

中图法分类号: TP391.4 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)07-1170-08

论文索引信息: 陈可, 范影乐, 李轶. 双稳态随机共振机制及其在图像复原中的应用 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(7): 1170-1177

双稳态随机共振机制及其在图像复原中的应用

陈可¹⁾, 范影乐¹⁾, 李轶^{1),2)}

¹⁾ (杭州电子科技大学生物医学工程与仪器研究所, 杭州 310018)

²⁾ (浙江大学生物医学工程与仪器科学学院, 杭州 310027)

摘要: 强噪声背景下的图像复原对于改善目标图像的视觉效果, 提高后续图像分析或处理的性能起着关键性作用。首先研究双稳态非线性系统的随机共振非周期响应; 然后通过多方向 Hilbert 扫描法, 在保持图像像素空间相关性的基础上, 将 2 维灰度图像转换为多个 1 维非周期信号序列; 最后利用双稳态系统、图像信号以及噪声之间的随机共振协同作用, 实现强噪声背景灰度图像的复原。实验结果表明, 随机共振复原方法在较好地重现图像细节的同时, 能有效抑制图像中的噪声; 尤其在低信噪比情形下, 本文方法在信噪比改善程度与灰度层次感上, 要明显优于传统图像复原方法。

关键词: 图像复原; 双稳态系统; 随机共振; Hilbert 扫描

Bistable stochastic resonance mechanism and its application to the image restoration

Chen Ke¹⁾, Fan Yingle¹⁾, Li Yi^{1),2)}

¹⁾ (Institute of Biomedical Engineering and Instrument, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018 China)

²⁾ (College of Biomedical Engineering and Instrument Science, Zhejiang University, Hangzhou 310027 China)

Abstract: The restoration of the image with strong noise has been playing a key role in improving the visual effects of the image, furthermore, enhancing the performance of the image analysis or processing. This paper studied the aperiodic response of the stochastic resonance in the bistable nonlinear system. Then, by using of the multi-directional Hilbert scanning method, the two-dimensional gray image was converted to several one-dimensional and aperiodic signal sequences, which maintained the space correlation of the image pixels. Finally, the restoration of the gray image with strong noise was achieved by using the stochastic resonance synergy of the bistable system image signals and noise. The experimental results showed that the image restoration method based on the stochastic resonance could effectively suppress the noise and make the image recurrent well in detail. Especially in the low SNR cases, this method was obviously superior to the traditional methods of image restoration in the aspects of the SNR improvement and gray hierarchy.

Keywords: image restoration; bistable system; stochastic resonance; Hilbert scan

0 引言

对被强噪声污染的图像进行重建或复原处理,

是图像分析和理解的前期重要环节。目前图像噪声滤波算法主要包括空间滤波复原方法^[1]、维纳滤波算法^[2]以及基于 Markov 随机场的方法^[3]等, 这些方法能够充分利用图像退化的先验知识消除噪声, 最

收稿日期: 2010-03-12; 修回日期: 2010-07-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(60872090)。

第一作者简介: 陈可(1987—), 女。模式识别与智能系统专业硕士研究生, 主要研究方向为数字图像处理, 神经信息学。

E-mail: cybil-chenke@163.com。

通讯作者: 范影乐, E-mail: fan@hdu.edu.cn。

终取得的复原结果能够很好地逼近未被噪声污染的图像。但是由于关于图像退化过程信息的匮乏,很难准确地估计出模型参数,因此对图像退化过程建立精确的模型是十分困难的。另外,这些方法都只是把噪声作为图像数据的一种干扰而加以消除,滤除噪声的基本依据是噪声有害的假设,根据有用信号和噪声的不同特征,在将噪声滤除的同时尽可能地保留图像中的有用信号。这种分而治之的方法在恢复高信噪比图像时取得了很好的效果,但是在强噪声背景下,噪声与有用信号的特征差异很细微,经典滤波复原方法受到了极大约束。

意大利学者 Benzi 提出的随机共振理论,揭示在非线形系统中,当特定强度的噪声参与情况下,噪声能量能够部分转化为信号能量,从而提高系统响应的信噪比。上述随机共振机制在弱信号的检测和传输中得到了广泛应用^[4-5],并且其应用范围逐渐扩大到数字图像处理领域^[6],例如,Enrico 等人的实验结果显示,人类的视觉系统具有随机共振的特性;Marks 等人研究了阈值系统在图像增强方面的应用,发现在阈值系统中存在着某个优化的噪声强度,能够使得含噪图像具有最佳的视觉效果^[7];Hongler 等人的研究则表明,视觉系统中随机共振的存在有助于图像的边缘检测^[8],这些结果都为图像的滤波复原提供了新思路。

当前,基于随机共振的图像滤波去噪方法研究较多的是基于阈值系统的图像增强方法^[9],这些方法通过选择合适的阈值,并向阈值系统加入适量的噪声来改善图像质量,使得图像更加容易被人的主观感受所接受。但是,在阈值系统中,随机共振状态下得到的复原结果仅仅在统计意义上达到最佳,即最佳的复原结果只有在对大量输出图像进行叠加取平均后才能获得,而且复原图像质量的改善程度有限。为此,一些研究人员尝试采用随机共振响应更为理想的双稳态系统来取代阈值系统增强图像信号^[10]。但目前在上述研究中,双稳态系统的信号跃迁变化规律局限于二值图像,且采用行列扫描方式来实现图像的降维。因此,本文首先研究了双稳态系统对于幅值连续信号的随机共振复原响应,为多阶灰度图像的复原奠定了理论基础;然后结合 Hilbert 扫描法实现图像降维,保证了图像像素在空间上的相关性,从而有利于双稳态系统、像素信号以及噪声之间的协调关系。本文方法较好地克服了传统随机共振技术的局限性,并充分发挥了随机共振利用噪声增强弱信号的特点,相对于传

统的滤波图像复原方法,新方法鲁棒性好,最终复原图像的判断误差小。

1 基本原理

研究随机共振机制的经典非线性模型为双稳态系统模型,该系统可以由如式(1)所示的非线性朗之万(Langevin)方程来描述:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^3 + f(t) + \xi(t) \quad (1)$$

式中, a 、 b 为正数, $f(t)$ 为输入信号, $\xi(t)$ 为高斯白噪声。 $\xi(t)$ 满足

$$\langle \xi(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(t)\xi(0) \rangle = 2D\delta(t) \quad (2)$$

式中, D 表示噪声强度,为无量纲(arb. units)参数; $\delta(t)$ 表示冲激函数。

对双稳态系统模型进行积分,可得系统的势函数

$$U(x) = -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4 - x(f(t) + \xi(t)) \quad (3)$$

则式(1)可进一步由势函数 $U(x)$ 来描述,即

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{dU(x)}{dx} \quad (4)$$

$U(x)$ 描述了由双势阱和单势垒所组成的双稳态系统。当输入信号 $f(t)$ 的幅值和 $\xi(t)$ 的噪声强度为零时, $U(x)$ 表现为对称的双势阱,分别对应着系统的两个稳定状态,如图1(a)所示。图(b)表示了双稳态系统在外加信号的驱动下势函数形状的变化,此时双

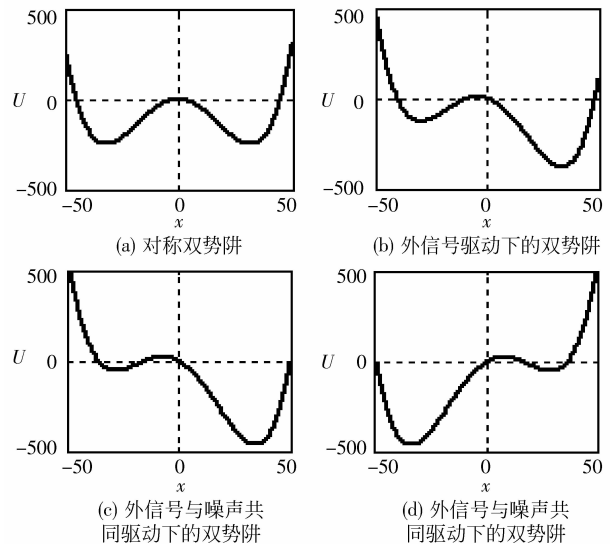


图1 双稳态响应示意图

Fig. 1 Diagrams of bistable responses

稳态系统双势阱的对称性被打破,在这种情况下,质点在系统中进行振荡运动,然而质点获得的能量不足以在两个势阱之间实现往复跃迁。图(c)(d)表示一定强度噪声的引入为质点越过势垒提供了必要能量,此时,在外加信号和噪声的共同驱动下,系统的不对称性得到进一步加强,使得质点能够轻易地在系统的双势阱之间跃迁。上述实验表明,对双稳态系统的输入信号叠加一定强度的噪声,有利于质点在不同状态间进行跃迁,可表现为系统对输入信号的响应增强。以上现象可归纳为信号、噪声与非线性系统协同作用的结果,而该协同作用有利于提高系统输出信号的质量,这也是随机共振的基本原理。

图 2 以二值非周期信号进行仿真,图 2(c)的输出波形能够很好复原被噪声污染的非周期二值信号,这也是将双稳态随机共振方法应用于含噪二值图像复原的理论基础^[10]。对双稳态系统的输入信号进行拓展,以幅值连续的非周期信号作为研究随机共振机制的仿真对象,如图 3(b)所示。双稳态系统的输出信号如图 3(c)所示,可看出系统输出波形能够较好地跟随原始非周期信号变化,这说明对于幅值连续的非周期信号,双稳态系统的随机共振现象依旧存在。因此,在此基础上,视灰度图像为具有多个幅值级数的非周期信号,从而将双稳态随机共振方法应用于含噪灰度图像复原。

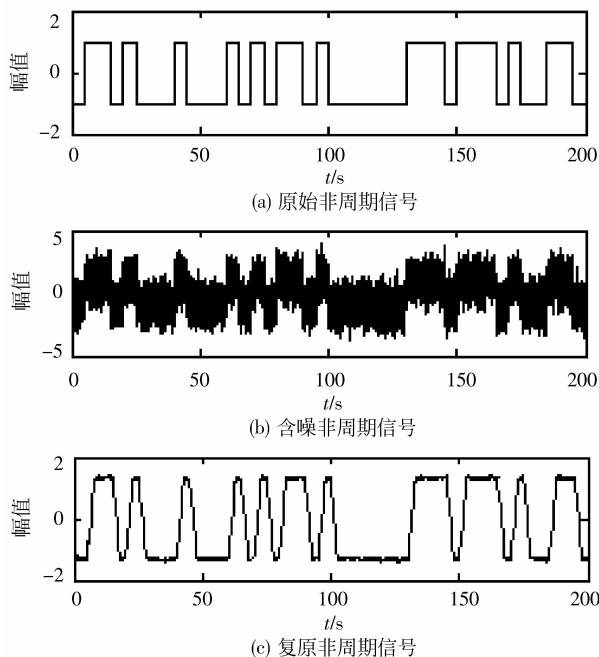


图 2 双稳态系统二值非周期响应

Fig. 2 Aperiodic and binary response of bistable system

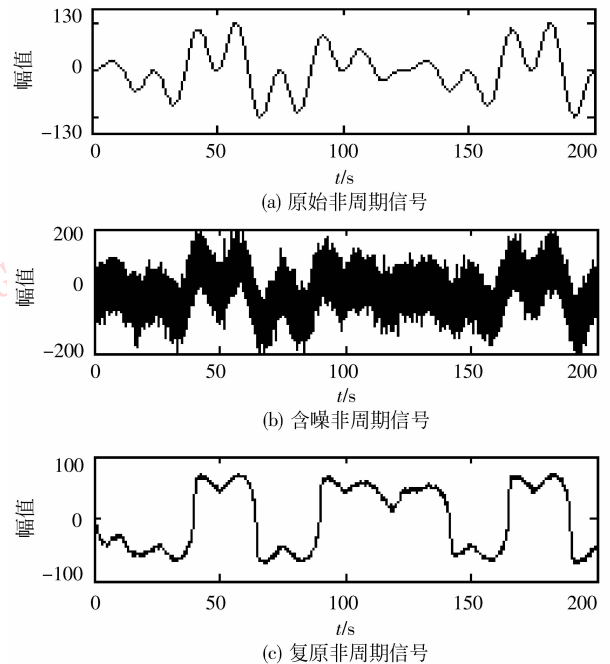


图 3 双稳态系统连续非周期响应

Fig. 3 Aperiodic and continuous response of bistable system

2 灰度图像复原算法

2.1 评价方法

图像复原的目的是复原退化图像,使复原结果尽量接近原始图像,因而需要一个客观评价指标来检定图像复原的质量。采用信噪比改善因子 $R^{[11]}$ 作为图像复原结果的定量评价指标,其单位为 dB,定义为

$$R = 10 \lg \left(\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (P_{i,j} - I_{i,j})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (J_{i,j} - I_{i,j})^2} \right) \quad (5)$$

式中,图像的大小为 N 行 M 列, $I_{i,j}$ 表示原始图像第 i 行第 j 列像素的灰度值, $J_{i,j}$ 表示含噪图像第 i 行第 j 列像素的灰度值, $P_{i,j}$ 表示复原输出图像第 i 行第 j 列像素的灰度值。 R 达到负值,表明复原后含噪图像中的噪声被抑制, R 值越低复原效果越好。

2.2 Hilbert 扫描

考虑到仿真的高效性,目前关于双稳态系统非周期随机共振响应的研究,主要针对 1 维信号。因此,在对含噪图像复原过程中,首先需要将 2 维图像进行空间降维。

对含噪图像进行扫描可采用较为简单的行列扫

描法^[10],但该方法只利用了2维图像在一个方向上的相关性,在更深层次的图像像素关联性上,不可避免地会存在较大的信息丢失。因此,有必要寻找更能表达图像空间相关性的扫描方式。德国数学家 Hilbert 发现了这样一种可以填满整个单位正方形的分形曲线,称为 Hilbert 曲线^[12],如图4所示。Hilbert 扫描曲线恰好弥补了行列扫描的不足,增强了扫描序列中元素之间的关联性,因此,本文采用 Hilbert 扫描法将2维含噪图像转换成1维像素序列。

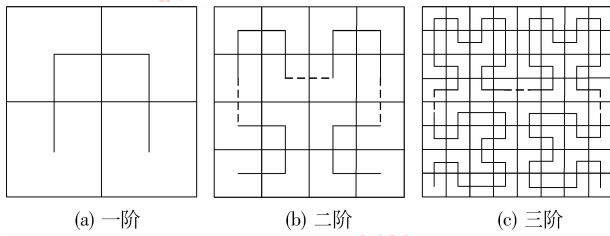


图4 Hilbert 曲线
Fig. 4 Hilbert curve

Hilbert 曲线产生过程如下:一边未封闭的矩形覆盖 2×2 区域构成一阶 Hilbert 曲线,如图4(a)所示;将图4(a)放置于 4×4 区域的左上角和右上角,图4(a)分别顺时针、逆时针旋转 90° ,放置于该区域的左下角和右下角,补3条线段将其连接,构成了覆盖 4×4 区域的二阶 Hilbert 曲线,如图4(b)所示;三阶 Hilbert 曲线由图4(b)按照以上步骤构成,以此类推,生成 Hilbert 曲线。

2.3 算法步骤

由于灰度图像存在较强的像素空间结构特性,并且为了减小判别误差,提高最终输出图像的质量,需要通过 Hilbert 扫描方法对2维图像实现多方向扫描,以获取不同1维信号作为输入信号,由判别器对不同的输出信号进行择优选取。本文从复原方法的高效率 and 低复杂度出发,选择两个方向对含噪图像进行 Hilbert 扫描,以下简称 0° Hilbert 扫描和 180° Hilbert 扫描,其中 0° Hilbert 扫描是图像位置保持不变的情况下实现 Hilbert 扫描; 180° Hilbert 扫描是将图像逆时针旋转 180° 进行 Hilbert 扫描。上述两种扫描方法分别得到1维序列 $S_1 = [s_1(1), s_1(2), \dots, s_1(N \times M)]$ 和 $S_2 = [s_2(1), s_2(2), \dots, s_2(N \times M)]$;然后,考虑到双稳态系统的双极性,本文将序列 S_1 和 S_2 的像素取值范围由 $[0, 255]$ 映射到

$[-128, 127]$,将映射后的序列 S_1 和 S_2 分别通过式(1)所示的双稳态系统,得到序列 $T_1 = [t_1(1), t_1(2), \dots, t_1(N \times M)]$ 和 $T_2 = [t_2(1), t_2(2), \dots, t_2(N \times M)]$;再根据 Hilbert 扫描的逆过程,将1维序列 T_1 恢复成2维阵列,得到 $P_1 = \{p_1(i, j) | i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, M\}$;与序列 T_2 对应的输入信号是2维图像进行 180° Hilbert 扫描得到的,所以,在序列 T_2 实现 Hilbert 扫描逆过程的基础上,需对得到的2维阵列进行 180° 顺时针旋转,得到 $P_2 = \{p_2(i, j) | i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, M\}$ 。 P_1 和 P_2 反映了图像信号经过双稳态系统后的随机共振响应,因此,本文选取两者对应位置的较大值,以增强随机共振效果。此时可认为噪声向图像弱信号进行了较大的能量转移,图像信号、噪声与双稳态系统达到了较佳的协同作用。该过程通过判别器来实现,判别规则如下

$$\text{symbol}(i, j) = \begin{cases} \text{sgn}(p_1(i, j)) & |p_1(i, j)| \geq |p_2(i, j)| \\ \text{sgn}(p_2(i, j)) & |p_1(i, j)| < |p_2(i, j)| \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\text{symbol}(i, j)$ 表示判别器输出信号的符号。正如前述,将序列 S_1 和 S_2 的像素取值范围由 $[0, 255]$ 映射到 $[-128, 127]$,以得到双稳态系统的输入序列;并且考虑到双稳态实际输出信号的幅值范围,因此根据判别器输出信号符号,取 $|p_l(i, j)| (l = 1, 2)$ 较大者,对其进行反射及线性比例拉伸,以得到最终输出

$$t_{\text{out}}(i, j) = \begin{cases} \lambda p_1(i, j) + 128 & \text{symbol}(i, j) \geq 0 \\ \lambda p_2(i, j) + 128 & \text{symbol}(i, j) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中, λ 为输出信号的线性拉伸比例

$$\lambda = \frac{-128/\min(P_1) + 127/\max(P_1) - 128/\min(P_2) + 127/\max(P_2)}{4} \quad (8)$$

3 实验结果与分析

3.1 参数选取

从信噪比改善因子的角度来选取参数 a, b ,但是由于同时改变 a, b 使得参数的选择变得极为复杂,为了降低参数选取复杂性,将参数 a 固定为某一值(本实验选取 $a = 1$),通过改变系统参数 b 来调节双稳态系统的输出性能。选取3幅灰度图像作为仿真对象,原始图像如图5所示。



图 5 原始图
Fig. 5 Original images

图 6—8 分别描绘了当含噪图像的信噪比为 2 dB、5 dB 和 8 dB 时,信噪比改善因子 R 与参数 b 的曲线关系图。纵观该 3 幅图可发现,随着含噪图像信噪比的增加,即图像质量的上升,3 幅含噪图像的关系曲线向正上方垂直平移。可假设,参数 b 与信噪比改善因子 R 的关系曲线受含噪图像信噪比的影响很小。因此,本文在选取参数 b 时将该影响忽略。

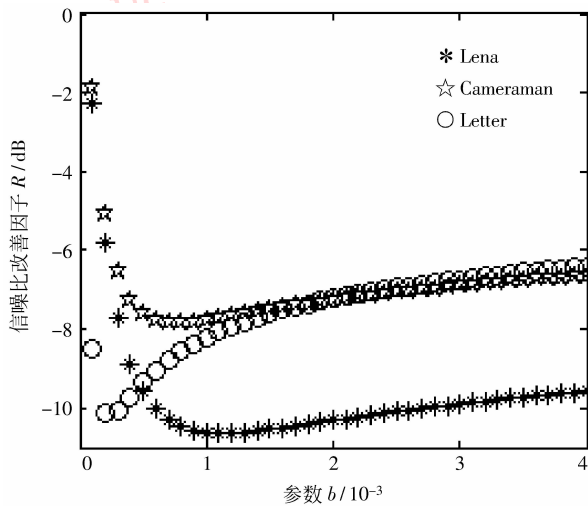


图 6 SNR = 2 参数 b 与信噪比改善因子 R 的关系曲线
Fig. 6 Curves denoting the relationship between parameter b and SNR improvement factor R while SNR = 2

由图 6—8 曲线关系图可看出,Lena 图、Cameraman 图和 Letter 图在 $b = 0.0005$ 附近取得极小值。然而,信噪比改善因子 R 是一个相对数值,仅是定量评价的一个标准,评价某种滤波复原方法对含噪图像的复原效果还应从定性的角度去分析。考虑到这一情况,需要对参数 b 进行微调。

图 9 是对双稳态系统的参数 b 进行微调后,Lena 图、Cameraman 图和 Letter 图混入不同强度的高斯白噪声,含噪图像的信噪比 SNR 与复原图像的

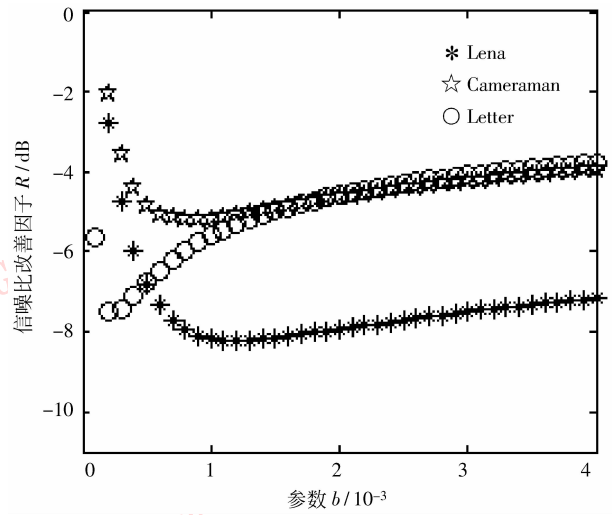


图 7 SNR = 5 参数 b 与信噪比改善因子 R 的关系曲线
Fig. 7 Curves denoting the relationship between parameter b and SNR improvement factor R while SNR = 5

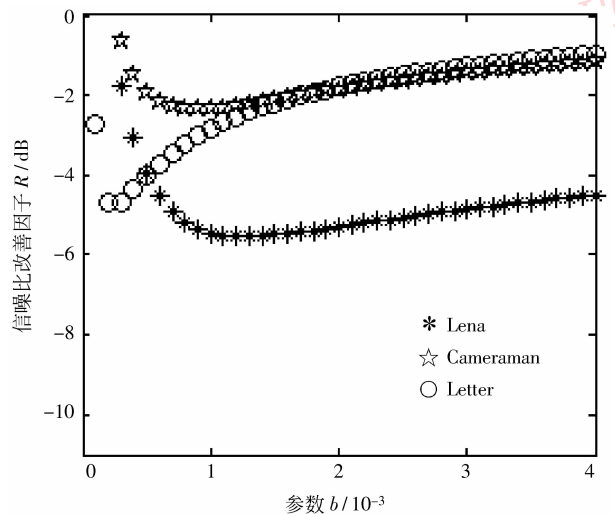


图 8 SNR = 8 参数 b 与信噪比改善因子 R 的关系曲线
Fig. 8 Curves denoting the relationship between parameter b and SNR improvement factor R while SNR = 8

信噪比改善因子 R 之间的关系曲线。观察图 9 中的 3 条曲线可以发现它们接近于线性增长趋势。将其与图 6—8 相联系,再次验证了上文的假设,即在双稳态系统的参数 a 固定的情况下,参数 b 值的选取几乎不受含噪图像信噪比 SNR 的影响。

图 9 中 3 条曲线的分布说明,在不同噪声强度下,Lena 图的复原效果最好,Letter 图的复原效果次之,最后是 Cameraman 图的复原效果;其中 Cameraman 图和 Letter 图的曲线比较接近,表明两

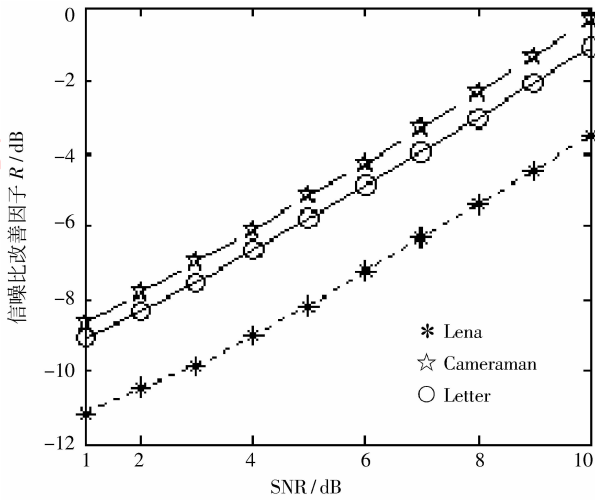


图 9 信噪比 SNR 与信噪比改善因子 R 的关系曲线
 Fig. 9 Curves denoting the relationship between SNR and SNR improvement factor R

者的复原效果比较贴近。究其原因,首先要追溯到式(5),原始图像与输出图像的差异越小而与含噪图像的差异越大,则信噪比改善因子 R 越小,表明图像复原效果越好;其次从图 10—12 中描绘的 3 幅实验图像的原始图像、含噪图像和复原图像的直方图曲线来分析,图 10(b)—12(b),作为实验对象的 3 幅含噪图像直方图分布比较相似。图 10(a)显示 Lena 原始图像的直方图分布比较均匀,在像素值 100—200 之间存在波峰,而图 10(c)表示,复原图像的像素灰度值集中于 100—200 之间,表明 Lena 原始图像与复原图像的差异较小;图 11(a)显示 Cameraman 原始图像的像素值集中在 100—150 之间,而图 11(c)显示,复原图像的像素灰度值集中于 100—200 之间,表明 Cameraman 原始图像与复原图像具有一定差异;图 12(a)显示 Letter 原始图像的像素值集中在 200—255 之间,而图 12(c)所示,复原图像的像素灰度值集中于 100—200 之间,表明 Letter 原始图像与复原图像也存在相当大的差异。

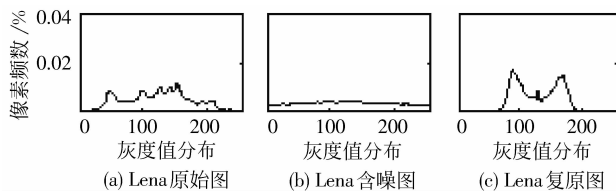


图 10 Lena 图像的直方图
 Fig. 10 Histograms of Lena images

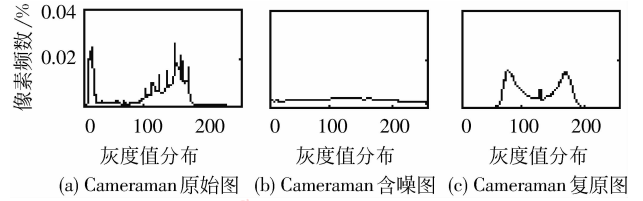


图 11 Cameraman 图像的直方图
 Fig. 11 Histograms of Cameraman images

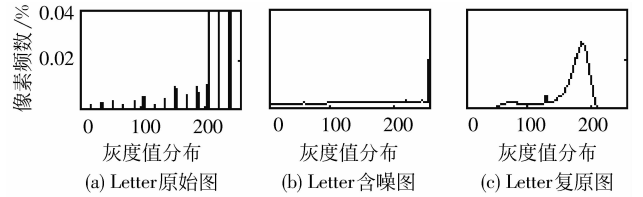


图 12 Letter 图像的直方图
 Fig. 12 Histograms of Letter images

3.2 灰度图像复原结果

分别对本文选取的 3 幅图像添加高斯白噪声,使得含噪图像的信噪比 $SNR = 2 \text{ dB}$,含噪图像如图 13 所示。



图 13 含噪图
 Fig. 13 Noisy images

为了与本文采用的双稳态系统随机共振图像复原方法进行比较,选取两种传统滤波复原方法,它们分别为自适应中值复原方法和小波阈值方法。其中,自适应中值复原方法选用最大窗为 7×7 的复原模板;小波阈值方法选取 VisuShrink 阈值,以 $db4$ 作为小波基。针对图 13 所示的 3 幅含噪灰度图像,不同的图像复原方法得到的结果见图 14—16。

观察图 14(a)—(c),采用本文图像复原方法得到的 Lena 复原图灰度层次对比鲜明;自适应中值复原和小波阈值复原的结果图色彩偏暗,灰度层次感不够强烈;且小波阈值复原的结果图中混有斑点噪声,且斑点噪声的分布多于本文复原结果图。

观察图 15(a)—(c),本文复原结果同样在灰度层次感上略胜一筹,摄像师的衣服几乎显示为黑色,

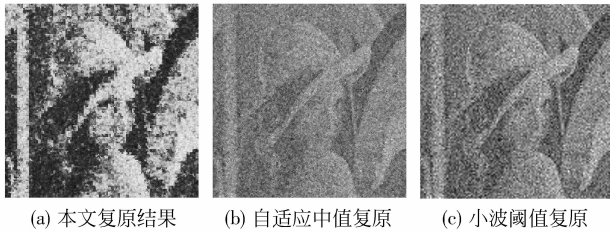


图 14 Lena 含噪图采用不同复原方法的结果

Fig. 14 The results of different restoration methods on Lena noisy image



图 15 Cameraman 含噪图采用不同复原方法的结果

Fig. 15 The results of different restoration methods on Cameraman noisy image

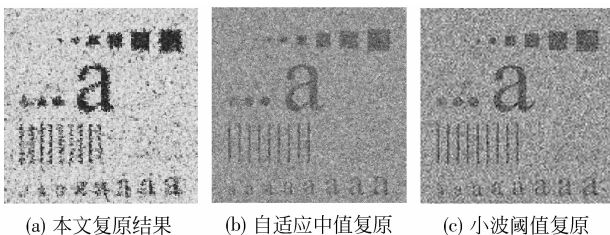


图 16 Letter 含噪图采用不同复原方法的结果

Fig. 16 The results of different restoration methods on Letter noisy image

表 1 含噪图像在不同复原方法下的信噪比改善因子 R Tab. 1 SNR improvement factor R of different restoration methods on noisy images

	SNR = 2			SNR = 5			SNR = 8			/dB
	Lena	Cameraman	Letter	Lena	Cameraman	Letter	Lena	Cameraman	Letter	
本文复原	-10.6	-7.9	-8.4	-8.2	-5.2	-5.8	-5.5	-2.3	-3.0	
自适应中值滤波	-6.1	-3.1	-5.8	-3.2	-3.1	-3.0	-3.1	-3.0	-2.8	
小波阈值滤波	-5.9	-5.8	-5.7	-5.9	-5.6	-5.4	-5.7	-5.3	-4.9	

4 结 论

首先对图像像素的灰度值进行映射,使其能够满足双稳态系统对输入信号的双极性要求;其次由于灰度图像与二值图像相比,前者的像素空间结构特性更强,因此提出用 Hilbert 扫描方式替代行列扫

而且图像背景的斑点噪声明显减少,表明本文复原方法有效地抑制了噪声。

观察图 16(a)~(c),虽然在小字母显示的清晰度上,本文复原效果略逊一筹,然而从灰度对比度方面看,本文复原结果要比自适应中值复原方法和小波阈值复原方法好,且本文复原结果图的背景部分斑点噪声要少。

传统的复原方法是通过削弱或者滤除噪声来增强有用信号,而基于双稳态系统的随机共振复原方法是将噪声能量转化为有用信号的能量以增强有用信号。与传统滤波复原方法相比,含噪灰度图通过双稳态系统,由其随机共振机制得到的图像复原结果,灰度层次感较为卓越,尤其以 Lena 图和 Cameraman 图为例;以人眼观察图像为基准,本实验采用的图像增强复原方法得到的结果图立体感强。本文将含噪图像输入双稳态系统时,噪声、图像信号及非线性系统之间产生协同作用引发随机共振,抑制了噪声,表现为图像上斑点状的噪声明显减少,这也是本文复原图的灰度层次感较为卓越的原因。

由表 1 的结果可见,在噪声比较弱的环境下,如含噪 Cameraman 图的信噪比分别为 8 dB 和 5 dB 时,相比于本文选取的传统滤波复原方法,本文方法没有显著的优越性,甚至劣于小波阈值滤波方法;然而随着噪声逐渐增强,当含噪图像的信噪比降到 2 dB,图像信号成为弱信号,对本文采用的 3 幅图像进行复原时,本文方法复原结果的信噪比改善因子低于其他滤波复原方法的结果,表明本文复原效果较好。

描方式,以实现 2 维图像向 1 维非周期信号序列的转换;最后本文采用基于双稳态随机共振的图像复原方法,在此基础上采用相应的判别器,将双稳态系统的输出信号映射到相应的灰度级上,使像素值恢复 0~255 灰度级的分布,采用 Hilbert 扫描逆变换以实现 1 维信号向 2 维图像的转换,最终达到了灰度图像复原的目的,取得了较好的结果。实验结果

表明,对于强噪声背景下的灰度图像,本文采用的复原方法在信噪比改善程度与灰度层次感上要优于传统的灰度图像复原方法。因此,该方法的探索研究为被强噪声污染的灰度图像复原提供了一种崭新的、有效的思路。下一步的工作针对复原图像的目标边缘比较差,其直方图分布与原图的直方图曲线存在差异等问题进行进一步的研究探讨。

参考文献 (References)

- [1] Wang Junghua, Liu Wenjeng, Lin Lianda. Histogram-based fuzzy filter for image restoration [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics, 2002, 32(2): 230-238.
- [2] Costello T, Mikhael W. Efficient restoration of space-variant blurs from physical optics by sectioning with modified Wiener filtering [J]. Digital Signal Processing, 2003, 13 (1): 1-22.
- [3] Figueiredo M, Leitao J. Unsupervised image restoration and edge location using compound Gauss-Markov random fields and the MDL principle [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(8): 1089-1102.
- [4] Liu Yong, Bao Ronghao, Duan Fabing. Study of parameter-induced stochastic resonance and signal processing: application in baseband quaternary PAM signals transmission [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2005, 39 (8): 1260-1264. [刘勇, 鲍荣浩, 段法兵. 参数调节随机共振与信号处理的研究——在四进制基带 PAM 信号传输中的应用 [J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, 39(8): 1260-1264.]
- [5] Yang Xianglong, Jiang Bo, Wu Weilin, et al. Application of adaptive stochastic resonance in actual engineering signal detection [J]. Journal of Circuits and Systems, 2003, 8 (2): 104-107. [杨祥龙, 江波, 吴为麟, 等. 工程信号测量中的自适应随机共振应用 [J]. 电路与系统学报, 2003, 8 (2): 104-107.]
- [6] Ye Qinghua, Huang Haining, Zhang Chunhua. Image enhancement using stochastic resonance [J]. International Conference on Image Processing, 2004, (1): 263-266.
- [7] Marks R, Thompson H, El-Sharkawi B. Stochastic resonance of a threshold detector: image visualization and explanation [J]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2002, (4): 521-523.
- [8] Hongler M, Meneses Y, Beyeler A. The resonant retina: exploiting vibration noise to optimally detect edges in an image [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligent, 2003, 25(9): 1051-1062.
- [9] Xiang Xueqin, Fan Yingle, Pang Quan, et al. Research on gray-scale image restoration based on neuron suprathreshold aperiodic stochastic resonance mechanism [J]. Journal of Image and Graphics, 2009, 14 (1): 77-81. [向学勤, 范影乐, 庞全, 等. 基于神经元阈上非周期随机共振机制的灰度图像复原研究 [J]. 中国图象图形学报, 2009, 14(1): 77-81.]
- [10] Pang Quan, Qian Cheng, Yang Cuirong, et al. A study on image restoration based on stochastic resonance in bistable system [J]. Journal of Image and Graphics, 2008, 13(8): 1447-1453. [庞全, 钱诚, 杨翠容, 等. 基于双稳态随机共振的图像复原技术研究 [J]. 中国图象图形学报, 2008, 13(8): 1447-1453.]
- [11] Fetterly K A, Schueler B A. Physical evaluation of prototype high-performance anti-scatter grid: potential for improved digital radiographic image quality [J]. Physics in Medicine and Biology, 2009, 54(2): 37-42.
- [12] Lera D, Sergeyyev Y D. Lipschitz and holder global optimization using space-filling curves [J]. Applied Numerical Mathematics, 2010, 60(1-2): 115-129.