

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)08-1379-06

论文索引信息: 赵骥, 邵富群, 朱宁, 张学东. 融合边缘和区域信息的水平集矢量图像分割[J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(8): 1379-1384

# 融合边缘和区域信息的水平集矢量图像分割

赵骥<sup>1)</sup>, 邵富群<sup>1)</sup>, 朱宁<sup>2)</sup>, 张学东<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004) <sup>2)</sup>(辽宁科技大学软件学院, 鞍山 114051)

**摘要:** 在充分利用矢量图像各通道区域和边缘信息的基础上, 变分 IAC(集成活动轮廓)模型引入了非线性热方程的符号距离函数约束项, 使水平集不用耗时的重新初始化而始终保持符号距离函数的特性。对非线性热方程传导率的均衡化, 使水平集的演化分割过程快速稳定。另外, 算法改进了曲线 2 维梯度和散度算子传统离散化方式, 使梯度和散度算子保持空间旋转不变性。实验结果表明, 该方法是有用的, 提高了分割的准确性和鲁棒性。

**关键词:** 图像分割; IAC 模型; 矢量图像; 散度算子

## Level set valued-vector image segmentation with combination of boundary and region information

Zhao Ji<sup>1)</sup>, Shao Fuqun<sup>1)</sup>, Zhu Ning<sup>2)</sup>, Zhang Xuedong<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004 China)

<sup>2)</sup>(School of Software Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan 114051 China)

**Abstract:** A restriction item that is a nonlinear heat equation is attached to a variational IAC (integrated active contour) model on the basis of analysis on regions and edges information from all channels of the valued-vector image, which forces level set to maintain the signed distance function properties without the costly re-initialization. A balance function for diffusion rate of the nonlinear heat equation is introduced into this model, and therefore the level set evolution segmentation process becomes fast and stable. In addition, an efficient discretization method with spatial rotation-invariance gradient and divergence operator are proposed as numerical implementation scheme. Finally, the experiments on some images have demonstrated the efficiency, accuracy and robustness of the proposed method.

**Keywords:** image segmentation; IAC model; valued-vector image; divergence operator

## 0 引言

图像分割是图像分析的关键技术, 有效的图像分割将有利于图像检索、图像识别和对象分析等高层处理的实现<sup>[1]</sup>。在许多情况下, 单纯利用灰度信息无法从背景中提取出目标, 因此必须借助于多通

道的矢量信息, 例如色彩信息。由于矢量图像提供了比灰度图像丰富的信息, 因此矢量图像分割正受到越来越多的关注。矢量图像分割有许多种方法, Sclaroff 和 Liu 提出基于区域生长和可变形模板的彩色图像分割方法<sup>[2]</sup>, Kurugollu 等人提出多频谱 2 维直方图阈值分割法<sup>[3]</sup>, Sookpotharom 等人使用模糊 C-Mean 聚类方法<sup>[4]</sup>, 还有一些融合了多种算法和特

收稿日期: 2010-05-04; 修回日期: 2010-10-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(60775036)。

第一作者简介: 赵骥, (1974—), 男, 副教授。东北大学信息检测技术专业博士研究生, 主要研究方向为图像处理与模式识别。E-mail: zhaoji\_1974@126.com。

定理论工具的方法<sup>[5-6]</sup>。1987 年, Kass 等人提出称为 Snake 的主动轮廓模型( active contour model)<sup>[7]</sup>, Snake 模型是在由轮廓自身特征决定的内部能量和图像特征决定的外部能量共同作用下能量极小化的轮廓曲线, 可用于图像分割、运动跟踪和图像重构等领域。近年来, 主动轮廓模型因其完备的理论基础和良好的鲁棒性而备受关注。主动轮廓模型包括参数变形模型<sup>[8,9]</sup>和几何变形模型<sup>[10-11]</sup>。本文采用的是基于水平集方法的几何模型, 其数学理论基础是偏微分方程(PDEs)<sup>[12]</sup>。方程的求解过程就是图像的分割过程。

几何模型首先要为演化曲线的隐式表达选用适当形式的嵌入函数  $u(x,y)$ 。通常令  $u(x,y)$  表示平面上点  $(x,y)$  到封闭曲线  $C$  的带符号的距离函数, 如式(1)所示

$$u(x,y) = \begin{cases} +d[(x,y),C] & (x,y) \in \Omega_1 \\ -d[(x,y),C] & (x,y) \in \Omega_2 \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\pm d[(x,y),C]$  表示点  $(x,y)$  与曲线  $C$  之间的 Euclidean 距离。这一选择的优点是距离函数具有  $|\nabla u| \equiv 1$  的性质, 意味着  $u(x,y)$  的变化率处处是均匀的, 这有利于数值计算的稳定性。但演化过程中由于速度场的自然延拓将导致  $u(x,y)$  不能始终保持为符号距离函数。当  $|\nabla u|$  逐渐偏离  $|\nabla u| = 1$  的性质后, 某些局部会因为  $|\nabla u| \gg 1$  而出现尖峰或深谷, 也可能因为  $|\nabla u| \ll 1$  而出现平坦区域, 这将导致迭代过程趋向不稳定。因此, 在若干次的迭代后需进行重新初始化, 使  $u$  始终对于零水平集而言是带符号的距离函数。重新初始化通常通过式(2)的迭代实现<sup>[13]</sup>。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{sgn}(u)(|\nabla u| - 1) \quad (2)$$

目前还没有科学的方法计算重新初始化的频率, 重新初始化频率过高, 提高了时间成本, 影响分割效率, 反之, 会直接影响分割质量, 甚至导致分割失败。重新初始化的周期要根据具体对象而定, 这直接影响了算法的智能性和灵活性。本文方法是在嵌入函数的能量泛函中增加一个均衡化传导率的非线性热方程的约束项, 使  $|\nabla u|$  始终被快速稳定的拉向 1, 保持符号距离函数的特性, 完全消除耗时的重新初始化过程。

在基于水平集方法的曲线演化迭代方程中, 数值实现过程会用到梯度、散度和 Laplacian 算子, 本文改进了传统的只在水平和垂直方向有效的有限差

分离散化方法, 采用在水平、垂直和对角线方向旋转不变的梯度和散度算子的数值实现方法, 提高了分割的鲁棒性和准确性<sup>[14]</sup>。

## 1 非线性传导率均衡化 IAC 模型

### 1.1 IAC 矢量模型

C-V 模型是基于区域的图像分割方法, 但有时仅仅依靠区域信息不能达到理想的分割结果。Sagiv, Sochen 和 Zeevi 将利用边缘信息的 GAC 模型集成到基于区域信息的 C-V 模型中, 称为集成活动轮廓(IAC)模型, 其矢量能量泛函表示为<sup>[15-16]</sup>

$$E(c_+, c_-, C) = \mu \oint_C g_{\text{vector}} ds + \oint_{\Omega_1} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_1^i (I^i - c_-^i)^2 dx dy + \oint_{\Omega_2} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_2^i (I^i - c_+^i)^2 dx dy \quad (3)$$

式中, 第 1 项为闭合曲线  $C$  的弧长,  $g_{\text{vector}}$  为矢量图像的边缘停止函数; 第 2 项是曲线内部各通道的像素值与曲线内部像素均值的平方误差均值; 第 3 项是曲线外部各通道的像素值与曲线外部像素均值的平方误差均值, 也就是实际图像与假定图像区域之间的偏离程度。当曲线  $C$  达到对象的边缘时, 第 1 项、第 2 和第 3 项将同时达到最小值。引入 Heaviside 函数, 采用变分水平集方法, 将式(3)改写为

$$E(\bar{c}_+, \bar{c}_-, u) = \mu \iint_{\Omega} \delta(u) g_{\text{vector}} |\nabla u| + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_1^i \iint_{\Omega_1} (I^i - c_-^i)^2 H(u) dx dy + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_2^i \iint_{\Omega_2} (I^i - c_+^i)^2 [1 - H(u)] dx dy \quad (4)$$

式中,  $\mu, \lambda_1^i, \lambda_2^i$  为权值,  $I^i$  为各通道图像数据,  $\bar{c}_- \equiv (c_-^1, c_-^2, \dots, c_-^n)$  和  $\bar{c}_+ \equiv (c_+^1, c_+^2, \dots, c_+^n)$  分别表示  $n$  维矢量图像内外部区域的像素均值。  $H_\varepsilon(u)$  是 Heaviside 函数,  $\delta_\varepsilon$  是所选 Heaviside 函数的导数<sup>[17]</sup>。

$$H_\varepsilon(u) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2}{\pi} \arctan \frac{u}{\varepsilon} \right] \quad (5)$$

$$\delta_\varepsilon(u) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + u^2} \quad (6)$$

当  $u$  固定时,相对  $\bar{c}_-$  和  $\bar{c}_+$  最小化得

$$c_{\mp}^i = \frac{\iint_{\Omega_{\pm}} I^i dx dy}{\iint_{\Omega_{\pm}} dx dy} \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

IAC 矢量模型的梯度下降流公式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & \delta_{\varepsilon} \mu \operatorname{div} \left( g_{\text{vector}} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \\ & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_1^i (I^i - c_-^i)^2 + \\ & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_2^i (I^i - c_+^i)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

为了使 IAC 模型在对象深凹处能够正确分割,在式(8)中增加“收缩力” $c g_{\text{vector}}$ ,可加快曲线在平坦区域向内部收缩的速度<sup>[11]</sup>,其中  $c$  为常速度项,改进的模型为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & \delta_{\varepsilon} \mu \left[ \operatorname{div} \left( g_{\text{vector}} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + c g_{\text{vector}} \right] - \\ & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_1^i (I^i - c_-^i)^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_2^i (I^i - c_+^i)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

IAC 矢量模型综合了矢量图像的边缘和区域信息,提高了该算法的普适性和准确性。

### 1.2 增加了均衡化约束项的 IAC 矢量模型

增加约束项的嵌入函数泛函公式为

$$E = \mu E_{\alpha} + E_{\beta} \quad (10)$$

式中,  $\mu > 0$  为权值,  $E_{\beta}$  表示 IAC 模型的泛函,  $E_{\alpha}$  表示约束项, Li 等人提出的强迫项是<sup>[18]</sup>

$$E_{\alpha} = \iint_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla u| - 1)^2 dx dy \quad (11)$$

它的梯度下降流为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left[ \left( 1 - \frac{1}{|\nabla u|} \right) \nabla u \right] \quad (12)$$

式(12)是非线性热方程,其传导率函数为  $\beta = \left( 1 - \frac{1}{|\nabla u|} \right)$ ,当  $|\nabla u| > 1$  时,  $\beta > 0$ ,“热量”正向传输,使  $|\nabla u|$  减小并趋向 1;当  $|\nabla u| < 1$  时,  $\beta < 0$ ,使  $|\nabla u|$  增大且趋向 1。图 1(a)显示了  $|\nabla u|$  与传导率  $\beta$  之间的关系,可以看出,在  $|\nabla u| > 1$  与  $|\nabla u| < 1$  两侧的传导率是不均衡的,纠偏的效果是不稳定的,会出现欠纠或过纠的情况。本文引入均衡化函数

$$L(\beta) = \frac{2}{\pi} \left( \arctan \frac{\beta}{k} \right) \quad (13)$$

式(13)中,  $\beta$  为非线性热方程的传导率,  $k$  表示函数从  $-1$  到  $+1$  的变化快慢,如图 1(b)所示。

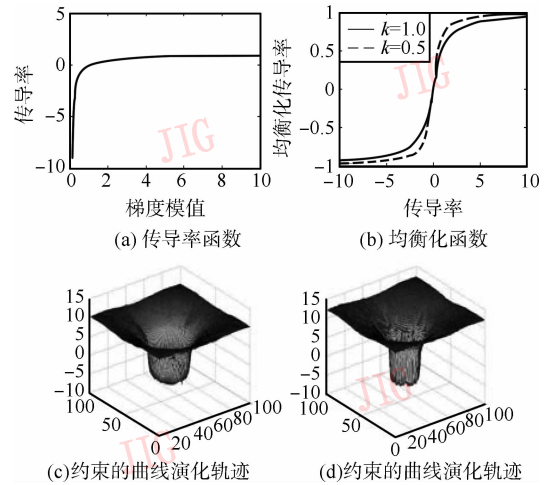


图 1 传导率函数与传导率均衡化函数

Fig. 1 Diffusion rate function and balance function

当  $k = 1.0$  时,图 1(c)采用文献[18]的方法每 20 次迭代绘制的零水平集的曲线演化轨迹,图 1(d)采用本文改进的方法每 20 次迭代绘制的零水平集的曲线演化轨迹。通过两图轨迹的对比表明,改进方法的曲线演化速度要快于文献[18]的方法,这样可以减少分割算法的迭代次数和提高演化速度。

改进后的曲线演化方程是

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & \mu \left\{ \operatorname{div} [L(\beta) \nabla u] + \delta_{\varepsilon} \left[ \operatorname{div} \left( g_{\text{vector}} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. c g_{\text{vector}} \right] - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_1^i (I^i - c_-^i)^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_2^i (I^i - c_+^i)^2 \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

引入传导率均衡化函数,使非线性热方程的正向和逆向传导率均衡稳定,并且都趋近于 1,使  $|\nabla u|$  始终被稳定准确的拉向 1,保持符号距离函数的特性,最终提高了曲线演化的效率和准确性。

### 1.3 改进 IAC 矢量模型的数值实现

边缘停止函数  $g(z) = \frac{1}{[1 + (z/r)^2]}$  中的参数  $r = 100$ ,本文的方法时间步长  $\tau$  的选择要比传统的迎风方案的步长大,  $\tau$  可以取 0.1, 5 到 100。如果  $\tau$  选择过大,分割曲线可能越过图像边缘,而且过大的时间步长有时反而会增加迭代的次数,  $\tau$  的选择根据具体实验而定。参数  $\mu$  用以控制约束项作用的相对大小,  $\mu$  取得过大也会驱使演化曲线穿透对象边界。式(6)中  $\delta_{\varepsilon}$  的  $\varepsilon = 1.0$ ,式(14)中  $\lambda_1^i = \lambda_2^i =$

1.2,符号距离函数  $u_0(x, y)$  通常选择  $u_0 > 2\varepsilon$ ,算法中设定在曲线的内部取  $u_0 = -6$ ,外部取  $u_0 = +6$ . Gaussian 预平滑函数的参数  $\sigma = 1.2$ . 常数速度  $c$  应适当选择,选择过小减慢演化速度,增加迭代次数;选择过大会直接穿透对象边界导致演化失败.  $\frac{\partial u}{\partial t}$  的离散化本文选用的是前向的有限差分格式,在数学上梯度和散度算子是旋转不变量,本文算法梯度和散度算子在  $\theta = K\left(\frac{\pi}{4}\right) (K \in \mathbf{Z})$  方向保持旋转不变性. 其中散度算子的“半点”离散化表示如图 2 所示. 均衡化非线性热方程约束项的旋转不变散度算子离散化公式为

$$\text{div}[L(\beta) \nabla u] = \lambda \text{div}[L(\beta) \nabla u]_{K\frac{\pi}{2}} + (1 - \lambda) \text{div}[L(\beta) \nabla u]_{(2K-1)\frac{\pi}{4}} \quad (15)$$

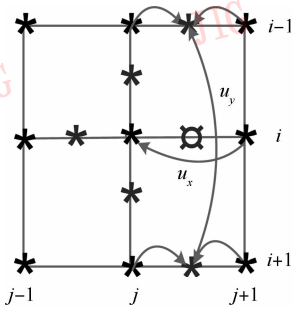


图 2 散度算子的“半点”离散化

Fig. 2 Half-point discretization for divergence operator

对于二值图像(图 3),当  $\lambda = 0.40999$  时,可以保持水平、垂直和对角线方向旋转不变性. 式(15)的离散化数值表达式为

$$\begin{aligned} \text{div}[L(\beta) \nabla u] \approx & \lambda [L(\beta)_{i,j+1/2}^n u_{i,j+1}^n + L(\beta)_{i,j-1/2}^n u_{i,j-1}^n + \\ & L(\beta)_{i+1/2,j}^n u_{i+1,j}^n + L(\beta)_{i-1/2,j}^n u_{i-1,j}^n - \\ & L(\beta)_{i,j+1/2}^n + L(\beta)_{i,j-1/2}^n + L(\beta)_{i+1/2,j}^n + \\ & L(\beta)_{i-1/2,j}^n] + \frac{1-\lambda}{2} [L(\beta)_{i+1/2,j+1/2}^n \times \\ & u_{i+1,j+1}^n + L(\beta)_{i-1/2,j-1/2}^n u_{i-1,j-1}^n + \\ & L(\beta)_{i-1/2,j+1/2}^n u_{i-1,j+1}^n + L(\beta)_{i+1/2,j-1/2}^n \times \\ & u_{i+1,j-1}^n - L(\beta)_{i+1/2,j+1/2}^n + L(\beta)_{i-1/2,j-1/2}^n + \\ & L(\beta)_{i-1/2,j+1/2}^n + L(\beta)_{i+1/2,j-1/2}^n] \quad (16) \end{aligned}$$

式中

$$L(\beta)_{i,j\pm\frac{1}{2}} = L\left(1 - \frac{1}{|\nabla u|_{i,j\pm\frac{1}{2}}}\right)$$

$$L(\beta)_{i\pm\frac{1}{2},j} = L\left(1 - \frac{1}{|\nabla u|_{i\pm\frac{1}{2},j}}\right)$$

$$L(\beta)_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} = L\left(1 - \frac{1}{|\nabla u|_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}}\right) \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\nabla u|_{i,j\pm\frac{1}{2}}} &= \left[ (u_{i,j\pm 1} - u_{i,j})^2 + \frac{(u_{i+1,j\pm 1} - u_{i-1,j\pm 1})^2 + (u_{i+1,j} - u_{i-1,j})^2}{8} \right]^{-\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{|\nabla u|_{i\pm\frac{1}{2},j}} &= \left[ (u_{i\pm 1,j} - u_{i,j})^2 + \frac{(u_{i\pm 1,j+1} - u_{i\pm 1,j-1})^2 + (u_{i,j+1} - u_{i,j-1})^2}{8} \right]^{-\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{|\nabla u|_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}} &= \left[ \frac{(u_{i,j+1} - u_{i,j})^2 + (u_{i\pm 1,j+1} - u_{i\pm 1,j})^2}{8} + \frac{(u_{i\pm 1,j} - u_{i,j})^2 + (u_{i\pm 1,j+1} - u_{i\pm 1,j})^2}{8} \right]^{-\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{|\nabla u|_{i\pm\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} &= \left[ \frac{(u_{i,j-1} - u_{i,j})^2 + (u_{i\pm 1,j-1} - u_{i\pm 1,j})^2}{8} + \frac{(u_{i\pm 1,j} - u_{i,j})^2 + (u_{i\pm 1,j-1} - u_{i\pm 1,j})^2}{8} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (18) \end{aligned}$$

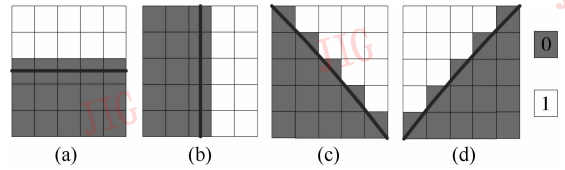


图 3 二值图像的垂直和对角边缘

Fig. 3 Vertical, horizontal and diagonal edges of the binary image

由于散度算子中含有  $L(\beta)$ ,在有限差分近似中,它在 8 个“半点”位置上的取值是变化的,因此不能用一个参数  $\lambda$  使散度算子保持旋转不变性,但可以选择一个合理的参数  $\lambda$ ,使得式(15)的离散化比采用 4 邻接点的方法优越,合理的考虑是使“主方向”贡献占优,即  $\lambda > (1 - \lambda)/2$ ,例如,取  $\lambda = 1/2$ .

图 4 显示采用半点离散化方法对一简单合成图像的分割过程. 图 4(d) 的分割结果显示,此方法对对象的直边、曲边、内边、外边和凹边都有很好的分割效果,且分割结果与初始化曲线的位置无关. 此方法具有很高的精确性和鲁棒性.



(a) 原始图像 (b) 散度算子 (c) 初始轮廓 (d) 分割结果

图 4 简单合成图像的分割

Fig. 4 Simple synthetic image segmentation

## 2 实验结果

提出的改进算法成功的应用在医学矢量图像和彩色图像的分割中。在实验中,水平集演化函数采用统一的初始参数,对于零水平集曲线,曲线的内部设为  $-6$ ,曲线的外部设为  $+6$ 。

图 5(b)–(d)分别显示 C-V 模型、GAC 模型和本文方法对“念珠菌显色培养基”图像的分割结果,其中参数  $\mu = 50$ ,时间步长  $\tau = 100$ ,常速度项  $c = 300$ 。实验结果表明,C-V 和 GAC 模型不能实现正确的分割,如图 5(b)(c)。本文方法对弱边缘有很好的鲁棒性,可以实现正确的分割,如图 5(d)所示。

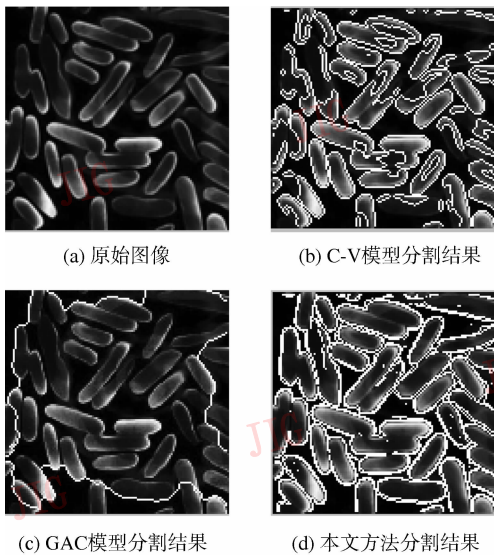


图 5 不同分割方法的比较

Fig. 5 Different segmentation methods comparison

表 1 中比较了传统的 IAC 模型方法(每 50 次迭代进行一次重新初始化)、Li Chunming 的方法与本文提出的方法对图 5(a)进行分割的效率。实验结果表明,改进的算法可以用较少的迭代次数和分割时间达到较好的分割效果。

表 1 不同方法分割效率的比较

Tab. 1 Comparison between different methods

分割方法	参数				
	$\mu$	$c$	$\tau$	迭代次数/次	分割时间/s
传统 IAC 模型	-	3.0	0.01	1 300	48.05
Li Chunming 方法	50	300	100	270	7.37
本文改进方法	50	300	100	130	2.22

注:本表中的实验数据是在 CPU:AMD3600+,RAM:2GB 的硬件环境,Window XP 操作系统下 MATLAB R2009a 运行所得

图 6 显示了一个  $100 \times 100$  像素的月球图像采用本文方法分别在  $c = 0, 30, 60$  和  $100$  时的分割结果,其中参数  $\mu = 250, \tau = 50$ 。图像边缘部分是模糊的,当  $c = 0$  时,分割结果与传统 GAC 模型算法的分割结果相近,如图(c)所示;当  $c = 30$  时,模糊边缘不能被正确分割,如图(d)所示;当  $c = 60$  时,模糊边缘被正确分割,如图(e)所示;当  $c = 100$  时,模糊边缘被穿透,出现边缘断裂,如图(f)所示,可见,常速度项  $c$  的选择应根据具体实验而定。实验的分割结果表明,常速度项  $c$  的选择直接影响算法对模糊边缘的辨别和分割能力。

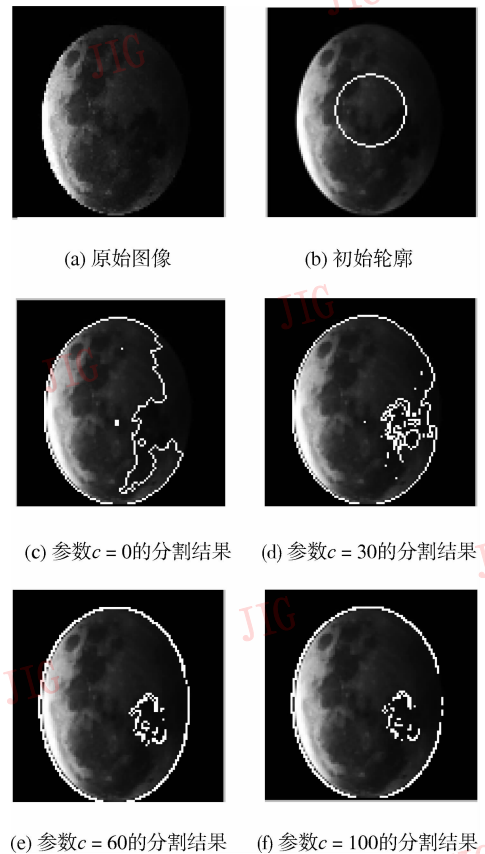


图 6 本文方法的分割效果(当  $c = 0, 30, 60$  和  $100$ )

Fig. 6 Segmentation results by the proposed method with  $c = 0, 30, 60$  and  $100$

## 3 结论

提出一种改进的免重新初始化变分水平集 IAC 模型方法,该方法不仅可以完全消除曲线演化过程中耗时的重新初始化,而且可以大大提高分割效率。本文采用水平、垂直和对角线方向旋转不变的梯度

和散度算子数值离散化实现方案,增强了算法对矢量图像弱边缘分割的鲁棒性,提高了分割的准确性和分割轮廓的平滑性。本文算法对受到强噪声污染的图像的分割效果不是很理想。算法中参数的选取与图像的质量和分割对象的特性相关,今后应重点研究如何自适应的选取参数,提高算法的智能性。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] Haralick R, Shapiro L. Image segmentation techniques [J]. *Journals of Computer Vision Graphics and Image Processing*, 1985, 29(1):100-132.
- [ 2 ] Sclaroff S, Liu L. Deformable shape detector and description via model-based grouping [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, 23(5): 475-489.
- [ 3 ] Kurugollu F, Sankur B, Harmanci A E. Color image segmentation using histogram multithresholding and fusion [J]. *Image and Vision Computing*, 2001, 19(13):915-928.
- [ 4 ] Sookpoharom S. Border detection of skin lesion images based on fuzzy C-means thresholding [C]//*International Conference on Genetic and Evolutionary Computing*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2009:777-780.
- [ 5 ] Zhang Rongguo, Liu Xiaojun, Wang Yanyan, et al. Deformable boundary extraction scheme based on active contour model and wavelet multi-scale analysis [J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 19(11):2511- 2514. [张荣国, 刘小君, 王艳艳, 等. 主动轮廓小波多尺度变形边缘提取方法 [J]. *系统仿真学报*, 2009, 19(11):2511- 2514. ]
- [ 6 ] Celebi M E, Kingravi H A, Lee J K. Fast and accurate border detection in dermoscopy images using statistical region merging [C]//*Proceeding of SPIE Medical Imaging*, Bellingham, USA: Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2007, (2): 17-22.
- [ 7 ] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes-active contour models [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1987, 1(4): 321-331.
- [ 8 ] Xu C Y, Prince J L. Snakes, shapes, and gradient vector flow [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 359-369.
- [ 9 ] Wang Changjun, Zhu Shanan. Statistical model and GVF-snake based color targets detection and tracking [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2006, 11(1):13-18. [王长军, 朱善安. 基于统计模型和GVF-snake的彩色目标检测与跟踪 [J]. *中国图象图形学报*, 2006, 11(1):13-18. ]
- [ 10 ] Chan T F, Vese L A. Active contours without edges [J]. *IEEE Transactions on image processing*, 2001, 10(2):266-277.
- [ 11 ] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(1):61-79.
- [ 12 ] Sethian J A. *Numerical Methods for Propagating Fronts*, in *Variational Methods for Free Surface Interfaces* [M]. New York: Springer-Verlag, 1987.
- [ 13 ] Osher S, Fedkiw R. *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces* [M]. New York: Springer-Verlag, 2002.
- [ 14 ] Aubert G, Kornprobst P. *Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations* [M]. New York: Springer-Verlag, 2002.
- [ 15 ] Sagiv C, Sochen N A, Zeevi Y Y. Integrated active contours for texture segmentation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(6):1633-1646.
- [ 16 ] Chan T F, Sandberg B Y, Vese L A. Active contours without edges for vector-valued images [J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2000, 11:130-141.
- [ 17 ] Zhao HK, Chan T, Merriman B, et al. A variational level-set approach to multiphase motion [J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 127:179-195.
- [ 18 ] Li C M, Xu C Y, Gui C F, et al. Level set evolution without re-initialization: a new variational formulation [C]//*IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2005, 1(1): 430-436.