0^i, y_0^i) \in I_0, (x_1^i, y_1^i) \in I_1, [x_0^i \ y_0^i \ 1]' = T * [x_1^i \ y_1^i \ 1]'\}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中, V 为无向完全图的顶点集合, n 为从图像 I_1 中提取的所有 DoG 关键点的个数。图 2 为顶点集合构造的过程示意图。

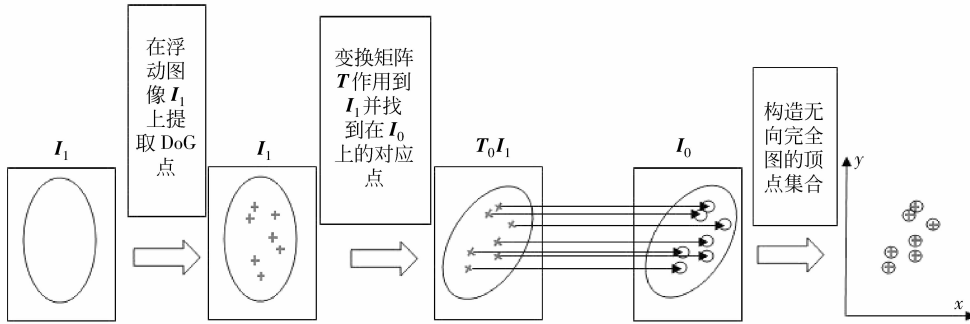


图 2 构造顶点集合

Fig. 2 Constructing vertex set

1.1.2 构造最小生成树

在 1.1.1 节得到的 2 维 DoG 顶点集合 V 上构造最小生成树 Tree, 最小生成树的顶点 $V = \{P_i \mid P_i \in \mathbf{R}^2, i = 1, \dots, n\}$, $E = \{e_{ij} = (P_i, P_j) \mid i, j = 1, \dots, n, i \neq j\}$ 是连接 V 中所有顶点的边集, 且不构成回路。

两个顶点之间的边长为 $e_{ij} = \sum_{k=1}^2 |P_{ik} - P_{jk}|^\gamma$ 。最小生成树 Tree 的加权长度总和 $L(V)$ 为

$$L(V) = \sum_{e_{ij} \in \text{Tree}} |e_{ij}|^\gamma \quad (3)$$

式中, n 为顶点个数, γ 为边的加权指数, $\gamma \in (0, 2)$, 文献 [11, 13] 讨论了加权指数的取值。

本文采用 Kruskal 算法来构造最小生成树^[14], 时间复杂度为 $O(n^2 \log n)$, n 为顶点个数。根据文献 [14], 使用 Delaunay 三角剖分的边集合代替完全图 G 的边集合, 可以使 Kruskal 算法的时间复杂性由 $O(n^2 \log n)$ 降低为 $O(n \log n)$ 。

1.2 使用最小生成树估计联合 Rényi 熵

Rényi 熵是 Shannon 熵的广义形式, 也称为 α 熵^[15], 其定义如下:

$$H_\alpha(f) = \frac{1}{1-\alpha} \log \int f^\alpha(x) dx \quad (4)$$

式中, f 是概率密度函数, $\alpha \in (0, 1)$ 。He^[10] 和 Hero^[11] 分别将信息论中的 Jensen Rényi 熵差 (JRD) 引入图像配准领域, 作为相似性测度。Hero 等

人^[11] 证明联合 Rényi 熵 $H_\alpha(\beta f + (1-\beta)g)$ 等价于 JRD, 联合 Rényi 熵的计算量小。

1.1 节得到顶点集合 V , 假设它的概率密度函数为 f_V , 联合 Rényi 熵 $H_\alpha(\beta f + (1-\beta)g)$ 被转化为 $H_\alpha(f_V)$, 即 DoG-Rényi 熵。配准问题被定义为

$$\Gamma^* = \arg \min_{T \in \mathbf{R}^2} H_\alpha(f_V) \quad (5)$$

式中, f_V 是 $V = \{P_i\}_{i=1}^N$ 的概率密度, T 为变换矩阵, Γ^* 为最优变换矩阵。求解联合 Rényi 熵 $H_\alpha(f_V)$ 需要知道顶点集合 V 的概率密度, 可以通过在 $V = \{P_i\}_{i=1}^N$ 中寻找最小生成树来估计 $H_\alpha(f_V)$ 。

Redmond 等人^[16] 证明在图的边长函数满足连续拟可加及顶点数 $n \rightarrow \infty$ 时, 从图中建立最小生成树可估计顶点集合的概率密度函数的 Rényi 熵

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L(V)}{n^\alpha} = \beta_\gamma \int f^\alpha(x) dx \quad (6)$$

式中, $\alpha = (d-\gamma)/d$, β_γ 独立于 X_i 的分布, 仅仅依赖于图的边加权指数 γ 。结合式 (4) (6), 可以从最小生成树的边加权总和估计出 Rényi 熵

$$\hat{H}_\alpha(f) = \frac{1}{1-\alpha} \left[\log \frac{L(V)}{n^\alpha} - \log \beta_\gamma \right] \Rightarrow$$

$$\hat{H}_\alpha(f) \propto \frac{1}{1-\alpha} \log \frac{L(V)}{n^\alpha} \quad (7)$$

本文使用式 (7) 来估计联合 Rényi 熵 $H_\alpha(f_V)$, 代入式 (5), 即可求解最优变换矩阵。

1.3 算法步骤

1) 对于 2 维待配准图像, 初始化平移参数 $T_x = 0, T_y = 0$, 旋转参数 $R_z = 0$ 为零, 由此得到的变换矩阵为 T ;

2) 根据式(2)得到无向完全图的顶点集合 V ;

3) 在顶点集合 V 上使用改进的 Kruskal 算法构造最小生成树;

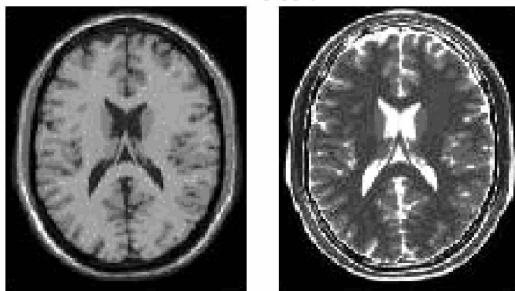
4) 使用式(7)从最小生成树的边加权总和估计顶点集合 V 的 Rényi 熵值 $H_\alpha(f_V)$;

5) 根据得到的 $H_\alpha(f_V)$, 调整平移旋转参数 T_x, T_y, R_z , 得到新的变换矩阵 T ;

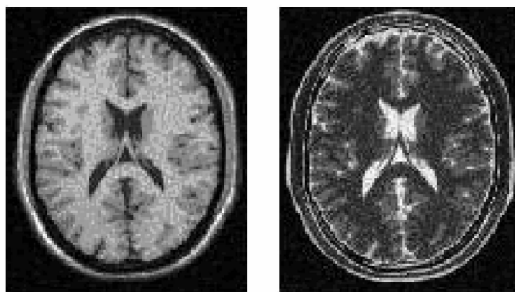
6) 使用式(5), 迭代步骤 3)—6) 直至收敛, 得到最优的变换矩阵 T^* 。

2 实验及结果评价

本文分别从鲁棒性、准确性和耗时 3 个方面来验证 DoG-Rényi 配准算法的有效性。并与 NMI 和 SIFT-Ransac 进行比较。实验数据集来源于公共的数据库 BrainWeb^[17] 中健康人的 MR 脑部图像。图 3 分别显示了数据集的图像。具体实验数据集说明见表 1。实验机器配置为 Pentium (R) 4 CPU, 3.06 GHz, 1.00 GB 内存。



(a) 不含噪声数据



(b) 含噪声数据

图 3 数据集

Fig. 3 Datasets

表 1 实验数据集

Tab. 1 Experiment datasets

数据模态	序号	数据	数据大小 / 像素	像素大小 / mm	噪声	灰度不一致
同模数据	1	t1 加权 1	181 × 217	1 × 1	无	无
		t1 加权 1				
同模数据	2	t1 加权 2	181 × 217	1 × 1	5%	20%
		t1 加权 2				
多模数据	3	t1 加权 1	181 × 217	1 × 1	无	无
		t2 加权 1				
多模数据	4	t1 加权 2	181 × 217	1 × 1	5%	20%
		t2 加权 2				

2.1 配准鲁棒性

在配准鲁棒性方面, 分别对 4 组数据集进行实验。对其中一幅图像进行不同量的初始平移和旋转变换, 再进行配准。初始平移旋转范围分为 $[-5, 5]$ 和 $[-20, 20]$ 两种。以 $[-5, 5]$ 为例, 平移参数 (T_x, T_y) 分别在 $[-5, 5]$ mm 中随机选择, 旋转参数 (R_z) 分别在 $[-5^\circ, 5^\circ]$ 中随机选择。选择 50 组初始变换量进行试验。用绝对差来计算平移和旋转的误差。根据常用评估标准^[18], 绕 z 轴的旋转误差角度小于 2° , 沿 x, y 轴的平移误差小于 2 mm, 配准成功。

图 4 总结了 3 种配准算法在 4 个数据集中, 不同初始变换范围的配准成功次数。实验结果可见, 基于 DoG-Rényi 的配准算法的成功率最高。表明基于 DoG-Rényi 的配准算法比基于 NMI 和 SIFT-Ransac 的配准算法更加鲁棒。

由图 4 可以观察到, 当图像不含噪声时, 如图 4 (a)(c) 所示, 基于 NMI 和基于 DoG-Rényi 的配准算法的鲁棒性几乎相等。但是当图像含噪声, 如图 4 (b)(d) 所示, 同时在平移旋转范围较大的情况下, NMI 的配准成功次数明显低于 DoG-Rényi。对于 SIFT-Ransac, 在 4 组数据集上的配准成功次数都比较少。通常情况下, 平移旋转范围较小的鲁棒性比平移旋转范围大的鲁棒性好。

在数据集 3 和 4 上, SIFT-Ransac 的配准成功次数为 0, 这是由于多模图像之间的灰度呈现非线性关系^[5-6], 在待配准图像对应关键点周围分别提取梯度方向会产生较大偏差, 从而导致对应关键点的 SIFT 描述子不能正确匹配。图 5 为 SIFT-Ransac 对多模图像的匹配结果。图 5(a) 为提取的 DoG 特征点, 图 5(b) 为匹配结果。可以发现尽管 2 幅图像关

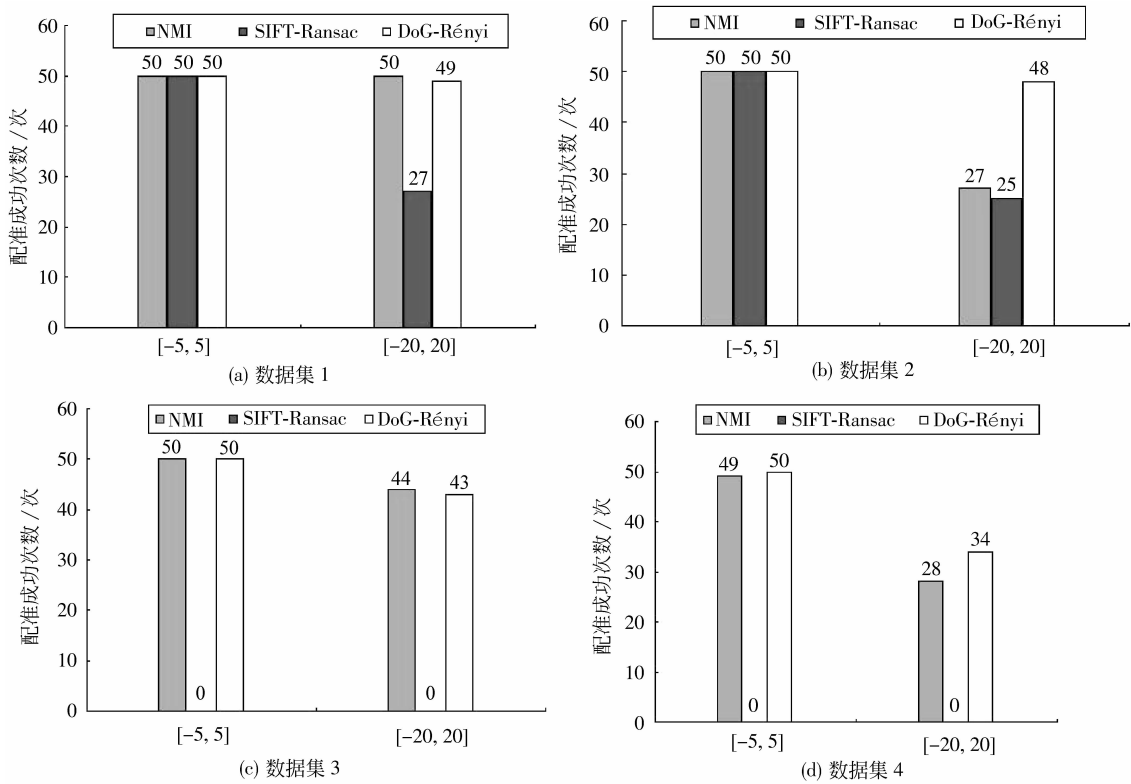
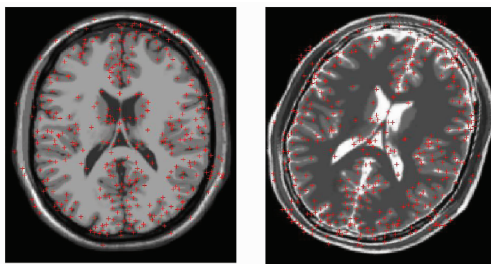
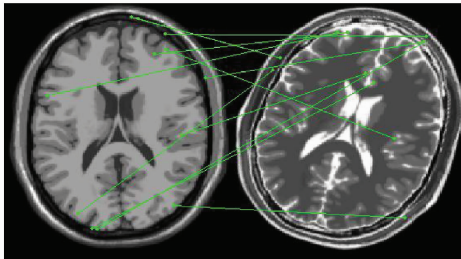


图 4 3 种配准算法鲁棒性的比较结果
Fig. 4 Robust between the three methods

关键点在很多位置上存在对应关系,但是采用 SIFT 描述子匹配后,得到的正确匹配对很少,无法正确估计变换模型。



(a) 对待配准图像提取 DoG 尺度空间关键点



(b) 基于 SIFT 描述子匹配后的结果

图 5 基于 SIFT 的配准方法在多模数据上的结果
Fig. 5 Registration based on SIFT in multi-modality dataset

2.2 配准准确性

对于配准成功的例子,分别在 4 个数据集上计算平移和旋转绝对误差的均值和标准差,如表 2—5 所示。其中,黑体表示两种配准方法中绝对误差均值最小的一种。NMI 略好于 DoG-Rényi 和 SIFT-Ransac,当平移旋转范围较小时,SIFT-Ransac 的准确性好于 DoG-Rényi,当平移旋转范围较大时,DoG-Rényi 要比 SIFT-Ransac 好。3 种算法准确性都达到了亚像素级别。对于数据集 3 和 4,由于 SIFT-Ransac 的配准成功次数为 0,没有计算它的配准准确性。

表 2 数据集 1 的准确性

Tab. 2 Precision in dataset 1

平移旋转范围	算法名称	T_x	T_y	R_z
[-5, 5]	NMI	0.043 ± 0.026	0.041 ± 0.026	0.007 ± 0.005
	SIFT-Ransac	0.113 ± 0.089	0.114 ± 0.075	0.020 ± 0.018
	DoG-Rényi	0.267 ± 0.074	0.194 ± 0.072	0.086 ± 0.050
[-20, 20]	NMI	0.168 ± 0.105	0.163 ± 0.104	0.007 ± 0.009
	SIFT-Ransac	0.730 ± 0.621	0.741 ± 0.581	0.023 ± 0.018
	DoG-Rényi	0.273 ± 0.082	0.195 ± 0.083	0.089 ± 0.056

表 3 数据集 2 的准确性

Tab. 3 Precision in dataset 2

平移旋转范围	算法名称	T_x	T_y	R_z
[-5, 5]	NMI	0.042 ± 0.026	0.042 ± 0.025	0.008 ± 0.006
	SIFT-Ransac	0.120 ± 0.094	0.137 ± 0.101	0.025 ± 0.022
	DoG-Rényi	0.288 ± 0.067	0.188 ± 0.072	0.068 ± 0.045
[-20, 20]	NMI	0.158 ± 0.093	0.159 ± 0.101	0.007 ± 0.006
	SIFT-Ransac	0.645 ± 0.573	0.677 ± 0.491	0.021 ± 0.014
	DoG-Rényi	0.282 ± 0.072	0.172 ± 0.085	0.097 ± 0.051

表 4 数据集 3 的准确性

Tab. 4 Precision in dataset 3

平移旋转范围	算法名称	T_x	T_y	R_z
[-5, 5]	NMI	0.042 ± 0.026	0.042 ± 0.026	0.008 ± 0.007
	SIFT-Ransac	无	无	无
	DoG-Rényi	0.207 ± 0.112	0.192 ± 0.122	0.123211 ± 0.088
[-20, 20]	NMI	0.160 ± 0.104	0.157 ± 0.103	0.008 ± 0.008
	SIFT-Ransac	无	无	无
	DoG-Rényi	0.219 ± 0.1328	0.162 ± 0.106	0.148 ± 0.118

表 5 数据集 4 的准确性

Tab. 5 Precision in dataset 4

平移旋转范围	算法名称	T_x	T_y	R_z
[-5, 5]	NMI	0.064 ± 0.059	0.072 ± 0.058	0.070 ± 0.104
	SIFT-Ransac	无	无	无
	DoG-Rényi	0.230 ± 0.190	0.211 ± 0.168	0.188883 ± 0.154
[-20, 20]	NMI	0.167 ± 0.103	0.165 ± 0.102	0.040 ± 0.029
	SIFT-Ransac	无	无	无
	DoG-Rényi	0.270 ± 0.190	0.265 ± 0.193	0.198 ± 0.185

2.3 配准时间

对配准成功的例子计算配准时间。图 6 记录了对于 4 组数据集,不同初始变换范围,3 种配准算法的计算时间。SIFT-Ransac 的速度最快,DoG-Rényi 其次,NMI 最慢。NMI 的配准时间大约是 DoG-Rényi 的 2 倍,是 SIFT-Ransac 的 7 倍。对于数据集 3 和 4,由于 SIFT-Ransac 的配准成功次数为 0,没有计算配准时间。

通过以上的评估,在配准鲁棒性方面,DoG-Rényi 优于 NMI 和 SIFT-Ransac;在配准精度方面,

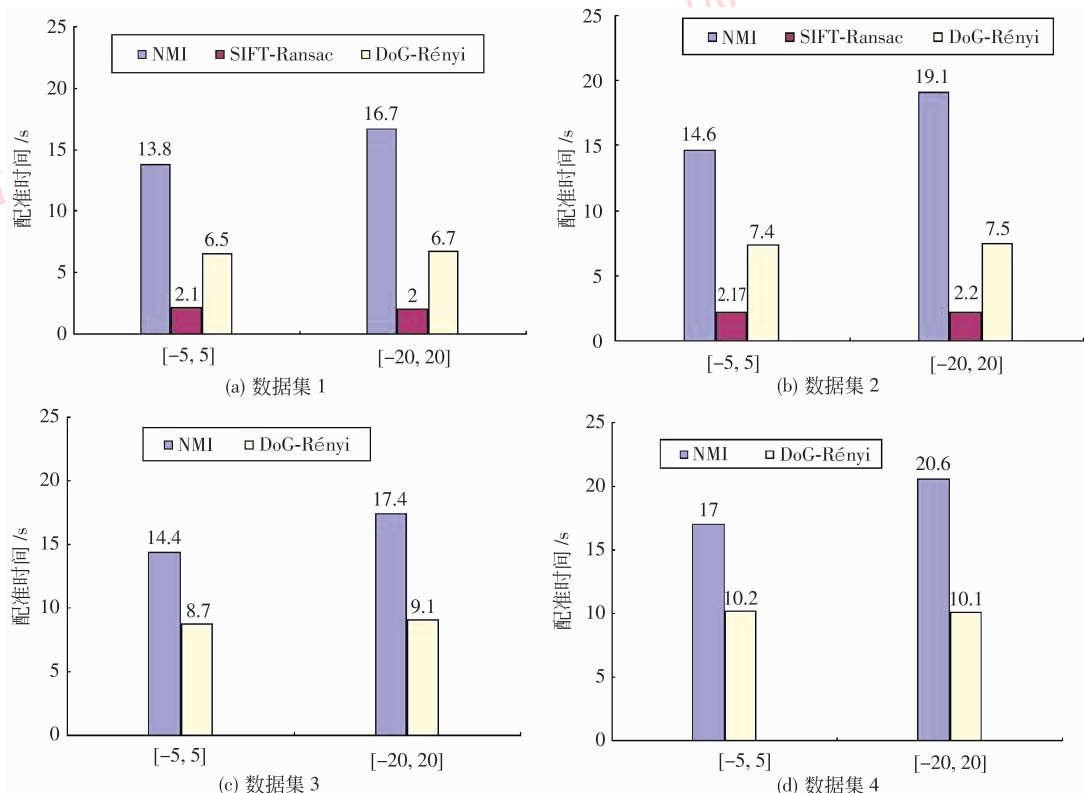


图 6 3 种配准算法计算时间的比较

Fig. 6 Time comparison between the three methods

DoG-Rényi 略低于 NMI, 优于 SIFT-Ransac; 在配准速度方面, DoG-Rényi 低于 SIFT-Ransac, 好于 NMI。因此, 针对医学图像配准对鲁棒性强、准确性高和速度快的要求, DoG-Rényi 与 NMI 和 SIFT-Ransac 相比, 提供了更好的综合性能。

3 结 论

提出一种基于 Rényi 熵的 DoG 尺度空间关键点医学图像配准算法, 并且在公共的数据库 Brain Web 上对新算法从配准鲁棒性、配准准确性和配准时间 3 个方面进行测试。实验结果表明, 与基于 NMI, 以及基于 SIFT 的 (SIFT-Ransac) 配准算法相比, 新算法具有鲁棒性高、速度快的优点, 同时配准精度也达到了亚像素级别。

参考文献 (References)

- [1] Lu Zhentai, Feng Yanqiu, Feng Qianjin, et al. Medical image registration based on principal phase congruency [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(10):1974-1978. [卢振泰, 冯衍秋, 冯前进, 等. 基于主相位一致性的医学图像配准 [J]. 电子学报, 2008, 36(10):1974-1978.]
- [2] Zitová B, Flusser J. Image registration methods; A survey [J]. Image and Vision Computing, 2003, 21(11):977-1000.
- [3] Lowe D. Distinctive image features from scale-invariant keypoints [J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60:91-110.
- [4] Brown M, Lowe D. Recognising panoramas [C] // Proceedings of the 9th International Conference on Computer Vision. Washington DC, USA; IEEE Press, 2003, 2:1218-1225.
- [5] Lin Y P, Medioni G. Retinal image registration from 2D to 3D [C]. Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC, USA; IEEE Press, 2008:1-8.
- [6] Kelman A, Sofka M, Stewart C V. Keypoint descriptors for matching across multiple image modalities and nonlinear intensity variations [C] // Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC, USA; IEEE Press, 2007:1-8.
- [7] Yang G, Stewart C V, Sofka M, et al. Registration of challenging image pairs: initialization, estimation, and decision [J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(11):1973-1989.
- [8] Moradi M, Abolmaesoumi P, Mousavi P. Deformable registration using scale space keypoints [C] // Medical Imaging 2006: Image Processing. Proceedings of the SPIE, Los Angeles, USA; SPIE, 2006, 6144:791-798.
- [9] Lu Zhentai, Chen Wufan. Medical image registration using co-occurrence mutual information [J]. Chinese Journal of Computers, 2007, 30(6):1022-1027. [卢振泰, 陈武凡. 基于共生互信息的医学图像配准 [J]. 计算机学报, 2007, 30(6):1022-1027.]
- [10] He Y, Hamza A B, Hamind K. An information divergence measure for ISAR image registration [C] // Proceedings of SPIE. Los Angeles, USA; SPIE Press, 2001:199-208.
- [11] Hero A, Ma B, Michel O, et al. Applications of entropic spanning graphs [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2002, 19(5):85-95.
- [12] Studholme C, Hill D L G, Hawkes D J. An overlap invariant entropy measure of 3D medical image alignment [J]. Pattern Recognition, 1999, 32:71-86.
- [13] Sabuncu M R, Ramadge P. Using spanning graphs for efficient image registration [J]. IEEE Trans. Image Processing, 2008, 17(5):788-797.
- [14] Zhou Peide. Computational Geometry-Algorithm Analysis and Design [M]. Beijing; Tsinghua University Press, 2000:114-115. [周培德. 计算几何—算法分析与设计 [M]. 北京:清华大学出版社, 2000:114-115.]
- [15] Rényi A. On measures of entropy and information [C] // Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. Berkeley; University of California Press, 1961:547-561.
- [16] Redmond C, Yukich J. Asymptotics for Euclidean functionals with power weighted edges [J]. Stochastic Processes and their Applications, 1996, 61(2):289-304.
- [17] Collins D L, Zijdenbos A P, Kollokian V, et al. Design and construction of a realistic digital brain phantom [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1998, 17:463-468.
- [18] Luan Hongxia, Qi Feihu, Xue Zhong, et al. Multimodality image registration by maximization of quantitative-qualitative measure of mutual information [J]. Pattern Recognition, 2008, 41:285-29.