

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)07-1255-07

论文索引信息: 宋敦江, 岳天祥, 杜正平. 等高线树构建及高保真 DEM 构建 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(7): 1255-1261

等高线树构建及高保真 DEM 构建

宋敦江¹⁾, 岳天祥²⁾, 杜正平²⁾

¹⁾(中国科学院科技政策与管理科学研究所, 北京 100190) ²⁾(中国科学院地理科学与资源研究所, 北京 100101)

摘要: 研究正负地貌等高线(含未闭合等高线)的空间关系。首先将未闭合等高线分为完全开放等高线和贴边等高线,分别进行自动闭合处理。然后使用多边形叠加分析的方法判断闭合等高线之间的关系,构建等高线树。通过对等高线树结构的遍历,获取格网点高程值的上下界,将上下界输入到高精度曲面建模区域优化控制方法进行约束优化控制模拟,能保证模拟结果的回放等高线与原始等高线的最大距离不超过一个栅格的宽度。最后对高斯合成曲面和扫描矢量化等高线两个实例进行论证。

关键词: 等高线树; 正地貌; 负地貌; 高精度曲面建模区域优化控制; 等高线回放

Constructing contour tree and DEM construction of high fidelity

Song Dunjiang¹⁾, Yue Tianxiang²⁾, Du Zhengping²⁾

¹⁾(*Institute of Policy and Management, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190 China*)

²⁾(*Institute of Geographical Sciences and Natural Resources Research, Beijing 100101 China*)

Abstract: How to generate contour tree of positive and negative topography from open contour lines, half-open contour lines and closed contour lines is proposed. Half-open contour lines and open contour lines are separated and handled respectively. Then a polygon overlay function is used to decide the spatial relation between closed contours, resulting in contour trees. Through navigating the tree of contour lines, height bounds for every grid in the research region can be deduced, which is then used with HASMROC(region optimum control) method to construct DEM of fidelity. The maximum deviation distance of derived contours is less than the width of the grid of the DEM. Two case studies are given, one is contours from mathematical surface, another is from the manually vectorizing contours lines.

Keywords: contour tree; positive topography; negative topography; HASMROC; derived contours

0 引言

等高线树是用于表示等高线空间拓扑关系的一种数据存储结构,这种拓扑关系主要包括父子的隶属层次关系或包含关系,以及邻接或兄弟并列关系^[1-2]。等高线树结构目前有3种主要的表现形式:1)内部区域结点法^[3-4],以等高线内部区域为结

点,等高线为边;2)等高线加区域结点法^[5],以等高线及其内部区域作为结点,以等高线及其内部区域之间的关联关系作为边;3)等高线结点法^[6-7],以等高线作为结点,包含关系作为边,显式地表达等高线的空间关系。确定好等高线树的表现形式后,还需选择等高线树的存储方法,树数据结构的存储方法有很多,主要有4种^[8-9],即广义表法、双亲法、左子女右兄弟的二叉树法,以及邻接矩阵法。由于邻接

收稿日期:2010-04-15;修回日期:2010-09-17

基金项目:国家自然科学基金项目(40801187,40825003);中国科学院资源与环境信息系统国家重点实验室开放基金项目(A0704)。

第一作者简介:宋敦江(1979—),男。2007年于中国科学院地理科学与资源研究所获地图学与地理信息系统专业博士学位,从事综合地形特征的DEM构建及球面空间统计研究。E-mail: songdj@casipm.ac.cn。

矩阵法直观简单、易于操作,故本文采用该方法来存储等高线的关系。邻接矩阵法用矩阵元素值表示任意两条等高线的空间关系,如 $(i, j) = 1$ 表示等高线 i 与等高线 j 直接相邻,且等高线 i 包含等高线 j 。

等高线树建立方法主要有^[10-11]:对于闭合线的方法包括:1) point-in-polygon 方法;2) 区域增长法;3) voronoi 一阶内邻域方法;4) 基于 Delaunay 三角网^[12]和扫描线法^[13]等。自“等高线树”1963 年被提出以后^[3],尽管对等高线树的建立方法与应用方面的研究非常多,但是:1) 对于未闭合等高线自动处理的研究非常少,大多数研究都只研究简单的闭合等高线^[10-11],或通过手工的方法加点连接线的方法将未闭合等高线做闭合处理^[10-11];2) 由于正地貌比较常见,所以目前的文献中对正地貌的研究较多,而对于负地貌,特别是正负地貌同时存在的复杂等高线关系的表达与存储研究几乎是空白。

等高线树目前主要应用于等高线颜色填充与分层设色^[14]、等高线的高程质量检查和高程自动赋值^[15-16]、地貌分类(等高线树从整体上建立地貌形态及其表现形式)^[7],利用等高线树的包含关系与并列关系可以用于等高线的路径分析^[14],将等高线树应用于建立高精度 DEM、多分辨率 DEM 模拟方面的研究却很少见。HASM (high accuracy surface modelling) 是我国学者 21 世纪初提出的基于微分几何曲面论的曲面建模方法^[17-19]。数值模拟结果表明,HASM 用于由离散点建立 DEM 得到的结果比地理信息系统中传统方法的精度高许多倍。由于目前 HASM 主要用于离散点空间插值,对于其他数据,如等高线数据建立 DEM 的研究很少^[20-21]。为此,本文研究了正负地貌未闭合等高线构建等高线树的方法,并将等高线树应用于获取等高线间区域高程上下界范围,然后运用 HASM 区域优化控制 (HASMROC) 方法建立高保真的 DEM。“高保真 DEM”主要指利用 HASMROC 方法由等高线生成的 DEM 非常“逼近”原始等高线数据,最大程度上保留了原始数据中的信息。等高线蕴涵着大量的地形特征信息,所以在建立 DEM 时应选择针对等高线建立 DEM 算法,而不是选择通用的建立 DEM 的算法(如样条 Spline、反距离 IDW 和克里金 (Kriging) 方法等)。由等高线建立 DEM 的方法一般选用 TIN 方法和薄板样条法 (TPS)^[20],但由于篇幅限制关系,这里不对 HASMROC 与已有的内插方法进行比较分析。

1 等高线树的建立

1.1 等高线关系的定义

从引言的讨论中我们知道,等高线关系主要有父子(包含)关系与兄弟(并列)关系,父子关系的等高线间的高程值相差一个等高距,兄弟关系的等高线的高程相等。在某些情况下,由于地貌类型的复杂性,并列关系(假兄弟)的等高线高程值不相等。结合正负地貌的两种情况,等高线的关系可以分为正地貌的父子关系、负地貌的父子关系、兄弟关系(不分正负地貌)、假兄弟关系(不分正负地貌)和其他相离关系,用结构体表示为

```
struct ContourRelations {
    ParentSon = 1; //正地貌的父子关系,相差一个负等高距
    BrotherBrother = 2; //兄弟关系,相差 0,相离且被同一父直接包含
    FalseBrotherBrother = 3; //假兄弟关系,相离且被同一父直接包含,高程不等
    NParentSon = 4; //负地貌的父子关系,相差一个等高距
    Others = 0; //其他相离关系
```

其中,正地貌的父子关系 (ParentSon = 1) 表示两等高线的高程值相差一个负等高距;负地貌的父子关系 (NParentSon = 4) 表示两等高线的高程值相差一个正等高距。兄弟关系 (BrotherBrother = 2) 的两等高线的高程值相等,不分正负地貌;假兄弟关系 (FalseBrotherBrother = 3) 的两等高线的高程值不相等,但是它们相离且并同一父等高线直接包含,不区分正负地貌,不在以上关系之外的所有关系都被定义为 0。为了简洁起见,这里的等高线关系是一个单方向图,只定义了父子关系,没有定义子父关系。实际上在利用邻接矩阵 MatrixTrees 进行分析时,MatrixTrees $[i, j] = 1$ 既表示了 i 是 j 的父,也表示了 j 是 i 的子。值得注意的是,等高线树结构中,任一等高线只能有一个父,但可以有多多个子女和兄,而且图廓边界线定义为总树根。

1.2 等高线预处理

等高线数据不但要求由连续的点组成,还要求设置正确的高程值,不允许在图廓内部断裂。对于未闭合等高线,需要设置正确的“矢量”方向,如以逆时针方向包围的地方为山峰,顺时针包围的地方为山谷。保证等高线“矢量”方向的正确性,也即保证等高线的走向的某一侧(图 1 中为左侧)高于该

等高线另一侧(图 1 中为右侧)的区域,一侧的高程值(图 1 中为左侧)高于该等高线值,而另外一侧的高程值(图 1 中为右侧)低于该等高线值。图 1(a)是按逆时针方向的等高线表示该条等高线包含的正地貌,该条等高线直接包含一大一小 2 个山头;图(b)是按顺时针方向的等高线表示该条等高线包含的负地貌。图(b)中标注的方式是 ID_Height,如 4_0 表示标识号是 4,高程值为 0 的等高线。等高线 12_0 中的红色点表示该条等高线结束点。另外,值得注意的是,对于闭合的单独的 1 条等高线,也需要准确设置该条等高线的“矢量”方向,如图(b)中编号为 4(高程值为 0 的负地貌,“矢量”方向为顺时针)和编号为 7(高程值为 2 的正地貌,“矢量”方向为逆时针)的等高线。

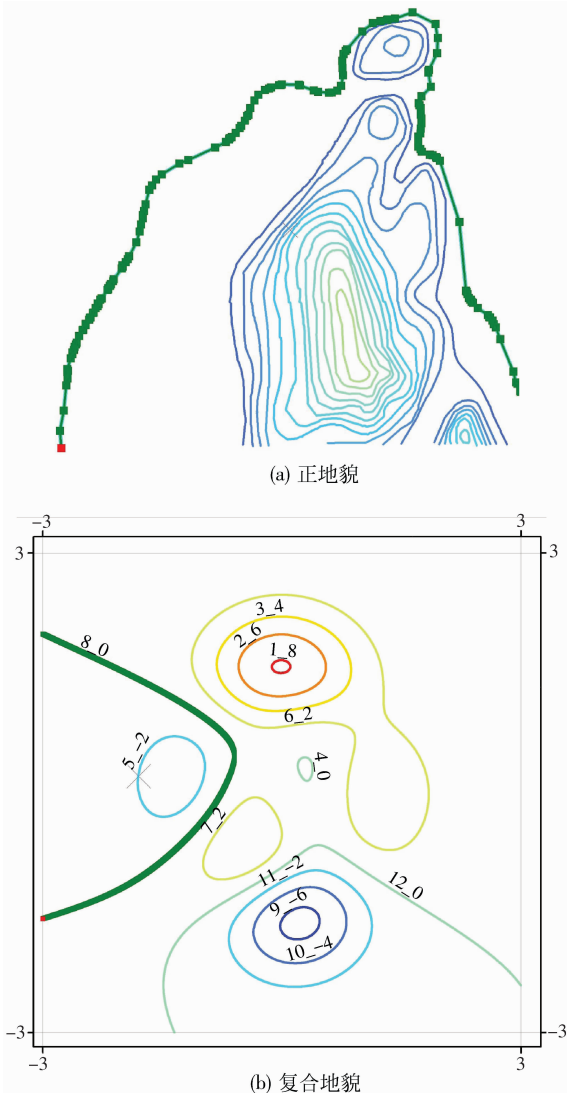


图 1 贴边等高线“矢量”表达地形

Fig. 1 Halfopen contour “vectorizedly” represents terrain

1.3 未闭合等高线的预处理

在等高线预处理的基础上,即可用毋河海^[1]提出的方法,进行未闭合等高线的编号和闭合处理操作,但不同的是,文献[1]中的方法是针对正地貌,负地貌时需要进行相反方向的操作。未闭合等高线可分为贴边型等高线和完全开放型等高线。贴边型等高线指的是该等高线应该与图廓边界直接组成一条闭合等高线。对于贴边型等高线,如果该等高线表示的是正地貌(或者说该等高线包含的地貌为正地貌),那么闭合方式为沿图廓边逆时针方向;反之,如果该等高线表示的是负地貌(或者说该等高线包含负地貌),那么闭合方式为沿图廓边顺时针方向。正负地貌可以通过相邻两条等高线的高程值来判断,或者通过闭合等高线的“矢量”方向来判断。图 1(a)是正地貌,按逆时针方向沿图廓边连接形成闭合等高线;图 1(b)是负地貌,按顺时针方向沿图廓边连接形成闭合等高线,结果如图 2 所示。

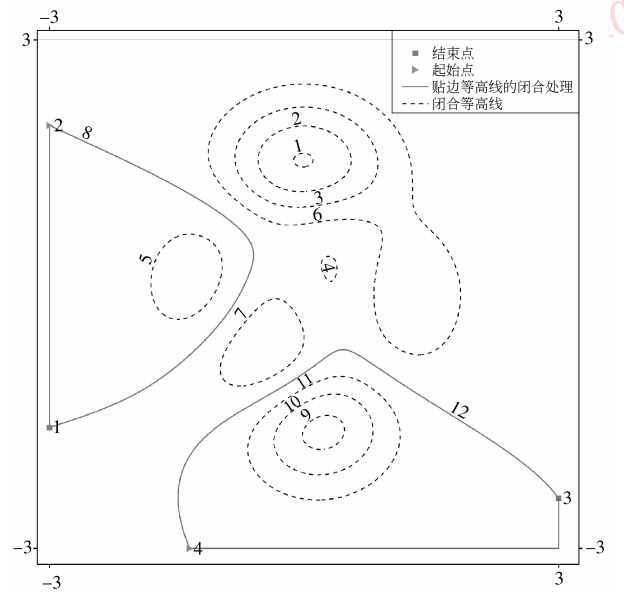


图 2 负地貌中与图廓边界连接成的完全开放等高线

Fig. 2 Connecting the open contours in negative landforms

因完全开放型等高线需要(经过图廓边界)与其他完全开放型等高线组合在一起组成一条闭合等高线。所以对于完全开放型未闭合等高线,需要将等高线按高程值分类后进行分别处理(参见文献[1])。对于同一高程值的未闭合等高线集合中的某一条等高线,如果该等高线包含正地貌,则按逆时针方向沿图廓边计算所有未闭合线的端点到左下角点的距离,并按距离从小到大进行编号;反之,如果等高线表示的是负地貌,则从左下角点按顺时针计

算距离,并按顺时针进行编号,如图 2 所示。不同于文献[1]中针对正地貌的情况,在负地貌中未闭合等高线的情况下,需要沿顺时针方向寻找。

1.4 闭合等高线建立等高线树

在建立等高线树时,尽管 Point-in-Polygon 方法效率较低^[10],且只适用于两条完全相离的等高线,在判断经过图廓边界进行相连的闭合等高线的空间关系时,该方法却可能失效(因为等高线可能有部分重叠)。为此本文引入多边形相交判断 AreaIntersection 方法来判断两条等高线的空间关系。AreaIntersection 方法定义为:设两条等高线为 L_1 与 L_2 , L_1 与 L_2 围成的多边形面积分别为 A_1 和 A_2 ;1) 如果 L_1 与 L_2 的相交的面积为 0,那么 L_1 与 L_2 是相离关系;2) 如果 L_1 与 L_2 相交的面积等于 A_2 ,那么 L_1 包含 L_2 ;3) 如果相交的面积等于 A_1 ,那么 L_1 包含于 L_2 。可以看

出,AreaIntersection 方法也可以处理完全相离的等高线情形。

由闭合等高线构建等高线树的过程主要有 3 步:1) 根据高程及拓扑包含关系获取所有等高线的双亲,通过计算相差 1 倍等高距的两闭合等高线的相交面积 AreaIntersection 即可推断两等高线的空间关系;2) 根据等高线的父子关系及高程,区分正负地貌情况下的双亲关系;3) 根据等高线的父子关系及高程,获取等高线的兄弟(含假兄弟)关系,双亲相同而且高程相等,则为高程相等的兄弟关系;双亲相同但是高程不相等,则为假兄弟关系。实际上,为加速等高线树构建过程,可以利用凸包(如外接矩形)辅助快速判断两条等高线的关系,避免许多不必要的等高线多边形的相交运算。综上所述,由未闭合等高线构建等高线树的流程图如图 3 所示。

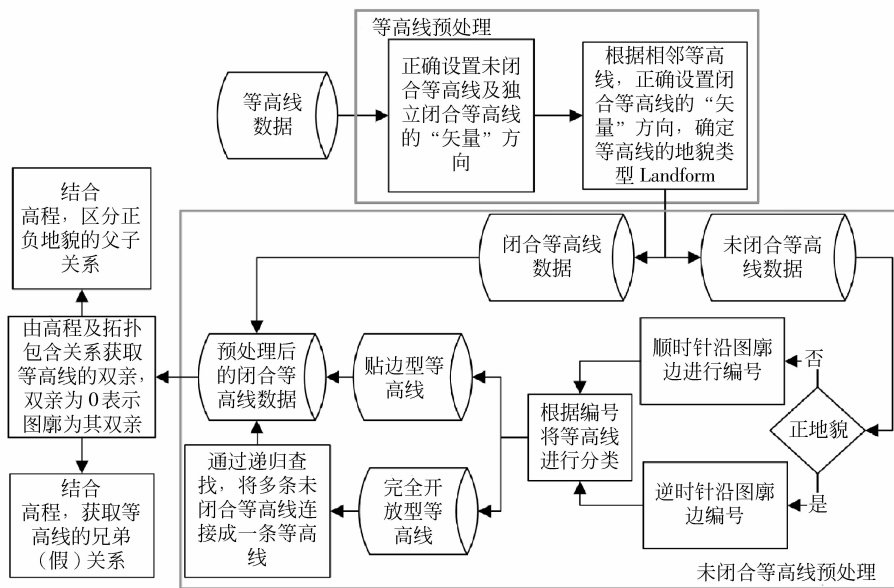


图 3 由未闭合等高线建立等高线树流程图

Fig. 3 Flow chart of contours trees construction from open contours

2 HASMROC 方法

HASM 是我国学者 21 世纪初提出的基于微分几何曲面论的曲面建模方法,该方法目前主要用于由离散点建立 DEM。HASM 为求解以下等式约束最小二乘问题

$$\begin{cases} \min \| PF^{n+1} - q^n \|_2 \\ \text{s. t. } S \times F^{n+1} = t \end{cases} \quad (1)$$

式中, $S \in \mathbf{R}^{T \times (I \times J)}$ 和 $t \in \mathbf{R}^{T \times 1}$ 分别为采样矩阵和采样

向量, T 为采样点个数。建立等式约束最小二乘方法的目的是为了保证在采样点处模拟值接近采样值的条件下,曲面的整体模拟误差最小。等高线反演 DEM 的 HASMROC 方法为如下等式和不等式约束优化:

$$\begin{cases} \min \| PF^{n+1} - q^n \|_2 \\ \text{s. t. } \begin{cases} S \times F^{n+1} = t \\ l < F^{n+1} < u \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

式中的约束条件来源于等高线与离散点。等高线能较好地概括和表现地形地貌特征,等高线既蕴涵着

定量的信息,如等高线所经过位置点的高程信息;又蕴涵着定性信息,如两条等高线间的点的高程范围。等高线还蕴涵着山峰、山谷、鞍部以及山脊线、沟谷线等定性信息与定量信息。运用不等式约束的 HASMROC 方法能较好地利用等高线的定性信息与定量信息,建立高保真 DEM。更多关于 HASMROC 方法的信息可以参见文献[21]。

3 等高线树的应用

等高线树是对等高线空间关系的一种表达,通过等高线树可以在等高线之间任意漫游和遍历,从根结点等高线(山脚),可以一直上升,漫游到叶子结点等高线(山峰),也可以从一个叶子结点等高线(山峰)漫游到另外一个叶子结点等高线(山峰)。等高线树用于确定任意点高程上下界的过程就是要确定包含该点的一条(山峰)等高线或两条(山腰)等高线,这个过程就是一个在等高线树里的遍历,是一个普通的树结构的遍历算法^[9]。

通过等高线树,可以确定任意点的高程值的上下界范围:1)两条等高线之间的高程值上下界为包围该点的两条等高线的值;2)马鞍形处的点高程值上下界为包围该点的所有等高线高程值的极大值和极小值;3)山峰点的高程值上下界为包围该点的等高线(只有 1 条)加上 1 倍的等高距。类似地还可以获得山谷点高程值的上下界。这样就可以将各点的上下界带入方程组式(2)中的约束条件中,求解方程组式(2)即可获得忠实于原始等高线数据的高保真 DEM。

3.1 案例 1 高斯合成曲面

高斯合成曲面的区域范围为 $-3 \leq x \leq 3$, $-3 \leq y \leq 3$, 数学解析式为

$$z = 3(1 - x)^2 e^{-x^2 - (y+1)^2} - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) e^{-x^2 - y^2} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2 - y^2} \quad (3)$$

高斯合成曲面如图 4 所示,高程范围约为 $(-6.551, 8.106)$,图 4 还标注了等高线的高程值(等高线的基值为 0,等高距为 1)。然后使用区域优化控制 HASMROC 方法模拟两个分辨率的 DEM,再使用 ArcGIS9.0 生成模拟结果的间隔为 1 的等高线,并与原始等高线数据进行叠加分析如图 5 所示。

从图 5 中可以看出,除了在分辨率较粗的情况下(图 5(a)分辨率为 0.12m),模拟结果派生的等

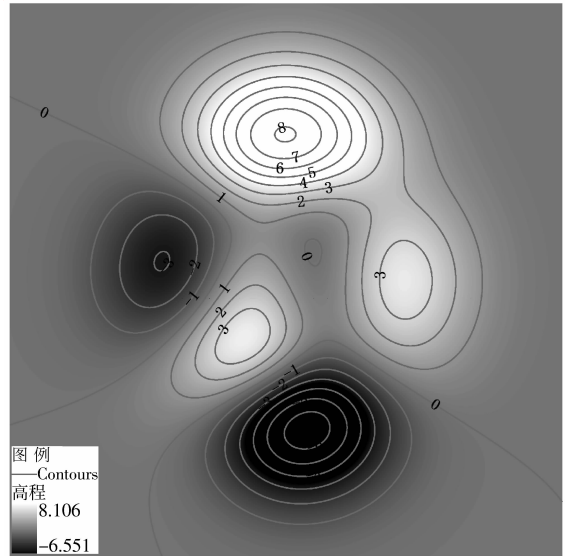
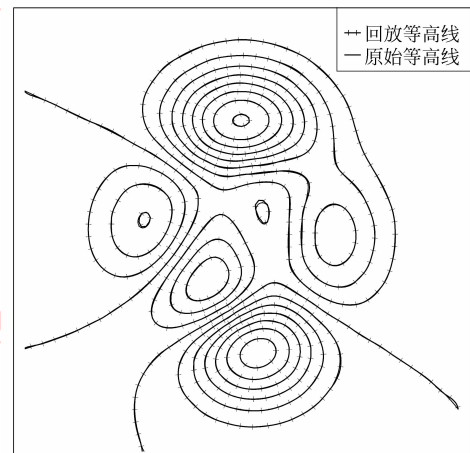


图 4 高斯合成曲面及 1 m 间距等高线

Fig. 4 Gaussian synthetic surface and 1 m contours



(a) 分辨率为 0.12 m



(b) 分辨率为 0.06 m

图 5 HASMROC 派生等高线比较

Fig. 5 Original contours is compared with derived contours from HASMROC

高线(带横杠的等高线)与原始等高线有一定的差别外,较小分辨率模拟结果的派生等高线与原始等高线的差别几乎看不出来。这说明了 HASMROC 方法的高保真性。

3.2 案例 2 扫描矢量化等高线数据

江西省千烟洲生态实验站位于江西省中部,隶属于吉安市泰和县(图 6),处于 115°04' E, 26°44' N,是一个由约 80 个小山丘,9 条河谷组成的小山村,总面积为 2.04 km²,海拔高程 60~150 m,属典型的红壤丘陵区。地貌类型主要是低丘,丘顶浑圆,海拔多在 100 m 以下,最高达 147 m,相对高度为 20~50 m,丘坡坡度以 10°~30°居多,详见文献[22]。

在 20 世纪 90 年代江西省吉安市泰和县纸质地形图的基础上,针对千烟洲生态实验站附近的地形图扫描,然后人工矢量化得到的数据。该地形图采用的是 1954 年北京坐标系,1956 年黄海高程系,等高距 2.5 m。该区域内多植被,且大部分为水稻田。地形图上的高程信息主要有高程点、等高线,其他与高程相关的主要地物还包括小池塘、小河流、陡坎等,但都比较零碎杂乱,研究区域的数据如图 6 所示。

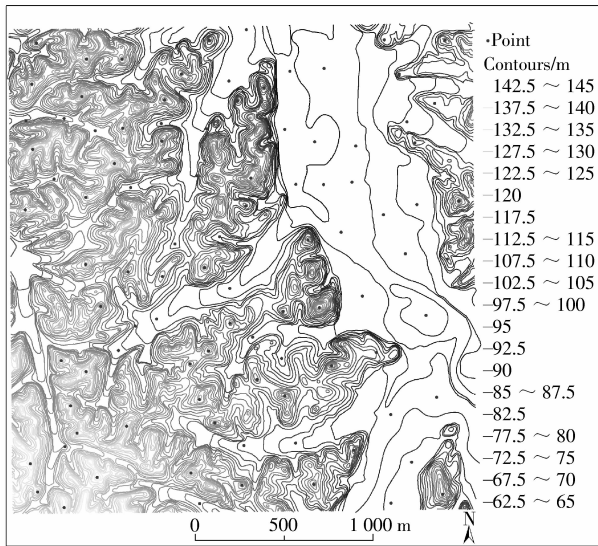


图 6 千烟洲扫描矢量化原始等高线图和离散点数据
Fig. 6 Data of Qianyanzhou from cartographic scanning

利用图 6 中的数据,使用 HASMROC 方法模拟了 6 m 的 DEM 结果,并将该 DEM 进行 2.5 m 等高距的等高线回放,如图 7 所示。从图 7 中可以看出, HASMROC 模拟结果的千烟洲回放等高线与原始等高线也基本吻合,这再次说明了 HASMROC 方法建立 DEM 的高保真性。另外,还计算了千烟洲多个分辨率(2 m、3 m、4 m、5 m)的 DEM,并回放各个分辨

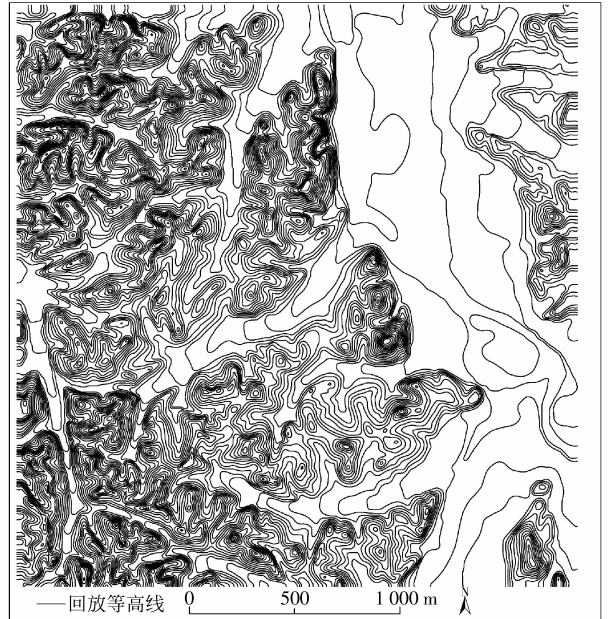


图 7 HASMROC 等高线回放图

Fig. 7 Derived contours of DEM from HASMROC

率 DEM 的 2.5 m 等高距的等高线,回放所得的等高线条数与原始等高线条数基本相同(由于有一条等高线在边界处被切分成两条, HASMROC 回放等高线条数比的原始等高线条数多一条)。

4 结 论

自“等高线树”1963 年被提出来以后,尽管等高线树的应用研究非常多,但是将等高线树用于建立高保真 DEM 的研究却不多。为此,研究正负地貌的等高线树(包括闭合、贴边和完全开放等情况)的建立方法。通过等高线树,可获得每个格网点高程值的上下界,再利用区域优化控制 HASMROC 方法即可获得高保真 DEM。通过对等高线间各子区域的约束优化控制, HASMROC 方法能保证回放等高线的最大偏离距离不超过一个栅格单元。这是通过使等高线两侧的栅格单元点的高程上下界(不等式约束方程)不一样而达到的,在等高线两侧直接相邻的两个栅格单元,由于一侧的上界是另一侧的下界,上下界出现重叠,模拟 DEM 的回放等高线可能会在最坏情况下偏离原始等高线一个栅格单元。给出了两个应用案例,证明了 HASMROC 模拟的 DEM 结果对于原始等高线数据的忠实性。等高线能较好的概括和表现地形地貌特征,等高线既蕴涵着定量的信息,如等高线所经过点的高程信息;又蕴涵着定性信

息,如两条等高线间的点的高程上下界;等高线还蕴涵着山峰、山谷、鞍部以及山脊线、沟谷线等大量地形特征信息。在优化理论中,定性信息和定量信息可以用严格不等式、等式以及上下界约束来表示,将约束优化控制理论引入地形模型建模中来,实际上也符合人们日常的思维逻辑,即尽量利用已有的源数据信息,“不违背任何已知的信息”。

下一步的工作主要包括:1)完善等高线树的构建方法,加快等高线树的构建速度,并使该方法能处理更加复杂(如岛中湖)的情况,包括断裂等高线的情况;2)对于高程不连续等高线的处理;3)利用等高线树从等高线中提取地形特征点与特征线,并将地形特征点与特征线作为新的(等式或不等式)约束控制方程,然后运用 HASMROC 方法建立更高精度、更加保真或者说“逼近”原始数据的 DEM。

参考文献 (References)

- [1] Wu Hehai. Construction of contour trees and its application[J]. Science of Surveying and Mapping, 1996(1): 2-7. [毋河海.等高线树的自动建立及其应用[J].测绘科技动态,1996(1):2-7.]
- [2] Qiao Chaofei, Chen Jun, Li Zhilin, et al. Representation of spatial relationships of contours based on graph theory. Journal of China University of Mining & Technology, 2003, 32(3): 279-283. [乔朝飞,陈军,李志林,等.基于图论的等高线空间关系表达[J].中国矿业大学学报,2003,32(3):279-283.]
- [3] Boyell R, Reston H. Hybrid techniques for real-time radar simulation [C]//Proceedings of the Fall Joint Computer Conference, New York, USA:ACM,1963:445-458.
- [4] Freeman H, Morse S P. On searching a contour map for a given terrain elevation profile [J]. Journal of the Franklin Institute, 1967, 248(1): 1-25.
- [5] Morse S. Concepts of use in contour map processing [J]. Communications of the ACM, 1969, 12(3): 147-152.
- [6] Cronin T. Automated reasoning with contour maps [J]. Computers & Geosciences, 1995, 21(5): 609-618.
- [7] Cronin T. Classifying hills and valleys in digitized terrain [J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 2000, 66(9): 1129-1137.
- [8] Kasyanov V N, Evstigneev V A. Graph Theory for Programmers: Algorithms for Processing Trees [M]. Beijing: Science Press, 2006. [卡西亚诺夫.图论编程/分类树算法[M].北京:科学出版社,2006.]
- [9] Skiena S S. The Algorithm Design Manual [M]. New York: Springer-Verlag, 1997.
- [10] Chen Jun, Qiao Chaofei, Zhao Renliang. A Voronoi interior adjacency-based approach for generating a contour tree [J]. Computers & Geosciences, 2004(30): 355-367.
- [11] Qiao Chaofei, Zhao Renliang, Chen Jun, et al. A Voronoi interior adjacency-based approach for generating a contour tree [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2005, 30(9): 801-804. [乔朝飞,赵仁亮,陈军,等.基于Voronoi内邻近的等高线树生成法[J].武汉大学学报信息科学版,2005,30(9):801-804.]
- [12] Wang Tao, Wu Hehai. Construction and applications of topological relation among contour lines. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2004, 29(5): 438-442. [王涛,毋河海.等高线拓扑关系的构建及应用[J].武汉大学学报信息科学版,2004,29(5):438-442.]
- [13] Meng Liang, Fang Jinyun. Scan-line based contour tree generation method [J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(27): 26-27. [孟亮,方金云.基于扫描线的等高线树生成法[J].计算机工程与应用,2007,43(27):26-27.]
- [14] Zhang Linlin, Wu Fang, Wang Huilian. Representation of spatial relationships of contour lines and it's application [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2005(8): 19-22. [张琳琳,武芳,王辉连.等高线空间关系的确定及应用[J].测绘通报,2005(8):19-22.]
- [15] Liu Jianjun, Chen Jun, Wang Donghua, et al. The study of description and application of contour adjacency relationship [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2004, 33(2): 174-178. [刘建军,陈军,王东华,等.等高线邻接关系的表达及应用研究[J].测绘学报,2004,33(2):174-178.]
- [16] Hao Xiangyang. Automated capture of the heights of contours based on topology [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1997, 26(3): 247-253. [郝向阳.基于拓扑关系的等高线高程自动赋值方法[J].测绘学报,1997,26(3):247-253.]
- [17] Yue Tianxiang, Du Zhengping, Liu Jiyuan. High accuracy surface modeling and error analysis [J]. Progress in Natural Science, 2004, 14(2): 83-89. [岳天祥,杜正平,刘纪远.高精度曲面建模与误差分析[J].自然科学进展,2004,14(2):83-89.]
- [18] Yue Tianxiang, Du Zhengping, Song Dunjiang, et al. A new method of surface modeling and its application to DEM construction [J]. Geomorphology, 2007, 91(12): 161-172.
- [19] Yue Tianxiang, Song Dunjiang, Du Zhengping, et al. High accuracy surface modeling and its application to DEM generation [J]. International Journal of Remote Sensing, 2010, 31(8): 2205-2226.
- [20] Song Dunjiang, Yue Tianxiang, Du Zhengping. DEM construction from contours using YUE-HASM method [J]. Geo-Information Science, 2009, 11(3): 325-332. [宋敦江,岳天祥,杜正平.由等高线建立DEM的YUE-HASM方法研究[J].地球信息科学,2009,11(3):325-332.]
- [21] Song Dunjiang, Yue Tianxiang, Du Zhengping. DEM construction from contour lines based on regional optimum control [C]//Proceedings of the Third International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization (SO 2010), Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society, 2010(v2), 162-165.
- [22] Liu Qijing, Hu Lile, Li Xuanran. Plant diversity in Qian Yanzhou after 20 years of small watershed Treatment [J]. Acta Phytocologica Sinica, 2005, 29(5): 766-774. [刘琪璟,胡理乐,李轩然.小流域治理20年后的千烟洲植物多样性[J].植物生态学报,2005,29(5):766-774.]