

中图分类号: TP319.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)12-2169-06

论文索引信息: 苏日娜, 吴纪桃. 改进符号压力函数的区域活动轮廓模型 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(12): 2169-2174

# 改进符号压力函数的区域活动轮廓模型

苏日娜, 吴纪桃

(北京航空航天大学数学与系统科学学院, 北京 100191)

**摘要:** 利用具有图像增强能力的局部区域信息, 定义一种新的符号压力函数(SPF)。用该 SPF 函数取代 GAC 模型中的边界停止函数, 对 GAC 模型进行改进, 提出一种新的区域活动轮廓模型, 从而解决了非同质或弱边界图像的分割问题。继续采用 Selective Binary and Gaussian Filtering 水平集方法, 避免水平集函数的重新初始化, 简化新模型。真实图像和合成图像的实验结果表明, 新模型与 LBF 模型具有相同的分割效果, 但在计算效率上远优于 LBF 模型。新模型不仅能够分割非同质或弱边界图像, 且具有亚像素分割精确性、抗噪性、局部全局选择分割性等性质。

**关键词:** 图像分割; 活动轮廓模型; 区域模型; SPF 函数; 水平集方法; 非同质

## Region-based active contour model improving the signed pressure force function

Su Rina, Wu Jitao

(School of Mathematics and System Science, Beihang University, Beijing 100191 China)

**Abstract:** By using the local regional information which has the ability to enhance the image, a new SPF function has been defined. The edge stopping function in the GAC model is replaced by the SPF function, and a new region-based active contour model is put forward by improving the GAC model. Therefore, images with intensity inhomogeneities and weak boundaries can be processed. The Selective Binary and Gaussian Filtering Level Set (SBGFRLS) method is continuously used in the new model which is simplified by avoiding the process of reinitializing the level set function. Experiments on real and synthetic images indicate that the new model has the same segmentation results as the LBF model, while the computational efficiencies improve significantly. The new model not only can segment images with intensity inhomogeneities and weak boundaries, but also has the properties such as sub-pixel accuracy, anti-noise nature, selective local or global segmentation, etc.

**Keywords:** image segmentation; active contour model; region-based model; SPF function; level set method; intensity inhomogeneity

## 0 引言

活动轮廓模型, 也称 Snakes<sup>[1]</sup>, 已成为图像分割的主流方法。主要分为两大类: 边界模型<sup>[1-4]</sup> 和区

域模型<sup>[5-11]</sup>。它们各有利弊, 根据具体图像而选取。边界模型无法准确分割具有弱边界或无边界的图像。基于全局区域信息的 C-V 模型<sup>[5]</sup> 克服了边界模型的这一缺点。一般而言, 区域模型优于边界模型。首先, 区域模型使用了图像在活动轮廓内外

收稿日期: 2010-11-27; 修回日期: 2011-02-25

基金项目: 国家科技支撑计划项目(2008BAC34 B03-4); 教育部数学、信息与行为重点实验室项目(LBB)。

第一作者简介: 苏日娜(1984—), 女, 蒙古族。现为北京航空航天大学数学与系统科学学院硕士研究生, 主要研究方向为偏微分方程图像处理。E-mail: baosurina2006@126.com。

部区域信息,具有较强的抗噪性。其次,能够处理弱边界或无边界情况,且能同时检测出目标内外部边界。然而,C-V 模型只能应用于二相位图像中,无法分割非同质图像。近十年,人们就图像的非同质问题提出过各种不同的活动轮廓模型。例如,PC(分片常数)模型<sup>[10]</sup>、PS(分段光滑)模型<sup>[10-11]</sup>、LBF 模型<sup>[6-7]</sup>、LIF 模型<sup>[8]</sup>等。PC 与 PS 模型计算效率很低,无法应用于实际问题。目前较成功的区域模型是 LBF 与 LIF 模型。张开华等人结合 GAC 边界模型和 C-V 区域模型,提出一种新的区域模型<sup>[9]</sup>。首先,构造一个具有轮廓内外区域信息的符号压力函数(SPF),用 SPF 函数取代 GAC 模型中的边界停止函数(ESF)。然而该模型只用了图像的全局区域信息,仍然无法处理非同质图像。本文用图像的局部区域信息的加权均值取代文献[9]中的全局均值,提出一种能够分割非同质图像的新模型。新模型算法继续使用文献[9]中提到的 SBFRLS 水平集方法,从而不需要计算符号距离函数(SDF),且无须重新初始化水平集函数。与文献[9]中算法一样,新模型算法中也有一个可选步骤,使其具有局部全局选择分割性,不仅能够提取所期望的目标边界,还能准确地提取所有目标的内外部边界。

## 1 背景

### 1.1 Geodesic (GAC) 模型

设  $\Omega$  是  $\mathbf{R}^2$  的有界开子集,  $I: [0, a] \times [0, b] \rightarrow \mathbf{R}^+$  是已知图像,  $C(s): [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}^2$  是  $\Omega$  中的参数化平面曲线。GAC 模型的能量函数是

$$E^{\text{GAC}}(C) = \int_0^1 g(|\nabla I(C(q))|) |C'(q)| dq \quad (1)$$

式中,  $g$  是边界停止函数(ESF), 即

$$g(|\nabla I|) = \frac{1}{1 + |\nabla G_\sigma * I|^2} \quad (2)$$

则 GAC 模型的水平集函数的演化方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = g(|\nabla I|) \left( \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \alpha \right) |\nabla \phi| + \nabla g(x) \cdot \nabla \phi \quad (3)$$

式中,  $\alpha$  为球形力, 控制曲线的收缩与膨胀。

### 1.2 C-V 模型

C-V 模型的能量函数定义为

$$E^{\text{CV}}(C, c_1, c_2) =$$

$$\lambda_1 \int_{\text{inside}(C)} |I(x) - c_1|^2 dx +$$

$$\lambda_2 \int_{\text{outside}(C)} |I(x) - c_2|^2 dx + \mu \cdot \text{Length}(C) + \nu \cdot \text{Area}(\text{inside}(C)) \quad (4)$$

式中,  $\text{inside}(C)$  与  $\text{outside}(C)$  表示图像在曲线内部和外部的区域,  $c_1, c_2$  是图像在这两个区域上的平均强度值。  $\text{Length}(C)$  是 Euclidean 曲线弧长,  $\text{Area}(\text{inside}(C))$  是曲线内部区域面积,  $\lambda_1, \lambda_2, \mu, \nu$  是正值参数。极小化方程(4), 用零水平集表示演化曲线, 即  $C = \{x \in \Omega | \phi(x) = 0\}$ , 则相应的水平集方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_\varepsilon(\phi) \left[ \mu \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \nu - \lambda_1 (I - c_1)^2 + \lambda_2 (I - c_2)^2 \right] \quad (5)$$

固定  $\phi$ , 关于  $c_1, c_2$  极小化能量函数, 得到

$$c_1(\phi) = \frac{\int_\Omega I(x) \cdot H(\phi) dx}{\int_\Omega H(\phi) dx} \quad (6)$$

$$c_2(\phi) = \frac{\int_\Omega I(x) \cdot (1 - H(\phi)) dx}{\int_\Omega (1 - H(\phi)) dx}$$

在数值计算中用规则化的 Dirac 与 Heaviside 函数, 即

$$H_\varepsilon(\phi) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left( \frac{\phi}{\varepsilon} \right) \right) \quad (7)$$

$$\delta_\varepsilon(\phi) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + \phi^2}, \phi \in \mathbf{R}$$

$c_1, c_2$  表示图像在曲线内部和外部的全局信息, 因此, C-V 模型无法处理非同质情况。

### 1.3 LBF 模型

李春明等人在能量函数中引入高斯核<sup>[6-7]</sup>, 用图像的局部区域信息, 解决了非同质问题。该能量函数为

$$E^{\text{LBF}}(C, f_1, f_2) = \lambda_1 \iint_{\text{inside}(C)} K_\sigma(x-y) |I(y) - f_1(x)|^2 dy dx + \lambda_2 \iint_{\text{outside}(C)} K_\sigma(x-y) |I(y) - f_2(x)|^2 dy dx \quad (8)$$

式中,  $\lambda_1, \lambda_2 > 0$  是固定参数,  $K_\sigma$  是带有标准差  $\sigma$  的高斯核,  $f_1, f_2$  是逼近曲线内外部区域图像局部强度的光滑函数。加入约束项和 Euclidean 长度项, 即得到相应的水平集函数的演化方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu \left( \nabla^2 \phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right) +$$

$$\nu \delta_\varepsilon(\phi) \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \delta_\varepsilon(\phi) (\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2) \quad (9)$$

式中,  $\mu, \nu$  是非负系数。模型主要计算量在于  $-\delta_\varepsilon(\phi) (\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2)$ , 其中

$$\begin{cases} e_1(x) = \int_{\Omega} K_\sigma(y-x) |I(x) - f_1(y)|^2 dy \\ e_2(x) = \int_{\Omega} K_\sigma(y-x) |I(x) - f_2(y)|^2 dy \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} f_1(x) = \frac{K_\sigma * [H_\varepsilon(\phi) I(x)]}{K_\sigma * H_\varepsilon(\phi)} \\ f_2(x) = \frac{K_\sigma * [(1 - H_\varepsilon(\phi)) I(x)]}{K_\sigma * (1 - H_\varepsilon(\phi))} \end{cases} \quad (11)$$

需要注意的是, 在文献[6-7]中, 提到  $f_1, f_2$  的一个加权组合函数

$$f^{\text{LBF}} = H_\varepsilon(\phi) f_1 + (1 - H_\varepsilon(\phi)) f_2 \quad (12)$$

该函数对原图像具有去噪和加强图像边界特征的功能。

#### 1.4 SPF 函数及其定义的模型

文献[9]给出一种结合 C-V 模型与 GAC 模型的优点且具有局部全局选择分割性的模型。简便起见, 称该模型为 SPF 模型。文献中的符号压力函数函数(SPF)为

$$\text{SPF}(I(x)) = \frac{I(x) - \frac{c_1 + c_2}{2}}{\max \left( \left| I(x) - \frac{c_1 + c_2}{2} \right| \right)} \quad x \in \Omega \quad (13)$$

$c_1, c_2$  是 C-V 模型中的式(6)。文献[9]中, 用 SPF 函数取代 GAC 模型式(3)中的边界停止函数  $g(|\nabla I|)$ , 用文献[9]中提出的 SBFRLS(selective binary and gaussian filtering regularized level set method)水平集方法, 则水平集函数的演化方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{SPF}(I(x)) \cdot \alpha |\nabla \phi| \quad x \in \Omega \quad (14)$$

SPF 模型虽然改进了 GAC 模型, 但是仍然无法有效地分割非同质图像。

## 2 本文模型

### 2.1 SPF<sup>LBF</sup> 函数

从 SPF 函数的定义式(13)知道, SPF 模型是只用了图像的全局区域信息, 不能处理图像的非同质情况。为了克服 SPF 模型的这一缺陷, 用 LBF 模型中的式(12)取代式(13)中的  $\frac{c_1 + c_2}{2}$ , 给出一个新

的 SPF 函数, 定义为

$$\text{SPF}^{\text{LBF}}(I(x)) = \frac{I(x) - f^{\text{LBF}}(x)}{\max(|I(x) - f^{\text{LBF}}(x)|)} \quad x \in \Omega \quad (15)$$

从式(6)看出,  $\frac{c_1 + c_2}{2}$  是图像在曲线内外部全局信息的一个平均值, 因此 SPF 区域模型的缺点是无法分割非同质目标。为此用 SPF<sup>LBF</sup> 函数给出一种新的区域模型来解决 SPF 模型的这一缺点。

### 2.2 新模型

用 SPF<sup>LBF</sup> 取代 GAC 模型中的边界停止函数  $g(|\nabla I|)$ , 则相应水平集函数演化方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & \text{SPF}^{\text{LBF}}(I(x)) \cdot \left( \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \alpha \right) |\nabla \phi| + \\ & \nabla \text{SPF}^{\text{LBF}}(I(x)) \cdot \nabla \phi \quad x \in \Omega \end{aligned} \quad (16)$$

在水平集函数演化过程中, 传统水平集方法为了防止水平集函数出现陡坡或平坦的表面, 会在迭代若干步后, 将水平集函数  $\phi$  初始化为符号距离函数, 且  $\phi$  满足  $|\nabla \phi| \equiv 1$  [4,8-9]。文献[5,8]中曾提到, 为了扩大水平集函数能够捕获到的目标边界范围, 可用  $|\nabla \phi|$  取代  $\delta(\phi)$ , 从而  $\operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) |\nabla \phi|$  能够取代具有光滑化零水平函数作用的规则项  $\operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \delta(\phi)$ 。若  $\phi$  是符号距离函数, 则有  $\operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) |\nabla \phi| = \Delta \phi$  成立。根据尺度空间理论, 一个函数按其 Laplacian 方式演化 ( $\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t \Delta \phi^n$ ) 相当于用高斯核函数对其初始条件进行滤波。即  $\phi^{n+1} = G_{\sqrt{\Delta t}} * \phi^n$ ,  $G_{\sqrt{\Delta t}}$  是带有方差  $\sqrt{\Delta t}$  的高斯核函数。这就是在文献[4,9]中给出的 SBFRLS 水平集方法。

在新模型中仍然用 SBFRLS 水平集方法, 则可以消去式(16)中的规则项  $\operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) |\nabla \phi|$ 。另外, 这里使用了局部区域信息, 新模型相比边界模型具有更广泛的目标边界捕获范围, 因此, 也可以消去新模型中的  $\nabla \text{SPF}^{\text{LBF}} \cdot \nabla \phi$  项。新模型简化为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{SPF}^{\text{LBF}}(I(x)) \cdot \alpha |\nabla \phi| \quad x \in \Omega \quad (17)$$

### 3 新模型算法与计算

新模型的主要计算成本在  $f_1, f_2$  的计算上。为

了减少计算量,将式(11)中的  $f_1$ 、 $f_2$  改为如下形式<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} f_1(x) = \frac{K_\sigma * [H_\varepsilon(\phi)I(x)]}{K_\sigma * H_\varepsilon(\phi)} \\ f_2(x) = \frac{K_\sigma * I(x) - K_\sigma * [H_\varepsilon(\phi)I(x)]}{K_\sigma * 1 - K_\sigma * H_\varepsilon(\phi)} \end{cases} \quad (18)$$

$f_2(x)$  中的卷积项  $K_\sigma * I(x)$  与  $K_\sigma * 1$  是常数,在整个演化过程中只需要计算一次。 $f_1$ 、 $f_2$  共用  $K_\sigma * [H_\varepsilon(\phi)I(x)]$  与  $K_\sigma * H_\varepsilon(\phi)$ ,在每次演化中只需要计算一次。这样改变形式后, $f_1$ 、 $f_2$  的计算量远小于 LBF 模型中的  $\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2$ ,然而分割效果是一样的。算法步骤如下:

1) 初始化水平集函数  $\phi$  为二值函数

$$\phi(x, t = 0) = \begin{cases} -\rho & x \in \Omega_0 - \partial\Omega_0 \\ 0 & x \in \partial\Omega_0 \\ \rho & x \in \Omega - \Omega_0 \end{cases} \quad (19)$$

$\rho > 0$  是常数,  $\Omega_0$  是图像域  $\Omega$  的子集,  $\partial\Omega_0$  是区域  $\Omega_0$  的边界。

2) 用式(12)(15)(18)计算迭代格式式(17)。

3) 当  $\phi > 0$  时,令  $\phi = 1$ ; 否则令  $\phi = -1$ 。该步为一个可选步骤。

4) 用 SGBFRLS 水平集方法

$$\phi^{n+1} = G_{\Delta t} * \phi^n$$

5) 检验  $\phi$  是否收敛,如果不收敛,则返回步骤 2),继续。

### 4 实验结果及分析

实验结果如下:新模型具有抗噪性、亚像素分割精确性、局部全局选择分割性质,能够处理弱边界或无边界图像、非同质的图像,分割效果同 LBF 模型,但计算效率远高于 LBF 模型。

所有实验的运行环境是 Intel (R) Core (TM) Duo CPU T6500, Windows XP Professional 2.09 HGz 1.99RAM PC, MATLAB 7.6.0。

图 1 是非同质合成图像实验,初始轮廓为黄色曲线。图 1(a) 是 SPF 模型的分割结果(红色轮廓)。可以看到,用 SPF 模型分割时会把一部分背景当成了前景目标,从而出现误分割;而新模型有很好的分割结果(红色轮廓),见图 1(b)。新模型的最大特点是能够处理具有非同质区域的图像。

图 2 是大脑切片 MR 图像实验。这是个典型的

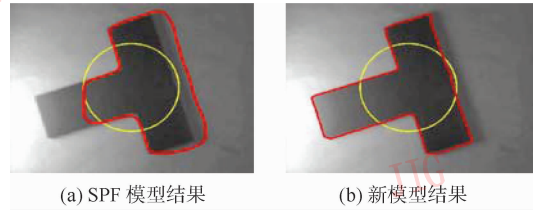


图 1 SPF 模型与新模型在合成图像中的分割结果  
Fig. 1 The segmentation result of SPF model and the new model in the synthetic image

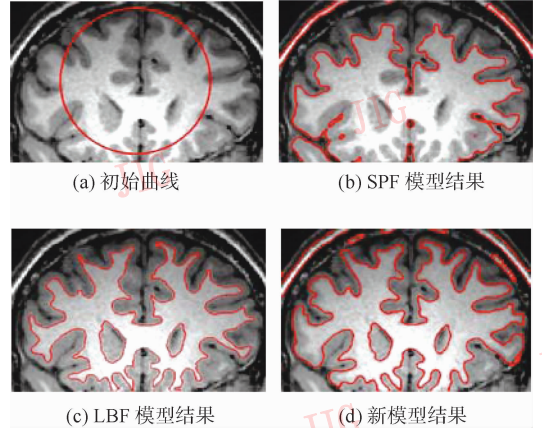


图 2 新模型与 SPF 模型、LBF 模型在分割大脑切片 MR 图像中的比较

Fig. 2 The comparison between the new model and SPF, LBF model in the segmentation of brain MR image

非同质图像。上半部分的大脑白质(white matter)的灰度值要比下半部分大脑灰质(grey matter)的灰度值还要小。比较新模型与 SPF 模型、LBF 模型分割结果,可以得出,SPF 模型无法提取大脑白质内部边界,然而 LBF 模型与新模型都成功地提取出了白质。

图 3 是具有弱边界血管图像实验,图 3(a)中绿色小方框为初始曲线,图 3(b)——(d)分别是用 SPF 模型、LBF 模型、和新模型的分割结果。可以看到,新模型与 LBF 模型都能达到满意的分割效果。然而,SPF 模型无法处理这样的图像。

图 4 实验说明新模型具有较强的抗噪性,初始轮廓为绿色曲线。图 4(a)是无噪声环境下的分割结果(红色边框);图 4(b)是在噪声环境下的分割结果(红色边框)。在原图像中加入高斯噪声后,噪声对新模型的结果没有产生任何影响。

图 5(a)是二值灰度图像,即图像的每个区域是同质的,初始轮廓为红色方框。从图 5(b)(c)看出,SPF 模型与新模型都能够分割出图中的人手形

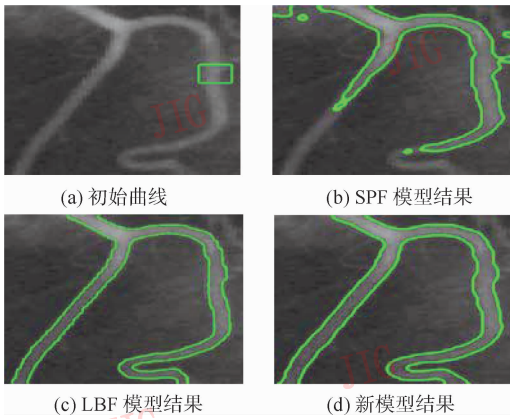
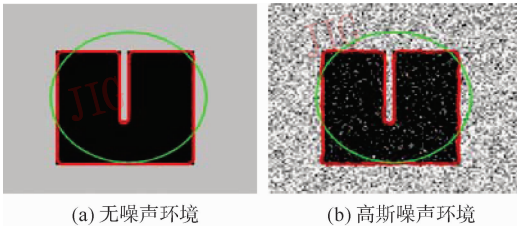


图 3 新模型与 SPF 模型、LBF 模型在分割弱边界血管图像中的比较

Fig. 3 The comparison between the new model and SPF, LBF model in the segmentation of blood vessel image with weak boundary

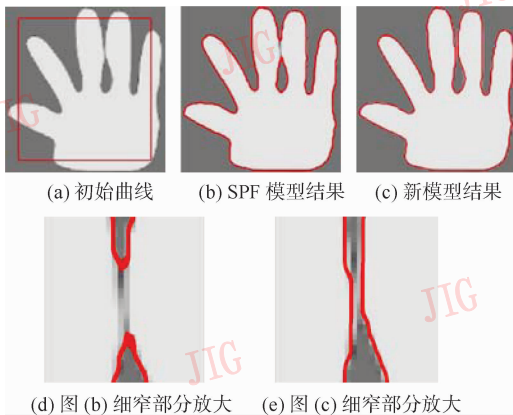


(a) 无噪声环境 (b) 高斯噪声环境

图 4 新模型在无噪声和噪声图像中的对比结果

Fig. 4 The comparing result of the new model in the image with and without noisy

状目标(红色曲线)。图 5 (d) (e) 分别对应图 5 (b) (c) 中的细窄部分。说明 SPF 模型无法分割出相连像素细窄部分, 而新模型可以很好地分割出这种相连像素部分。这说明, 新模型具有亚像素分割精确性。

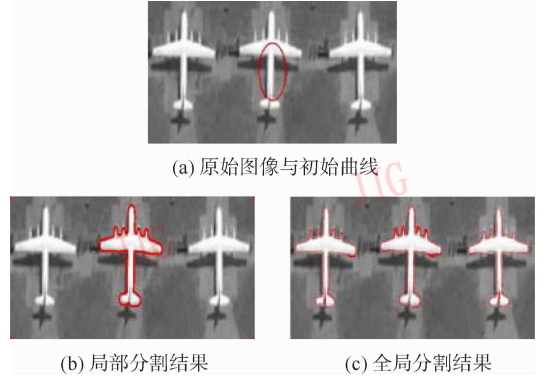


(d) 图 (b) 细窄部分放大 (e) 图 (c) 细窄部分放大

图 5 对比新模型与 SPF 模型亚像素分割准确性

Fig. 5 The comparison between the new model and SPF model in terms of sub-pixel segmentation accuracy

图 6 中的实验说明, 新模型具有局部全局选择分割性质。初始轮廓为圆。由于新模型的形式与 SPF 模型相近, 从而新模型算法的第 3 步依然是个可选步骤。若只想分割离初始曲线较近的目标, 则需要计算该步骤, 见图 6 (b) 中的红色曲线; 若不仅想分割出离初始曲线近的目标, 而且还想分割出离初始曲线较远目标的所有目标, 则计算中略去该步, 见图 6 (c)。



(a) 原始图像与初始曲线

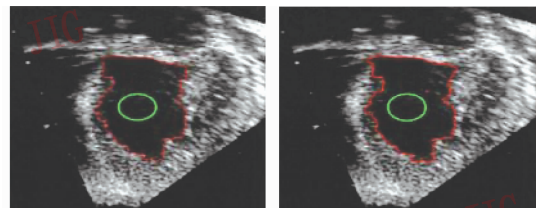
(b) 局部分割结果

(c) 全局分割结果

图 6 新模型的局部全局选择分割性质的应用结果

Fig. 6 The application result of the selective local and global segmentation property of the new model

图 7 是带噪声的人类心脏超声图像。在相同的初始曲线(绿色圆)下, 新模型与 LBF 模型具有相似的分割结果。表 1 是 LBF 模型与本文模型分割图 7 (像素  $227 \times 200$ ) 的计算效率对比。比较指标是迭代次数和迭代时间。由于新模型在计算上采用了式 (18), 大大减小了计算量, 因此计算时间和迭代次数远小于 LBF 模型。



(a) 初始曲线与 LBF 模型结果 (b) 初始曲线与新模型结果

图 7 LBF 模型与新模型分割噪声图像的结果对比

Fig. 7 The comparison between the new model and LBF model in the segmentation of noisy image

表 1 新模型与 LBF 模型计算效率对比  
Tab. 1 The comparison between the new model and LBF model in terms of computational efficiency

对比指标	迭代步数	迭代时间/s
LBF 模型	350	310.26
本文模型	60	45.47

## 5 结 论

用图像的局部区域信息,给出一种新的区域活动轮廓模型。新模型用  $SPF^{LBF}$  函数对 GAC 模型进行改进,因此要优于 GAC 模型和 SPF 模型。首先,新模型是区域模型,克服了 GAC 边界模型与 SPF 模型不能处理非同质与弱边界图像的缺点。其次,分割结果同 LBF 模型,然而计算效率远高于 LBF 模型。新模型在计算上仍然继续沿用 SPF 模型中的 SBCFRLS 水平集方法,从而避免了水平集函数的重新初始化过程,且具有局部全局选择分割性质、抗噪性、亚像素分割精确性等。

然而,由于新模型的能量函数基于图像的局部区域信息,分割结果对初始轮廓位置比较敏感,要根据具体应用要求选取适合的初始轮廓。还需要注意在实际计算时,参数  $a$ 、 $K_\sigma$  标准差  $\sigma$  及高斯核函数标准差的选择对于得到满意的分割结果很重要。

## 参考文献 (References)

[ 1 ] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: active contour models [J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4): 321-331.

[ 2 ] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1): 61-79.

[ 3 ] Li Chunming, Xu Chenyang, Gui Changfeng, et al. Level set evolution without re-initialization: a new variational formulation [C]// Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, California, USA: IEEE, 2005: 430-436.

[ 4 ] Zhu Guopu, Zhang Shuqun, Zeng Qingshuang, et al. Boundary-based image segmentation using binary level set method [J]. Optical Engineering, 2007, 46(5): 1-3.

[ 5 ] Chan T F, Vese L A. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277.

[ 6 ] Li Chunming, Kao Chiuyen, Gore J, et al. Implicit active contours driven by local binary fitting energy [C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Minneapolis, MN, USA: IEEE, 2007: 1-7.

[ 7 ] Li Chunming, Kao Chiuyen, Gore J, et al. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(10): 1940-1949.

[ 8 ] Zhang K H, Song H H, Zhang L. Active contours driven by local image fitting energy [J]. Journal of Pattern Recognition, 2010, 43(4): 1199-1206.

[ 9 ] Zhang K H, Song H H, Zhang L. Active contours with selective local or global segmentation: a new formulation and level set method [J]. Journal of Image and Vision Computing, 2010, 28(4): 668-676.

[ 10 ] Vese L A, Chan T F. A multiphase level set framework for image segmentation using the mumford-shah model [J]. International Journal of Computer Vision, 2002, 50(3): 271-293.

[ 11 ] Tsai A, Yezzi A, Willsky A S. Curve evolution implementation of the mumford-shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(8): 1169-1186.