

中图分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)11-1975-08

论文索引信息: 刘建磊, 冯大政. 结合核方法的选择性各向异性扩散去噪算法[J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(11): 1975-1982

# 结合核方法的选择性各向异性扩散去噪算法

刘建磊<sup>1),2)</sup>, 冯大政<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (西安电子科技大学计算机学院, 西安 710071)

<sup>2)</sup> (西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 西安 710071)

**摘要:** 在低信噪比图像噪声抑制处理中, 为了有效地保持图像边缘, 在基于多相位分层分割算法的各向异性扩散模型的基础上, 提出一个基于核方法的选择性各向异性扩散去噪算法。该算法根据图像数据的线性不可分特点, 首先利用核方法把多相位分层分割算法中的数据项从线性不可分的低维空间推广到可实现线性可分的高维特征空间, 在特征空间中实现图像分割; 然后根据分割得到的同质区域的梯度信息改进了 P-M 模型中的扩散系数; 最后, 在同质区域中采用改进的 P-M 模型平滑噪声。实验结果表明, 该算法无论在噪声去除还是边缘保持上都具较好的效果。

**关键词:** 图像处理; 图像平滑; 各向异性扩散; 核方法

## The selective anisotropic diffusion for noise reduction combining with kernel method

Liu Jianlei<sup>1),2)</sup>, Feng Dazheng<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710071 China)

<sup>2)</sup> (National Lab. of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071 China)

**Abstract:** In order to effectively preserve edges of low signal-to-noise ratio images, a kernel method-based selective anisotropic diffusion denoising algorithm is proposed. The algorithm is based on the anisotropic diffusion model of the multiphase hierarchy segmentation method. Because the image data is generally non-linearly separable, the data term of the multiphase hierarchy segmentation method is promoted from low-dimensional space to high-dimensional space by the kernel method. In the high-dimensional space the multiphase hierarchy segmentation method is applied for the image segmentation. Then, the diffusion coefficient of the P-M model is improved based on gradient information of the homogeneity region. Finally, the proposed P-M model is used to smooth noise in the homogeneity region. The experimental results show that the proposed algorithm can efficiently reduce noise while preserving edges.

**Keywords:** image processing; image smoothing; anisotropic diffusion; kernel method

## 0 引言

图像平滑是计算机视觉和图像处理中非常重要的内容。传统的各向同性扩散模型<sup>[1]</sup>对图像平滑区和边缘进行相同尺度滤波, 在抑制噪声的同时也

使图像的边缘信息变得模糊。随着迭代次数的增加边缘会变得越来越模糊, 最终整幅图像的边缘信息有可能完全消失。

近年来, 各向异性扩散技术<sup>[2-6]</sup>已经成为一个有效的工具被广泛应用到了图像处理领域, 其最大的特点是实现保边缘平滑。其中比较经典

收稿日期: 2010-10-25; 修回日期: 2011-01-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(60971111)。

第一作者简介: 刘建磊(1981—), 男, 西安电子科技大学计算机应用技术专业博士研究生, 主要研究方向为数字图像处理。E-mail: jianleiliu@mail.xidian.edu.cn。

的方法是 Perona 和 Malik 于 1990 年提出的 P-M 模型。但该模型中的扩散系数不能完全保证模型的保边缘平滑性能。Song 等人<sup>[7]</sup>将多相位分层分割算法和各向同性扩散模型相结合,提出一种基于多相位分层分割算法的各向异性扩散模型。在高信噪比图像中,该模型能得到较满意的结果;而对于低信噪比图像,去噪和保边效果不理想。这主要是因为如下原因:1) 图像数据一般是非线性可分的,在低信噪比情况下多相位分层分割方法很难精确地分割出每个同质区域。这样就会导致边缘的定位不准确,而且还会把很多噪声点误判为边缘像素点。2) 使用各向同性扩散模型平滑同质区域的噪声,则会平滑掉同质区域中的弱边缘。

根据模式可分性的 Cover 理论,在低维空间线性不可分的模式可以通过非线性函数映射到高维特征空间则可能实现线性可分。但是直接采用这种技术在高维空间进行分类,则需要确定非线性映射函数的形式、参数和特征空间的维数,更主要的是在高维特征空间运算时还存在“维数灾难”的问题<sup>[8-9]</sup>。采用核方法可以有效地解决这些问题<sup>[10]</sup>。因此,本文把核方法引入文献<sup>[7]</sup>中的多相位分层分割方法以提高同质区域的分割精度。另外,针对 P-M 模型扩散系数的缺点,本文提出一种改进的 P-M 模型。本文算法与传统的各向异性扩散方法<sup>[2-6]</sup>的主要区别有如下两点:1) 多相位图像的分割技术被应用到了本文算法中。2) 本文算法改进了 P-M 模型的扩散系数,并把改进的 P-M 模型应用到了噪声的抑制过程中。本文算法与文献<sup>[7]</sup>算法的主要区别在于本文算法利用核方法和改进的 P-M 模型从提高同质区域的分割精度和同质区域的保边缘平滑性能两个方面改进了文献<sup>[7]</sup>的算法。因此,与相关的工作<sup>[2-7]</sup>相比,本文算法的优势在于对低信噪比图像的噪声抑制效果和强、弱边缘的保持效果都更理想。

## 1 基于多相位分层分割算法的各向异性扩散模型

为了避免利用梯度算子检测边缘, Song 等人提出一个两步图像分割和平滑算法<sup>[7]</sup>。首先利用多相位分层分割算法,把噪声图像分割为多个同质子

区域;然后在每个子区域中分别使用各向同性扩散模型平滑噪声。这样就可以实现图像的各向异性平滑。

在本文中以四相位分层分割算法为例说明该模型。把图像分割为 4 个同质子区域,需要两个水平集函数  $\phi_1$  和  $\phi_2$ 。首先最小化如下能量函数

$$F(c^1, c^2, \phi_1) = \mu \cdot \int \delta(\phi_1(x, y)) |\nabla \phi_1(x, y)| dx dy + \lambda_1 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c^1|^2 H(\phi_1(x, y)) dx dy + \lambda_2 \int_{\Omega} |(u_0(x, y) - c^2)^2 (1 - H(\phi_1(x, y)))| dx dy \quad (1)$$

$$H(z) = \begin{cases} 1 & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$

是 Heaviside 函数,  $\delta(z) = \frac{d}{dz}H(z)$  是 Dirac 函数。

根据变分法和梯度下降流法最小化该能量函数得到水平集函数  $\phi_1$  满足的偏微分方程

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \delta(\phi_1) [\mu_0 \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi_1}{|\nabla \phi_1|} \right) - \lambda_1 (u_0(x, y) - c^1)^2 + \lambda_2 (u_0(x, y) - c^2)^2] \quad (2)$$

式中,  $c^1$  是  $\{\phi_1 > 0\}$  区域像素点的平均灰度值,  $c^2$  是  $\{\phi_1 < 0\}$  区域像素点的平均灰度值。当能量函数式(1)达到最小值时,得到两个分割区域  $\{\phi_1 > 0\}$  和  $\{\phi_1 < 0\}$ 。

然后分别在这两个子区域中进化水平集函数  $\phi_2$ 。与  $\phi_1$  的进化过程类似,在  $\{\phi_1 > 0\}$  的区域中,  $\phi_2$  满足

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \delta(\phi_2) [\mu_1 \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi_2}{|\nabla \phi_2|} \right) - \lambda_1 (u_0(x, y) - c_1^1)^2 + \lambda_2 (u_0(x, y) - c_2^1)^2] \quad (3)$$

式中,  $c_1^1$  是  $\{\phi_1 > 0, \phi_2 > 0\}$  区域像素点的平均灰度值,  $c_2^1$  是  $\{\phi_1 > 0, \phi_2 \leq 0\}$  区域像素点的平均灰度值。

在  $\{\phi_1 < 0\}$  的区域中,  $\phi_2$  满足

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \delta(\phi_2) [\mu_2 \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi_2}{|\nabla \phi_2|} \right) - \lambda_1 (u_0(x, y) - c_1^2)^2 + \lambda_2 (u_0(x, y) - c_2^2)^2] \quad (4)$$

式中,  $c_1^2$  是  $\{\phi_1 < 0, \phi_2 > 0\}$  区域像素点的平均灰度值,  $c_2^2$  是  $\{\phi_1 < 0, \phi_2 \leq 0\}$  区域像素点的平均灰度值。

通过对  $\phi_1$  和  $\phi_2$  的求解最终得到 4 个同质子区域,  $\{\phi_1 > 0, \phi_2 > 0\}$ 、 $\{\phi_1 > 0, \phi_2 < 0\}$ 、 $\{\phi_1 < 0, \phi_2 > 0\}$ 、 $\{\phi_1 < 0, \phi_2 < 0\}$ 。在这 4 个区域中分别使用各向同性扩散模型<sup>[1]</sup>平滑噪声, 并利用诺埃曼边界条件防止扩散越过两个区域的边界, 从而避免了边界模糊。所以, 既抑制了噪声又保持了边缘信息。然而, 图像数据是非线性可分的, 在低信噪比情况下, 多相位分层分割算法不能精确定位弱边缘像素点的位置, 并且还会容易将噪声点误判为边缘点。在这种情况下利用各向同性扩散模型抑制噪声, 不但会平滑掉弱边缘信息, 而且也会在诺埃曼边界条件的限制下把误判为边缘点的噪声点保留下来。因此, 在低信噪比情况下该模型保边和去噪效果并不理想。

## 2 基于核方法的选择性各向异性扩散算法

### 2.1 基于核方法的多相位分层分割算法

根据核方法的特征可知, 模式分类中任何计算内积的算法都可以通过核函数转到相应的核方法上<sup>[5-6, 11]</sup>。把核方法应用到多相位分层分割算法<sup>[7]</sup>中以提高强弱边缘的定位精度和降低把噪声点误判为边缘的概率。

利用非线性泛函  $G$  和核函数  $K$  把式(1)中的数据项从线性不可分的原始数据空间映射到高维可分的特征空间

$$\begin{aligned} |u_0(x, y) - c^i|^2 &= \\ \|G(u_0(x, y)) - G(c^i)\|^2 &= \\ (G(u_0(x, y)) - G(c^i))^T \cdot & \\ (G(u_0(x, y)) - G(c^i)) &= \\ G(u_0(x, y))^T \cdot G(u_0(x, y)) - & \\ G(c^i)^T \cdot G(u_0(x, y)) - & \\ G(u_0(x, y))^T \cdot G(c^i) + & \\ G(c^i)^T \cdot G(c^i) &= \\ K(u_0(x, y), u_0(x, y)) + & \\ K(c^i, c^i) - 2K(u_0(x, y), c^i) & \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $i \in \{1, 2\}$ 。把式(5)代入式(1)可得

$$\begin{aligned} F(c^1, c^2, \phi_1) &= \mu \cdot \int \delta(\phi_1(x, y)) \times \\ |\nabla \phi_1(x, y)| dx dy &+ \lambda_1 \int_{\Omega} \|G(u_0(x, y)) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(c^1)\|^2 H(\phi_1(x, y)) dx dy &+ \\ \lambda_2 \int_{\Omega} \|G(u_0(x, y)) - G(c^2)\|^2 (1 - & \\ H(\phi_1(x, y))) dx dy & \end{aligned} \quad (6)$$

式中, 不但含有水平集函数还含有区域参数变量  $c^1, c^2$ , 因此最小该能量函数需要分两步进行。在本文中 选择高斯函数 ( $K(x, z) = \exp(-\|x - z\|^2 / (2\sigma^2))$ ) 作为核函数, 这样式(5)可以简化为  $2(1 - K(u_0(x, y), c^i))$ 。

1) 固定水平集函数不变, 通过分别求式(6)关于  $c^1$  和  $c^2$  的偏微分方程可得到使该能量函数最小的区域参数变量  $c^1, c^2$  的值

$$\begin{cases} c^1 = g(c^1) = \\ \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) K(u_0(x, y), c^1) H(\phi_1(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} K(u_0(x, y), c^1) H(\phi_1(x, y)) dx dy} \\ c^2 = g(c^2) = \\ \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) K(u_0(x, y), c^1) (1 - H(\phi_1(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} K(u_0(x, y), c^1) (1 - H(\phi_1(x, y))) dx dy} \end{cases} \quad (7)$$

根据式(7)求解  $c^1, c^2$  的值, 可以通过固定点迭代来实现。具体的迭代过程如下

$$c_{n+1}^i = g(c_n^i) \quad i \in \{1, 2\}, n = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

根据式(8)迭代更新  $c^1, c^2$  的值, 式(8)的极限就是方程(7)的解。式(8)即序列  $\{c_n^i\}_{n=1, 2, \dots}^{i \in \{1, 2\}}$  收敛性, 证明的详细过程文献[11]已经给出, 有兴趣的读者可以参阅。

2) 固定区域参数  $c^1, c^2$  的值不变, 利用变分法和梯度下降流算法最小化能量函数式(6)可以得到水平集函数  $\phi_1$  满足的偏微分方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} &= \delta(\phi_1) \left[ \mu_0 \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi_1}{|\nabla \phi_1|} \right) - \right. \\ &2\lambda_1 (1 - K(u_0(x, y), c^1)) + \\ &\left. 2\lambda_2 (1 - K(u_0(x, y), c^2)) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

循环求解式(7)(9)直到能量函数式(6)达到最小值, 这时就可以得到两个分割区域  $\{\phi_1 > 0\}$  和  $\{\phi_1 < 0\}$ 。下面把核方法和水平集函数  $\phi_2$  分别应用到这两个区域, 与  $c^1, c^2$  和  $\phi_1$  的求解过程类似, 在  $\{\phi_1 > 0\}$  的区域中,  $c_1^1, c_2^1$  和  $\phi_2$  满足

$$\begin{cases} c_1^1 = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) K(u_0(x, y), c^1) H(\phi_1(x, y)) H(\phi_2(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} K(u_0(x, y), c^1) H(\phi_1(x, y)) H(\phi_2(x, y)) dx dy} \\ c_2^1 = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) K(u_0(x, y), c^1) H(\phi_1(x, y)) (1 - H(\phi_2(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} K(u_0(x, y), c^1) H(\phi_1(x, y)) (1 - H(\phi_2(x, y))) dx dy} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \delta(\phi_2) [\mu_1 \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi_2}{|\nabla \phi_2|} \right) - 2\lambda_1(1 - K(u_0(x, y), c_1^1)) + 2\lambda_2(1 - K(u_0(x, y), c_2^1))] \end{cases} \quad (10)$$

在  $\{\phi_1 < 0\}$  的区域中,  $c_1^2, c_2^2$  和  $\phi_2$  满足方程

$$\begin{cases} c_1^2 = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) K(u_0(x, y), c^1) (1 - H(\phi_1(x, y))) H(\phi_2(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} K(u_0(x, y), c^1) (1 - H(\phi_1(x, y))) H(\phi_2(x, y)) dx dy} \\ c_2^2 = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) K(u_0(x, y), c^1) (1 - H(\phi_1(x, y))) (1 - H(\phi_2(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} K(u_0(x, y), c^1) (1 - H(\phi_1(x, y))) (1 - H(\phi_2(x, y))) dx dy} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \delta(\phi_2) [\mu_1 \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi_2}{|\nabla \phi_2|} \right) - 2\lambda_1(1 - K(u_0(x, y), c_1^2)) + 2\lambda_2(1 - K(u_0(x, y), c_2^2))] \end{cases} \quad (11)$$

通过求解式(10)(11)的值就可以得到图像最终分割的同质子区域:  $\{\phi_1 > 0, \phi_2 > 0\}, \{\phi_1 > 0, \phi_2 < 0\}, \{\phi_1 < 0, \phi_2 > 0\}, \{\phi_1 < 0, \phi_2 < 0\}$ 。为了更好地实现保边缘平滑,在每个同质子区域中本文采用改进的 P-M 模型平滑噪声。

### 2.2 改进的 P-M 模型

Perona 和 Malik 利用非线性思想提出了各向异性扩散模型(P-M 模型)。从数学意义上分析,P-M 模型实际上是改进的热传导(热扩散)偏微分方程

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \text{div}[c(|\nabla I|) \cdot \nabla I] \\ I(t = 0) = I_0 \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $I_0$  表示初始图像,  $I$  表示迭代一定次数后的图像,  $\nabla t$  表示步长,同时也是扩散过程的时间信息,  $\text{div}$  和  $\nabla$  分别表示散度算子和梯度算子  $|\cdot|$  表示幅度,  $c(|\nabla I|)$  表示扩散系数。

扩散系数是一个与图像梯度信息相关的递减函数,所以它的作用是控制 P-M 模型在边缘处不进行平滑,在平坦区域进行较大程度的平滑。从而实现 P-M 模型的保边缘平滑性能。但是到目前为止对扩散系数的形式没有统一的规定,而不同的扩散系数表达式会使 P-M 模型产生差异较大的结果。因此,选取一个比较好的扩散系数,对提高 P-M 模型的性能很有帮助。

Perona 和 Malik 提出的扩散系数  $c(|\nabla I|)$  有

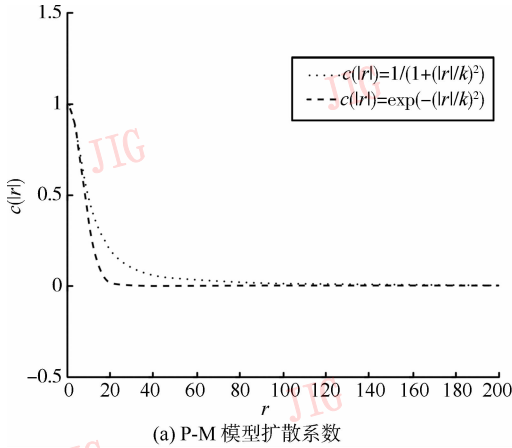
以下两种形式

$$\begin{aligned} c(|\nabla I|) &= \exp\left(-\left(\frac{|\nabla I|}{k}\right)^2\right) \\ c(|\nabla I|) &= \frac{1}{1 + (|\nabla I|/k)^2} \end{aligned}$$

式中,待定参数  $k$  为梯度门限。为了直观分析扩散系数的意义,图 1(a) 中给出了上述扩散系数的 1 维曲线图  $c(|r|)$ , 图中的  $r$  表示图像梯度信息。从图中可以看出,当梯度大于某一阈值时,扩散系数的值无限接近零而又不等于零;当梯度小于某一阈值时,扩散系数的值并不等于常数“一”而且对梯度变化极敏感。因此,在自然图像的平坦区域中,由于噪声和细节的存在,  $c(|\nabla I|) = 1$  这一条件很少能满足,从而使得 P-M 模型减缓了平滑噪声的速度。同时,要使  $c(|\nabla I|) = 0$ , 边缘处的梯度值要无穷大,这也是很难实现的,并将导致边缘被平滑。

针对 P-M 模型扩散系数的上述缺点,本文构建了一新的扩散系数,该扩散系数在梯度较小时强制使其取为常数“一”,超过某个阈值后为单调递减函数,直至到某个梯度时递减为 0,因而该扩散系数既保证了在平坦区内有较快的平滑速度,又能保证区域的边缘不会随迭代过程而逐渐平滑掉。改进的扩散系数(如图 1(b)所示)表达式为

$$c(|\nabla I|) = \begin{cases} 1 & |\nabla I| < t_1 \\ \frac{1 - \exp\left(1 - \frac{(|\nabla I| - t_1)}{(t_2 - t_1)^2}\right)}{1 - \exp(1)} & t_1 \leq |\nabla I| \leq t_2 \\ 0 & t_2 < |\nabla I| \end{cases}$$



式中,  $t_1$  和  $t_2$  是阈值。从图 1(b)中可以看出,新的扩散系数在图像梯度较小时为常数 1,这能保证 P-M 模型在同质区域中有较快的平滑速度和相同的平滑程度。并且新设计的扩散系数在某个阈值范围内单调递减到 0。这使得 P-M 模型在边缘处不进行平滑,从而有效地保持了边缘。

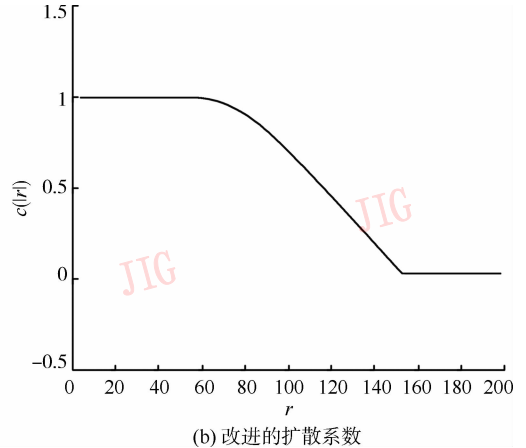


图 1 扩散系数

Fig. 1 Diffusion coefficient

为了进一步提高保边缘平滑性能,在由基于核函数的多相位分层分割算法得到的 4 个同质子区域中,分别使用改进的 P-M 模型平滑噪声。 $t_1$  和  $t_2$  的值则可以根据每个同质子区域的梯度特征自适应地获取。 $t_1$  和  $t_2$  定义为

$$\begin{cases} t_1 = m \\ t_2 = m + \sigma \end{cases} \quad (13)$$

式中, $m$  是同质子区域的梯度均值, $\sigma$  是同质子区域内全部像素的梯度相对于  $m$  的方差。根据式(13)可以自适应地选取扩散系数的梯度阈值,这种方法既可以避免人为选取阈值不当对处理结果所带来的影响,又尽可能地简化了计算。

综上所述,基于核方法的选择性各向异性扩散去噪算法的主要步骤如下:

- 1) 通过迭代求解式(7)(9)所示的方程,把图像分割为两个区域  $\{\phi_1 > 0\}$  和  $\{\phi_1 < 0\}$ 。
- 2) 利用式(10)把区域  $\{\phi_1 > 0\}$  分割为  $\{\phi_1 > 0, \phi_2 > 0\}$ 、 $\{\phi_1 > 0, \phi_2 < 0\}$  两个区域。
- 3) 利用式(11)把区域  $\{\phi_1 < 0\}$  分割为  $\{\phi_1 < 0, \phi_2 > 0\}$ 、 $\{\phi_1 < 0, \phi_2 < 0\}$  两个区域。
- 4) 在由第 2) 和 3) 步得到的 4 个同质子区域中,分别利用改进的 P-M 模型平滑噪声。

### 3 实验与分析

在本节,通过若干组实验证明本文算法的有效性。实验环境 CPU: 3.0 GHz,内存:1 GB,程序开发环境:MATLAB7.1。为了使式(9)一(11)所示偏微分方程 3 个数据项在图像分割的过程中具有相同的权重和简化计算,本文算法实验参数的取值: $\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = 2\lambda_1 = 2\lambda_2 = 1$ 。为了较好地折衷本文算法的分割性能和计算效率,迭代步长  $\nabla t$  设为 0.5,即  $\nabla t = 0.5$ 。活动曲线被初始化为符号距离函数时,位于曲线内部像素点的符号取正值,外部的取负值。噪声的添加方式是直接通过调用 MATLAB7.1 中的“imnoise”实现的,所加噪声均为均值是零的高斯噪声。

#### 3.1 实验结果

实验 1 图 2 给出了本文算法、Song Gao 算法<sup>[7]</sup>、P-M 模型和文献[5]方法(KAD 方法)对合成图像的平滑效果,图像中所含高斯噪声的方差为 0.01。为了进一步比较这 3 种算法的性能,图 2 也给出了原图像和利用这 4 种算法平滑后图像的边缘检测结果,边缘检测算子为高斯拉普拉斯(LoG)算子。从平滑结果和对应的边缘检测结果可以看出,本文

算法较好地实现了保边缘平滑, Song Gao 算法虽然保持了边缘, 但受噪声的影响, 边缘的定位并不准确。把同质区域中的很多噪声点误判为了边缘点。

P-M 模型在平滑噪声的同时, 也丢失了边缘信息。文献[5]的算法虽然有较强保边缘能力, 但平滑结果对噪声比较敏感。

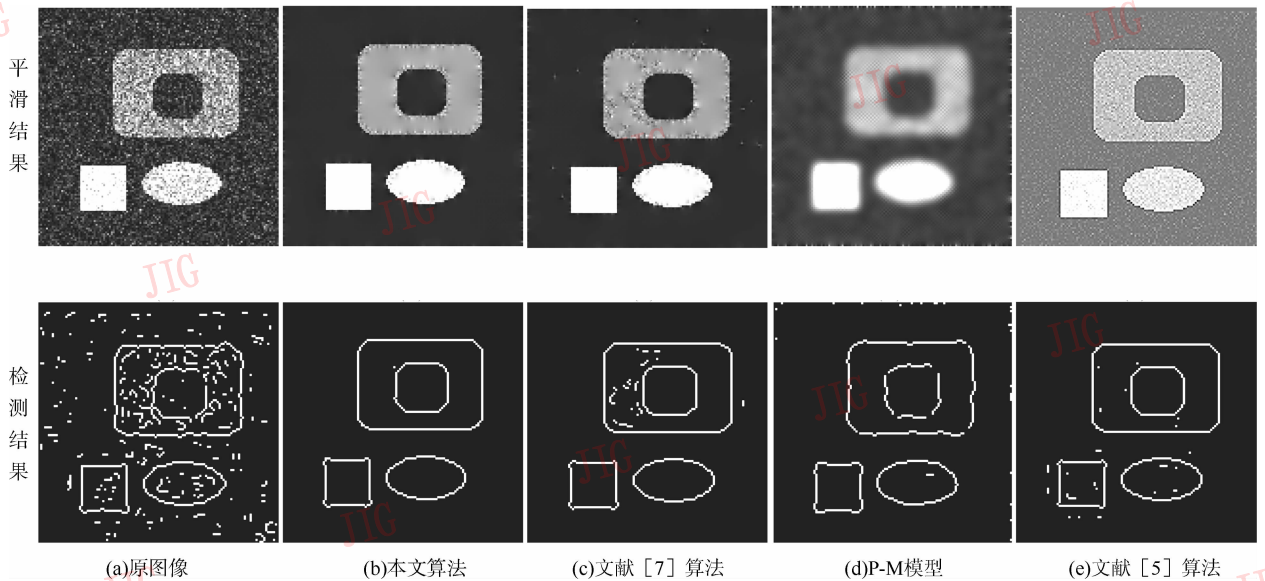


图 2 合成图像平滑结果比较

Fig. 2 Smoothing result comparison of synthetic image

实验 2 本实验通过定量比较被本文算法、Song Gao 算法、P-M 模型和文献 [5] 算法 (KAD 算法) 平滑后图像的边缘检测结果来客观评价这 4 种算法的性能。采用定位精度 FOM<sup>[6]</sup> 和正确率 (RR) 定量比较边缘检测的结果。定位精度越高说明平滑算法的保边缘能力越强, 正确率越高说明平滑算法对噪声的抑制能力越强。它们的定义如下

$$FOM = \frac{1}{\max\{N, N_d\}} \sum_{i=1}^N \frac{1}{1 + d_i^2 e}$$

$$RR = \frac{N_r}{N_d}$$

式中,  $N$  是正确边缘像素点个数,  $N_d$  是检测到的边缘像素点个数,  $N_r$  是正确边缘像素点和检测到的边缘像素点重合的个数, 也就是  $N$  和  $N_d$  重合的像素点个数,  $d_i$  是第  $i$  个检测到的边缘像素点和离该像素点最近的真正边缘像素点的距离,  $e$  是一个常数, 在本实验中设为  $1/9$ 。图 3 给出了 10 幅受不同程度高斯噪声污染 (高斯噪声的方差的变化范围为  $0.05 \sim 0.5$ ) 的合成图像的定量比较结果。采用合成图像是因为我们能精确知道合

成的正确边缘像素点的位置和个数。从实验结果 (图 3 (a) (b)) 可以看出, 本文算法无论保边性能还是平滑噪声的性能都优于另外 3 种算法, Song Gao 算法的保边性能虽优于 P-M 模型, 但在低信噪比的情况下 P-M 模型抑制噪声的能力强于 Song Gao 算法。KAD<sup>[5]</sup> 算法的边缘保持性能优于 Song Gao 算法和 P-M 模型, 但抑制低信噪比图像噪声的能力弱于这两种方法。

实验 3 为了说明本文算法的实效性, 图 4 给出了本文算法、Song Gao 算法、P-M 模型和文献 [5] 算法 (KAD 算法) 对两幅自然图像和一幅医学图像的平滑结果, 这 3 幅图像均被方差为 0.01 的高斯噪声污染。从实验结果可以看出, 本文算法对图像中的强弱边缘都有了较精确地定位, 所以在较好地抑制同质区域中噪声的同时, 也较好地保护了边缘信息。Song Gao 算法虽然一定程度上保持了边缘信息, 但由于误判率太高, 同质区域中的很多噪声并没有得到有效地抑制。P-M 模型虽然抑制了图像中的噪声, 但同时也丢失了很多图像的细节, 给后续处理带来很大麻烦。KAD 算法有效地保护了边缘, 但对噪声的抑制能力不足。

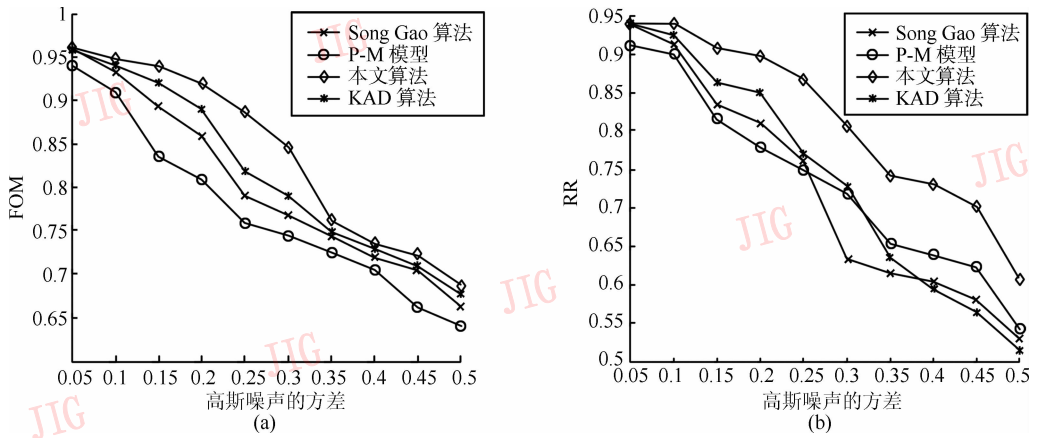


图 3 平滑结果的量化比较  
Fig. 3 Quantitative comparison of smoothing results

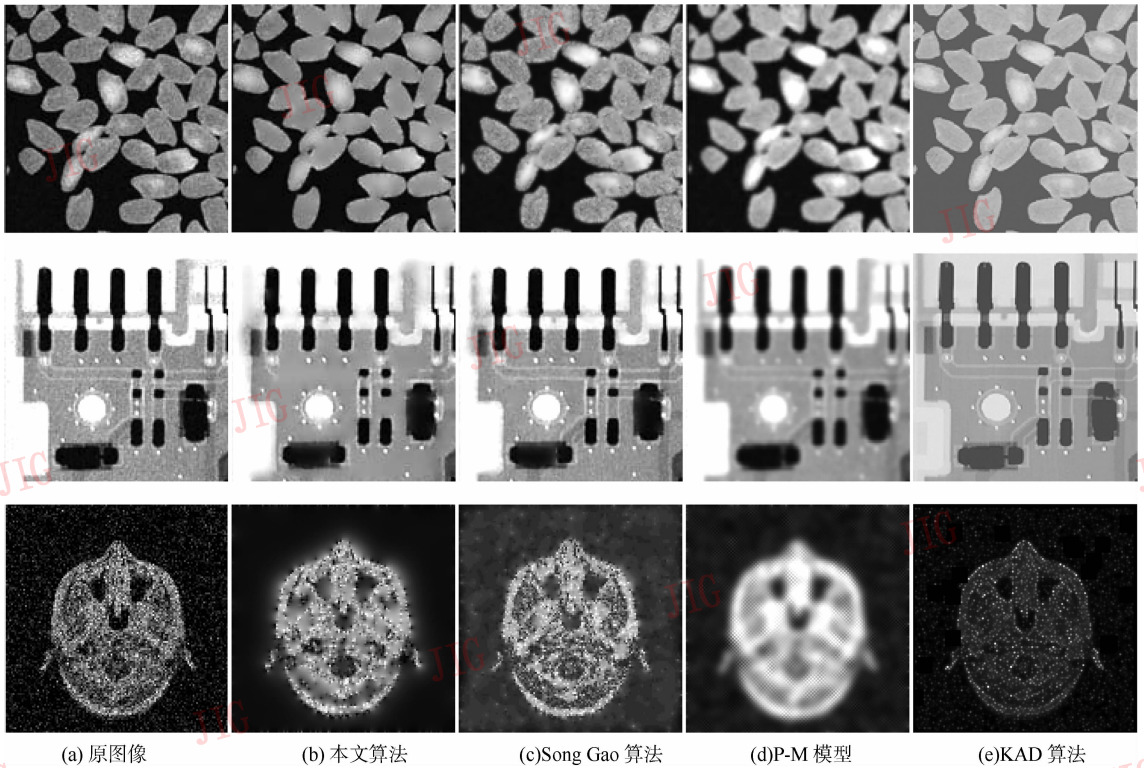


图 4 真实图像平滑结果  
Fig. 4 Smoothing result comparison of real mage

### 3.2 计算复杂度的比较分析

本文算法和文献[7]的算法一样,都分为图像分割和平滑两个阶段。在图像分割阶段由于本文算法引入了高斯型核函数,所以水平集函数的每次更新本文算法都要比文献[7]算法多计算 2 次除法。因此,在图像分割阶段本文算法的计算量比文献[7]的算法多  $2dgm$  ( $d$  是水平集函数需要迭代的次数,  $g$  是水平集函数的个数,  $m$  是图像所含像素的个

数)。在平滑阶段我们改进了 P-M 模型的扩散系数,所以改进的 P-M 模型每次迭代本文算法都比文献[7]算法多计算 1 次乘法和 1 次除法。因此,在图像平滑阶段本文算法的计算量比文献[7]的算法多  $2\bar{d}m$  ( $\bar{d}$  是改进的 P-M 模型需要迭代的次数,  $m$  是图像所含像素的个数)。综上所述,本文算法比文献[7]的算法需要多进行  $2m(dg + \bar{d})$  次运算。P-M 模型和 KAD 算法仅对图像进行平滑,所以与本文算

法和文献[7]的算法相比,它们具有更低的计算量。但综合考虑实现结果和计算复杂度,本文算法具有更好的实用性。

## 4 结 论

提出一种基于核方法的多相位分层分割算法。该算法首先根据图像数据线性不可分的特点利用核方法将在低维空间的图像数据映射到了高维特征空间,在高维空间用多相位分层方法完成分割,提高了图像的分割精度。从而提高边缘的保持能力。其次,改进了 P-M 模型的扩散系数,其中的阈值可以根据同质子区域中的梯度信息自适应的获取。将改进的 P-M 模型应用到每个同质区域平滑噪声,又进一步提高了边缘的保持能力和抑噪性能。实验结果表明,本文算法比现有的相关去噪算法具有更强的边缘保持性能和更好的平滑效果。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] Basu M. Gaussian-based edge-detection methods-a survey [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews,2002,32(3):252-260.
- [ 2 ] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,1990,12(7):629-639.
- [ 3 ] Pan Qing, Yan Guoping, Zhang Yukuan. An improved edge's orientation estimation algorithm in anisotropic high-pass filtering [J]. Journal of Image and Graphics,2008,13(6):1077-1081. [潘晴,严国萍,张玉宽. 各向异性高通滤波中一种改进型边缘方向估计算法[J]. 中国图象图形学报,2008,13(6):1077-1081.]
- [ 4 ] Bai Junqi, Chen Qian. Algorithm for infrared image noise filtering based on anisotropic diffusion [J]. Acta Optica Sinica,2008,28(5):866-869. [白俊器,陈钱. 基于各向异性扩散的红外图像噪声滤波算法[J]. 光学学报,2008,28(5):866-869.]
- [ 5 ] Yu J H, Wang Y Y, Shen Y Z. Noise reduction and edge detection via kernel anisotropic diffusion [J]. Pattern Recognition Letters, 2008,29:1496-1503.
- [ 6 ] Guo Chunhua, Wang Tongqing. Research of low signal-to-noise ratio crack noise reduction based on kernel anisotropic diffusion [J]. Acta Optica Sinica,2009,29(4):913-917. [郭春华,汪同庆. 基于核各向异性扩散的低信噪比裂纹降噪算法[J]. 光学学报,2009,29(4):913-917.]
- [ 7 ] Song G, Tien D B. Image segmentation and selective smoothing by using Mumford-Shah model [J]. IEEE Transactions on Image Processing,2005,14(10):1537-1549.
- [ 8 ] Ye Qiaolin, Ye Ning, Zhang Xunhua. Extremum decomposition based mixtures of kernels and its improvement [J]. PR&AI,2009,22(3):366-373. [叶巧林,业宁,张训华. 基于极分解下的混合核函数及改进[J]. 模式识别与人工智能,2009,22(3):366-373.]
- [ 9 ] Xu Xuesong, Song Dongming, Zhang Xu, et al. Robust linear embedding based on a kernel function [J]. Journal of Image and Graphics,2009,14(6):1141-1147. [徐雪松,宋东明,张谱,等. 基于核函数的稳健线性嵌入算法[J]. 中国图象图形学报,2009,14(6):1141-1147.]
- [ 10 ] Yuan Guanglin, Xue Mogen, Xie Kai, et al. Kernel-based particle filter for target tracking with adaptive multiple features fusion [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2009,21(12):1774-1784. [袁广林,薛模根,谢恺,等. 基于核函数粒子滤波和多特征自适应融合的目标跟踪[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2009,21(12):1774-1784.]
- [ 11 ] Mohamed B S, Amar M, Ismail B A. Effective level set image segmentation with a kernel induced data term [J]. IEEE Transactions on Image Processing,2010,19(1):220-231.