

Journal of Image  
and Graphics

# 中国图象图形学报



ISSN1006-8961  
CN11-3758/TB

2012 **1**  
Vol.17 No.

中国科学院遥感应用研究所  
中国图象图形学学会主办  
北京应用物理与计算数学研究所

# 中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2012年1月 第17卷 第1期(总第189期)

## 目 次

### 综述

压缩感知基本理论:回顾与展望 ..... 邵文泽, 韦志辉(1)

### 图像处理和编码

完全质量保持的 AVS 视频可逆信息隐藏算法 ..... 郭宝安, 陈彪, 张飏, 于志强, 张卫明(13)

多成分正则化约束的断层图像重建算法 ..... 王丽艳, 韦志辉, 李星秀(20)

基于单幅图像景深和大气散射模型的去雾方法 ..... 郭珈, 王孝通, 胡程鹏, 徐晓刚(27)

结合 NSS 和小波变换的无参考图像质量评价 ..... 金波, 李朝锋, 吴小俊(33)

结合区域分割和双边滤波的图像去噪新算法 ..... 杨学志, 徐勇, 方静, 卢洁, 左美霞(40)

种子像素滤波法去除随机脉冲噪声 ..... 单建华(49)

基于纹理和亮度感知特性的率失真优化策略 ..... 俞力克, 代锋, 张勇东, 林守勋(54)

单通道散焦模糊置换图像的盲分离 ..... 王伟, 方勇(62)

侧扫声呐图像的 3 维块匹配降斑方法 ..... 范习健, 李庆武, 黄河, 王敏(68)

新适应模型的提出及分类扩散 ..... 李彦宝, 姜广峰, 王治强, 刘薇(75)

### 图像分析和识别

从神经切片图像中识别功能束类型的研究 ..... 钟映春, 罗鹏(82)

融合 SPA 遮挡分割的多目标跟踪方法 ..... 丁欢, 张文生(90)

目标识别中的稳定图像特征组合发掘 ..... 姜永兵, 彭启民(99)

基于结构特征的高分辨率 TerraSAR-X 图像船舶识别方法研究 ..... 殷雄, 王超, 张红, 吴樊(106)

### 图像理解和计算机视觉

机器人的混合特征视觉环境感知方法 ..... 杨俊友, 马乐, 白殿春, 东俊光(114)

纹理分布分析的快速图像修复算法 ..... 张晴, 林家骏(123)

### 计算机图形学

圆的整数反走样生成算法 ..... 贾银亮, 张焕春, 经亚枝(130)

## 遥感图像处理

SAR 图像的快速核主成分分析识别方法 ..... 于红芸, 姜涛, 关键 (137)

基于图像内容层次表征的遥感图像分割方法 ..... 张学良, 肖鹏峰, 冯学智 (142)

## 地理信息技术

保持几何模式的城市道路路网简化方法 ..... 杨必胜, 张云菲, 栾学晨 (150)

# 中国图象图形学报

刊名题字: 宋 健 月刊(1996 年创刊)

第 17 卷 第 1 期

2012 年 1 月 16 日出版

**主管单位** 中国科学院  
**主 办** 中国科学院遥感应用研究所  
中国图象图形学学会  
北京应用物理与计算数学研究所

**主 编** 李小文

**编辑出版** 《中国图象图形学报》编辑出版委员会

北京 9718 信箱 邮编 100101

电子信箱: jig@irsa. ac. cn

电话: 010-68407995 010-82614429

网 址: www. cjig. cn

**印刷装订** 北京北林印刷厂

**广告经营许可证** 京朝工商广字第 0346 号

**总 发 行** 北京报刊发行局

**订 购** 全国各地邮局

**国外发行** 中国国际图书贸易总公司

(中国国际书店)

(北京 399 信箱 邮编 100044)

**Superintended by** Chinese Academy of Sciences  
**Sponsored by** Institute of Remote Sensing Application,  
CAS China Society of Image and Graphics  
Institute of Applied Physics and Computational  
Mathematics  
**Chief editor** LI Xiaowen  
**Editor, Publisher** Editorial and Publishing Board  
of Journal of Image and Graphics  
(P. O. Box 9718, Beijing 100101, China)  
E-mail: jig@irsa. ac. cn  
**Distributed by** Beijing Bureau for Distribution of Newspapers  
and Journals  
**Domestic** All Local Post Offices in China  
**Foreign** China International Book Trading Corporation  
(P. O. Box 399, Beijing 100044, China)  
**Printed by** Beijing Beilin Printing House

# Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 17 No. 1 January 2012

## Contents

### Review

Advances and perspectives on compressed sensing theory ..... *Shao Wenze, Wei Zhihui*(1)

### Image Processing and Coding

Complete video quality-preserving reversible data-hiding based on AVS ..... *Guo Bao'an, Chen Biao, Zhang Biao, Yu Zhiqiang, Zhang Weiming*(13)

Morphological component analysis for tomography reconstruction ..... *Wang Liyan, Wei Zhihui, Li Xingxiu*(20)

Single image dehazing based on scene depth and physical model ..... *Guo Jia, Wang Xiaotong, Hu Chengpeng, Xu Xiaogang*(27)

No-reference image quality assessment based on natural scene statistics and wavelet ..... *Jin Bo, Li Chaofeng, Wu Xiaojun*(33)

New filter based on region segmentation and bilateral filtering ..... *Yang Xuezhi, Xu Yong, Fang Jing, Lu Jie, Zuo Meixia*(40)

Removal of random-valued impulse noise based on seed pixels filter ..... *Shan Jianhua*(49)

Novel rate distortion optimization strategy based on perceptual properties of texture and luminance ..... *Yu Like, Dai Feng, Zhang Yongdong, Lin Shouxun*(54)

Blind separation of single-channel permuted defocus blurred image ..... *Wang Wei, Fang Yong*(62)

Side-scan sonar image despeckling based on block-matching and 3D filtering ..... *Fan Xijian, Li Qingwu, Huang He, Wang Min*(68)

New well-posed model and classified diffusion ..... *Li Yanbao, Jiang Guangfeng, Wang Zhiqiang, Liu Wei*(75)

### Image Analysis and Recognition

Type recognition of fascicular groups from nerve slice image ..... *Zhong Yingchun, Luo Peng*(82)

Multi-target tracking approach combined with SPA occlusion segmentation ..... *Ding Huan, Zhang Wensheng*(90)

The mining of stable image feature-compositions in object recognition ..... *Jiang Yongbing, Peng Qimin*(99)

Vessel recognition with high resolution terraSAR-X image based on structure feature ..... *Yin Xiong, Wang Chao, Zhang Hong, Wu Fan*(106)

### Image Understanding and Computer Vision

Robot vision environmental perception method based on hybrid features ..... *Yang Junyou, Ma Le, Bai Dianchun, Toshimitsu Higashi*(114)

Fast image inpainting algorithm using color texture distribution analysis ..... *Zhang Qing, Lin Jiajun*(123)

### Computer Graphics

Integral algorithm for circle anti-aliasing ..... *Jia Yinliang, Zhang Huanchun, Jing Yazhi*(130)

### Remote Sensing Image Processing

SAR images recognition based on kernel principal component analysis ..... *Yu Hongyun, Jiang Tao, Guan Jian*(137)

Remotely sensed imagery segmentation based on the hierarchical representation of image content ..... *Zhang Xueliang, Xiao Pengfeng, Feng Xuezhi*(142)

### Geoinformatics

Pattern preserving method for grid simplification in road networks ..... *Yang Bisheng, Zhang Yunfei, Luan Xuechen*(150)

中图分类号: TP391.1 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2012)01-0020-07

论文引用格式: 王丽艳, 韦志辉, 李星秀. 多成分正则化约束的断层图像重建算法 [J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(1): 20-26

# 多成分正则化约束的断层图像重建算法

王丽艳<sup>1,2</sup>, 韦志辉<sup>2</sup>, 李星秀<sup>2</sup>

1. 东南大学数学系, 南京 211189; 2. 南京理工大学计算机科学与技术系, 南京 210094

**摘要:** 压缩感知理论为低采样率下稀疏性信号的高质量重建提供理论基础和广泛的应用前景, 然而现有大部分研究通常假设原始图像是分段光滑的, 不适用于纹理丰富的图像。基于多成分分析理论将原始图像分为卡通和纹理两部分, 并且利用各成分在不同变换下稀疏的性质, 提出一种多成分正则化的断层图像重建模型。采用分裂 Bregman 方法将多正则项解耦合, 分解成最小二乘问题和去噪问题求解, 提出该模型的交替迭代算法。对 MRI 和 CT 图像进行仿真实验, 并同新近的多种算法进行比较。实验结果表明, 该模型能够较好地保持图像纹理等中小尺度信息, 收敛速度快。

**关键词:** 核磁共振成像; 多成分分析; 交替迭代法

## Morphological component analysis for tomography reconstruction

Wang Liyan<sup>1,2</sup>, Wei Zhihui<sup>2</sup>, Li Xingxiu<sup>2</sup>

1. Mathematics Department, Southeast University, Nanjing 211189, China;

2. Computer Science Department, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China

**Abstract:** Recently a number of algorithms have been proposed to overcome the data insufficiency for certain compressible signals. Most of the existing methods are appropriate for piecewise smooth objects, but do not behave very well on texture-rich object. In this paper, a new optimization model for tomography reconstruction for texture-rich object is proposed based on morphological components analysis, in which compound regularizations are exploited. Furthermore, an alternating iterative algorithm is presented to solve the relevant optimization problem. We compare its numerical performance with two recent algorithms, which demonstrate that the proposed method is highly efficient especially in preserving texture features.

**Key words:** magnetic resonance imaging; morphological component analysis; alternating iterative algorithm

## 0 引言

断层成像(tomography imaging)术,如 X 射线 CT (X-ray computerized tomography)、磁共振成像(MRI)、正电子成像(PET)在医学和工业上有着广泛应用。复杂多样的工程应用条件对断层成像技术的进一步发展提出了更高的要求:在 CT 成像应用中,由于 X 射线对人体具有辐射作用,因此希望能够尽可能的降

低辐射剂量;在磁共振成像应用中,长时间的扫描会引入运动伪影(如呼吸、肢体微动等),且不适于动态部位的检查,如扫描时间相比于心脏本身的运动周期来说太长,因此希望尽可能地减少扫描时间。现有的改进方向有两个:一个是改进硬件成像设备,如 CT 成像中提高探测器的敏感度<sup>[1]</sup>,MRI 成像中设计并行扫描线圈,一次扫描获得更多的数据<sup>[2]</sup>,这样会大幅提高硬件的制造成本而且往往会带来噪声变大的负效应;另外,从重建算法上改进,希望仅仅需要较少的扫

收稿日期:2010-12-27;修回日期:2011-03-31

基金项目:国家自然科学基金项目(10926178,10871043);国家高技术研究发展计划(863)项目(2007AA12E100)

第一作者简介:王丽艳(1978—),女,讲师,现为南京理工大学计算机科学与技术系模式识别专业在读博士研究生,主要从事医学图像处理、CT 理论和重建算法等方面的研究工作。E-mail:101010356@seu.edu.cn

描数据就能够准确或近似的重构。本文将探讨如何更好地利用稀疏性,达到低采样率下高分辨重构图像。

随着人们对图像质量要求的提高,重建效果更加注重图像的纹理等细节部分保持,而纹理等细节部分往往体现在图像的较高频段,因此需要的图像带宽越来越宽。而传统的奈奎斯特采样定理指出采样率必须大于原始信号带宽的两倍才能够精确重建,因此寻找新的数据采集以及处理理论成为必然。压缩感知理论<sup>[3]</sup>充分利用信号的可压缩性或者在某种变换域的稀疏性,通过与该变换不相关的采样,将原有的高维信号降维,因而能够保证在较低的采样率下就能达到精确或者近似精确重建。现有在断层图像重建中应用压缩感知技术的工作,如文献[4-7]等,大都假设图像的梯度是稀疏的,这样的假设对纹理丰富的图像不适用。如何设计能够保持图像纹理等中小尺度信息的断层重建模型与算法是该领域亟待解决的问题。

## 1 多成分正则化的断层图像重建模型

压缩感知理论本质上是利用信号的稀疏性,当采样满足 RIP (restricted isometric property) 条件<sup>[3]</sup>即可达到低采样率下的高概率精确重建。受此启发,以稀疏性引导的正则项逐渐在各种图像处理反问题中得以广泛应用。图像的稀疏性是指图像在某一组基或字典下的表示,只有很少的大系数,其他大部分系数都为零或接近于零,或者说仅仅由变换域下少数的大系数即可高质量地恢复原始图像。

断层成像的模型通常采用

$$\mathbf{f} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{n} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^{N^2}$  为未知的理想图像,  $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^M$  为观测数据,  $\mathbf{n}$  为观测噪声,  $\mathbf{A}: \mathbf{R}^{N^2} \rightarrow \mathbf{R}^M$  为成像算子的离散形式,通常考虑  $M \ll N^2$  的情况。实际问题经常会涉及观测数据不完全以及噪声大,另外,由于断层重建的逆问题本质,需要进行适当的正则化,以保证数值计算的稳定性和抑制噪声。假设模型中的噪声为独立同分布的高斯白噪声,由正则化理论,断层重建问题可转化为求解下面的优化问题

$$\arg \min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_2^2 \quad (2)$$

式中,  $\|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_2^2$  用来刻画重建图像与观测数据的一致性,称为保真项,  $J(\mathbf{u})$  描述原始图像的先验条

件(如光滑性、稀疏性等),用来克服重建问题的奇异性,称为正则项。正则项的选取决定了优化问题解的特性,对重建结果十分重要。Tikhonov<sup>[8]</sup>正则化  $J(\mathbf{u}) = \lambda \|\mathbf{u}\|_2^2$  能够使得图像具有较低的能量,但往往导致图像过分光滑,边缘变得模糊,为了更好地保持图像的边缘,全变差<sup>[9]</sup>(TV)正则化  $J(\mathbf{u}) = \lambda \|\mathbf{u}\|_{BV} = \lambda \|\nabla \mathbf{u}\|$  得到了广泛重视,但该正则项仅仅能够保持大尺度的边缘,对纹理等细小的结构效果不好。文献[4-7]采用了TV正则化,文献[9-10]采用的是某种变换下稀疏的  $L_1$  正则化  $J(\mathbf{u}) = \lambda \|\Phi \mathbf{u}\|$ 。进一步,文献[11-13]将TV正则化和  $L_1$  正则化结合起来采用复合正则项  $J(\mathbf{u}) = \lambda_1 \|\Phi \mathbf{u}\|_1 + \lambda_2 \|\nabla \mathbf{u}\|$ ,实验结果优于单一正则项的重建效果,但测试图像是简单的图像,对纹理复杂的图像不能保证良好的重建效果。对于复杂的图像,由于存在卡通成分(平滑部分和边缘部分的统称)、纹理成分等多种形态结构成分,很难达到在单一基或字典下的表示系数足够稀疏。因此,采用Elad等人<sup>[14]</sup>多成分分析的思想,将图像各形态成分分开处理,分解成卡通和纹理两部分,分别建立相应的正则项进行约束,提出多成分的断层图像重建模型。

假设图像  $\mathbf{u}$  在某种变换  $\Phi$  下可稀疏表示,则以此稀疏性为先验的断层图像重建问题可由下述最小化问题  $\arg \min_{\mathbf{u}} \lambda \|\Phi \mathbf{u}\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{u}\|_2^2$  求解。然而,当待测目标图像是包含卡通、纹理等多种形态结构成分的复杂信号,则很难构造单一类型的基或字典使整个图像的表示系数足够稀疏。Elad等人在2005年结合稀疏表示和变分方法,提出图像多成分分析<sup>[14]</sup>(MCA)理论,将图像分解成卡通成分和纹理成分,寻找这两种成分能够稀疏表示的基底或字典,并把这种形态成分应用在图像去噪和图像修补等问题中。受此工作的启发,针对包含多种形态结构成分的待测目标图像,结合TV正则项和变换域下稀疏性约束,对图像卡通成分和纹理成分分别建立相应的正则项,建立多成分的断层图像重建模型。具体地,假设  $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^{N^2}$  为未知的理想图像,可由纹理成分  $\mathbf{u}_1$  和卡通成分  $\mathbf{u}_2$  两部分组成,即  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$ ,多成分的断层图像重建模型可表示为

$$\arg \min_{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2} \alpha_{L1} \|\Phi \mathbf{u}_1\|_1 + \alpha_{TV} \|\nabla \mathbf{u}_2\|_1 \quad (3)$$

使得

$$\|\mathbf{f} - \mathbf{A}(\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2)\|_2^2 \leq \delta^2$$

式(3)中,  $\Phi$  为纹理成分的稀疏表示变换, 实验中选取离散局部离散余弦变换(local DCT); 采用TV正则项作为卡通成分的先验约束;  $\alpha_{L_1}, \alpha_{TV}$  为正则化参数, 用来刻画原始图像中卡通和纹理的成分比例;  $\delta$  为数据不一致性参数, 用来刻画观测中的噪声水平。

## 2 模型的交替迭代快速算法

利用拉格朗日乘法可以将模型式(3)转换为

$$\arg \min_{u_1, u_2} \alpha_{L_1} \|\Phi u_1\|_1 + \alpha_{TV} \|\nabla u_2\|_1 + \frac{1}{2} \|f - A(u_1 + u_2)\|_2^2 \quad (4)$$

适当选择尺度化参数  $\alpha_{L_1}, \alpha_{TV}$ , 使得符合保真项的噪声水平, 文献[3]探讨了如何选取正则化参数使得模型式(3)和模型式(4)具有相同的解。

如同文献[14]中考虑的情况, 为了实现快速求解, 算法中仅考虑成像算子  $A$  为频域下低采样算子的情况, 可进一步表示为  $A = PF$ ,  $F$  为2维离散傅里叶变换,  $P$  为次采样算子, 例如取径向22根线的采样矩阵。这样的成像算子适用于磁共振成像中梯度线圈采样径向排列、CT中平行光成像、PET成像等。

### 2.1 解耦的分裂 Bregman 快速迭代算法

优化问题式(4)中要求解的变量  $u_1, u_2$  在保真项和正则项中耦合在一起, 因此引入中间变量  $w, z$  将问题式(4)转化为式(5)求解, 即

$$\arg \min_{u_1, u_2} \alpha_{L_1} \|z\|_1 + \alpha_{TV} \|w\|_1 + \frac{1}{2} \|f - A(u_1 + u_2)\|_2^2 \quad (5)$$

使得  $z = \Phi u_1$ ,  $w = \nabla u_2$ ; 然后采用分裂 Bregman 方法, 将带等式约束的优化问题转化为无约束优化问题

$$(u_1^{k+1}, u_2^{k+1}, z^{k+1}, w^{k+1}) = \arg \min_{u, z, w} \{ \alpha_{L_1} \|z\|_1 + \alpha_{TV} \|w\|_1 + \frac{1}{2} \|f - A(u_1 + u_2)\|_2^2 + \frac{\beta}{2} \|z - \Phi u_1 - d^k\|_2^2 + \frac{\beta}{2} \|w - \nabla u_2 - b^k\|_2^2 \} \quad (6)$$

式中,  $b^{k+1} = b^k + (\nabla u_2^{k+1} - w^{k+1})$ ,  $d^{k+1} = d^k + (\Phi u_1^{k+1} - z^{k+1})$ 。

模型式(4)到模型式(6)采用了分裂 Bregman 方法<sup>[15]</sup>, 与传统的求解约束优化问题的序贯策略 (continuation method) 相比, 分裂 Bregman 迭代主要有两个优点: 1) 迭代收敛速度快, 特别是当目标泛

函中包含  $L_1$  正则化项时, 只需几次迭代求解无约束问题即可获得很好的结果; 2) 对参数  $\beta$  的选择不敏感, 序贯策略需要在迭代过程中不断减小正则化参数  $\beta$  的取值, 可避免  $\beta \rightarrow \infty$  过程中序贯策略的数值不稳定性。

对于多变量优化问题, 采用交替迭代的方法, 交替求解  $u, z, w$ 。

$$1) \quad z^{k+1} = \arg \min_z \alpha_{L_1} \|z\|_1 + \frac{\beta}{2} \|z - \Phi u_1^k - d^k\|_2^2 \quad (7)$$

$$2) \quad w^{k+1} = \arg \min_w \alpha_{TV} \|w\|_1 + \frac{\beta}{2} \|w - \nabla u_2^k - b^k\|_2^2 \quad (8)$$

$$3) \quad (u_1^{k+1}, u_2^{k+1}) = \arg \min_{u_1, u_2} \|f - A(u_1 + u_2)\|_2^2 + \beta \|z^{k+1} - \Phi u_1 - d^k\|_2^2 + \beta \|w^{k+1} - \nabla u_2 - b^k\|_2^2 \quad (9)$$

注意到求解问题式(8)(9)只需采用文献[14]中的逐点进行萎缩即可。

$$z^{k+1} = \text{shrink}(\Phi u_1^k - d^k, \alpha_{L_1}/\beta) \quad (10)$$

$$w^{k+1} = \text{shrink}(\nabla u_2^k - b^k, \alpha_{TV}/\beta) \quad (11)$$

式中,  $\text{shrink}(b, \lambda) \triangleq \{\max(0, |b_i| - \lambda) \text{sgn}(b_i)\}$  为软门限算子。

考虑式(9)的最优解条件, 分别对  $u_1, u_2$  求导等于零可以得到法方程

$$\begin{aligned} (A^T A + \beta \Phi^T \Phi) u_1 &= A^T (f - A u_2) + \beta \Phi^T (z^{k+1} - d^{k+1}) \\ (A^T A + \beta \nabla^T \nabla) u_2 &= A^T (f - A u_1) + \beta \nabla^T (w^{k+1} - b^{k+1}) + \beta \nabla_y^T (w^{k+1} - b^{k+1}) \end{aligned} \quad (12)$$

式中,  $\nabla_x, \nabla_y$  分别表示对  $x, y$  方向做差分,  $\nabla = \begin{pmatrix} \nabla_x \\ \nabla_y \end{pmatrix}$ 。当选择  $\Phi$  为正交变换,  $\nabla$  采用周期边界的差分算子可通过傅里叶变换对角化, 即

$$D = \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \nabla_x F^T \\ F \nabla_y F^T \end{pmatrix} \text{ 为对角阵, 对法方程}$$

式(12)两边作2维傅里叶变换可得

$$\begin{aligned} (P^T P + \beta I) F u_1 &= P^T (f - P F u_2) + \beta F \Phi^T (z^{k+1} - d^{k+1}) \\ (P^T P + \beta D^T D) F u_2 &= P^T (f - P F u_1) + \beta F (\nabla_x^* (w^{k+1} - b^{k+1}) + \nabla_y^* (w^{k+1} - b^{k+1})) \end{aligned} \quad (13)$$

注意到等式左边的算子都是对角阵,因此,可通过频域的点运算快速求解

$$\begin{aligned} \mathbf{F}u_2^{k+1} &= \{\mathbf{P}^T \circ \mathbf{f} + \beta \mathbf{F} \nabla^* (\mathbf{w}^{k+1} - \mathbf{b}^{k+1}) - \\ &\quad \mathbf{P}^T \mathbf{P} \circ (\mathbf{F}(\Phi^T(z^{k+1} - \mathbf{d}^{k+1}) - \\ &\quad \mathbf{F}(\nabla_x^* (\mathbf{w}^{k+1} - \mathbf{b}^{k+1}) + \nabla_y^* (\mathbf{w}^{k+1} - \mathbf{b}^{k+1})))\} / \\ &\quad (\mathbf{P}^T \mathbf{P} + \beta \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \mathbf{P}^T \mathbf{P} \circ \mathbf{D}^T \mathbf{D}) \quad (14) \\ \mathbf{F}u_1^{k+1} &= \mathbf{D}^T \mathbf{D} \circ \mathbf{F}u_2 + \mathbf{F} \Phi^T (z^{k+1} - \mathbf{d}^{k+1}) - \\ &\quad \mathbf{F}(\nabla_x^* (\mathbf{w}^{k+1} - \mathbf{b}^{k+1}) + \\ &\quad \nabla_y^* (\mathbf{w}^{k+1} - \mathbf{b}^{k+1})) \end{aligned}$$

## 2.2 解耦分裂 Bregman 快速迭代算法流程

综上所述,解耦 Bregman 迭代算法描述如下:

算法名称 多成分正则化断层图像重建的分裂 Bregman 迭代算法。

算法任务 多成分正则化断层图像重建。

输入参数 观测的频域部分数据  $\mathbf{f}$ , 成像算子  $\mathbf{P}$ , 正则化参数  $\alpha_{L_1}, \alpha_{TV}, \beta$ , 最大迭代次数  $N_{SB}$ , 噪声水平参数  $\delta$ , 容忍误差  $\tau$ 。

初始化  $\mathbf{u}_1^0 = \mathbf{f}, \mathbf{d}^0 = \mathbf{b}^0 = \mathbf{0}$ 。

While 终止条件不满足

$$\begin{aligned} z^{k+1} &= \text{shrink}(\Phi \mathbf{u}_1^k - \mathbf{d}^k, \alpha_{L_1} / \beta) \\ \mathbf{w}^{k+1} &= \text{shrink}(\nabla \mathbf{u}_2^k - \mathbf{b}^k, \alpha_{TV} / \beta) \end{aligned}$$

按式(14)求解  $(\mathbf{u}_1^{k+1}, \mathbf{u}_2^{k+1})$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}^{k+1} &= \mathbf{b}^k + (\nabla \mathbf{u}_2^{k+1} - \mathbf{w}^{k+1}) \\ \mathbf{d}^{k+1} &= \mathbf{d}^k + (\Phi \mathbf{u}_1^{k+1} - z^{k+1}) \end{aligned}$$

End

输出:重建图像  $(\mathbf{u}_1^{k+1}, \mathbf{u}_2^{k+1})$ , 迭代次数  $n$ 。

特别指出的是该算法中3个子问题都具有显式的解析解,具体实现可以通过软门限以及频域上的点运算快速求解。

## 2.3 参数以及终止条件的设定

由于 Bregman 迭代的特点,实验结果对于分裂 Bregman 迭代所引入的二次惩罚项的系数  $\beta$  的选取并不敏感。实验中我们固定其他参数,测试  $\beta$  在区间  $[0.0001, 0.01]$  中任意取值,对迭代结果影响不大;噪声水平参数  $\delta$  是指观测值中噪声的先验方差;根据噪声水平参数  $\delta$ ,选取正则化参数  $\alpha_{L_1}, \alpha_{TV}$  的量级,然后再根据带重建的目标图像中各成分所占的比重适当的调整  $\alpha_{L_1}, \alpha_{TV}$  之间的比重。

终止条件设定为当迭代次数超过最大迭代次数  $N_{SB}$ , 或者保真项的误差水平达到,即

$$\|\mathbf{f} - \mathbf{A}(\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2)\|_2^2 \leq \delta^2 \text{ 或者相邻两次迭代解的相对误差小于容忍误差 } \tau, \text{ 即 } \frac{\|\mathbf{u}_1^{k+1} - \mathbf{u}_1^k\|_\infty}{\|\mathbf{u}_1^k\|_\infty} \leq \tau \text{ 且}$$

$$\frac{\|\mathbf{u}_2^{k+1} - \mathbf{u}_2^k\|_\infty}{\|\mathbf{u}_2^k\|_\infty} \leq \tau。$$

## 3 实验结果与分析

对多幅测试图像进行仿真实验,检验本文模型与数值算法的有效性,并同多种现有算法进行比较,包括直接反投影法(BP)、TV 正则化算法、复合正则化算法。直接反投影法即将观测值赋予频域上的相应位置,没有观测到的补零然后直接频域反变换得到。TV 正则化算法、复合正则化算法,以及我们采用文献[14]解决问题的模型为

$$\begin{aligned} \arg \min_{\mathbf{u}} \alpha_{L_1} \|\Phi \mathbf{u}\|_1 + \alpha_{TV} \|\nabla \mathbf{u}\|_1 + \\ \frac{1}{2} \|\mathbf{f} - \mathbf{A} \mathbf{u}\|_2^2 \end{aligned}$$

当参数取  $\alpha_{L_1} = 0, \alpha_{TV} \neq 0$  时,称为 TV 正则化算法;当参数取  $\alpha_{L_1} \neq 0, \alpha_{TV} \neq 0$  时,称为复合正则化算法。文献[14]的作者提供了可供自由下载的 MATLAB 软件包 RecPF\_v2.2<sup>[16]</sup>,本文实验中其他算法结果均由该软件包实现,各算法的最大迭代次数均为  $N_{SB}$  次。采用的测试图像包括股骨 MR 图像、乳腺 CT 图像、头颅 CT 图像。测试中将全采样的数据重建结果作为广义真,即原始图像。

衡量重建效果的定量指标选取重建图像的相对误差  $ReErr$  和峰值信噪比 PSNR,具体定义如下

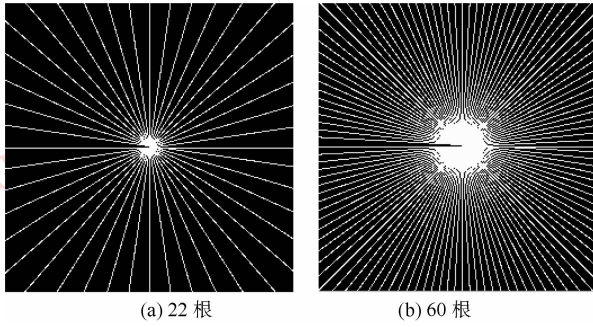
$$ReErr = \frac{\|\mathbf{u} - \mathbf{u}^*\|}{\|\mathbf{u}^*\|} \times 100 \quad (\%)$$

$$PSNR = 10 \lg \max(\mathbf{u}^*)^2 \left/ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{(u_{ij}^* - u_{ij})^2}{MN} \right.$$

式中,  $\mathbf{u}^*$  为原始图像,  $\mathbf{u}$  为重建图像,  $N$  和  $M$  为图像尺寸大小,  $i, j$  为图像像素下标。

实验中次采样算子矩阵  $\mathbf{P}$  如图1所示。图2所示的股骨图像相对简单,稀疏性较好,采用图1(a)所示的频域22根采样进行重建就能够达到较好的重建结果;而对于图3和图4的纹理较多、成分较复杂的需要的采样个数要相对增加,实验中采用图1(b)所示的频域60根采样。

实验中,取定  $\beta = 0.001$ , 最大迭代次数  $N_{SB} = 100$ , 先将原始图像进行  $[0, 1]$  归一化,假定噪声水平参数  $\delta^2 = 10^{-2}$ , 容忍误差  $\tau = 10^{-4}$ , 从模型式(4)可以看出,正则化参数  $\alpha_{L_1}, \alpha_{TV}$  只影响采样点处的值,  $\alpha_{L_1}, \alpha_{TV}$  越小说明保真项越重要,则重建结果在



(a) 22 根

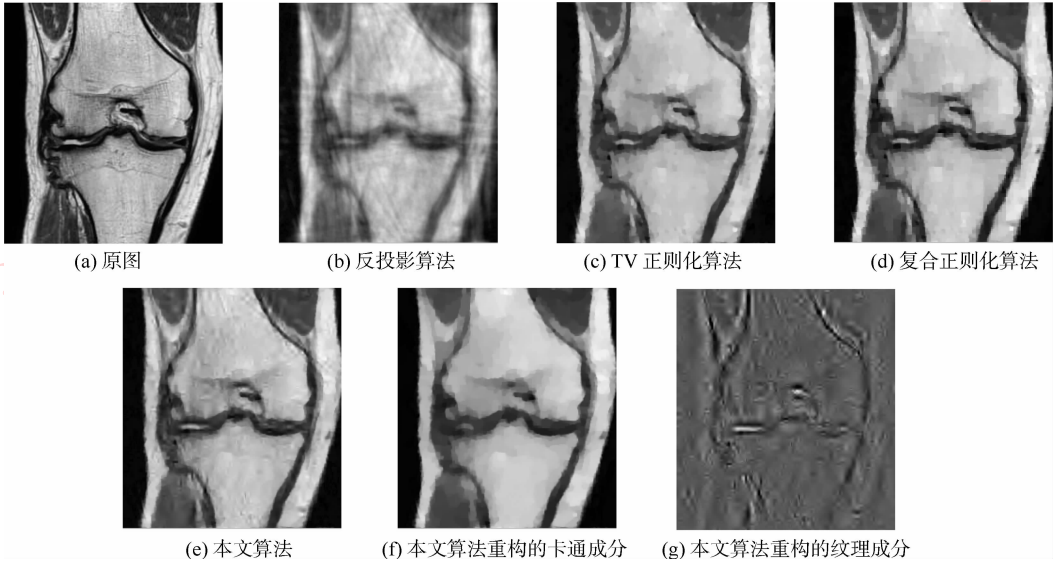
(b) 60 根

图1 采样矩阵  $P$

Fig. 1 Fourier domain sampling location with 22 and 60 radial lines

采样处的值都和观测值接近。正则化参数  $\alpha_{l_1}$  和  $\alpha_{TV}$  的相对大小代表了卡通和纹理成分的比例, 实验中按照  $2.5 \times 10^{-6}$  的步长, 在范围  $[10^{-6}, 10^{-5}] \times [10^{-6}, 10^{-5}]$  中调整。

图2 相对简单稀疏性较好, 用22根的频域采样, 重建结果中图2(c)(d)有较明显的块状伪影, 本文的方法能够较好地避免这种现象; 图3、图4中(c)~(e)的重建结果与传统方法图3(b)有明显的提高。本文算法能够更好地保持纹理信息, 并且给出了独立的纹理图像, 为进一步的医疗诊断提供



(a) 原图

(b) 反投影算法

(c) TV 正则化算法

(d) 复合正则化算法

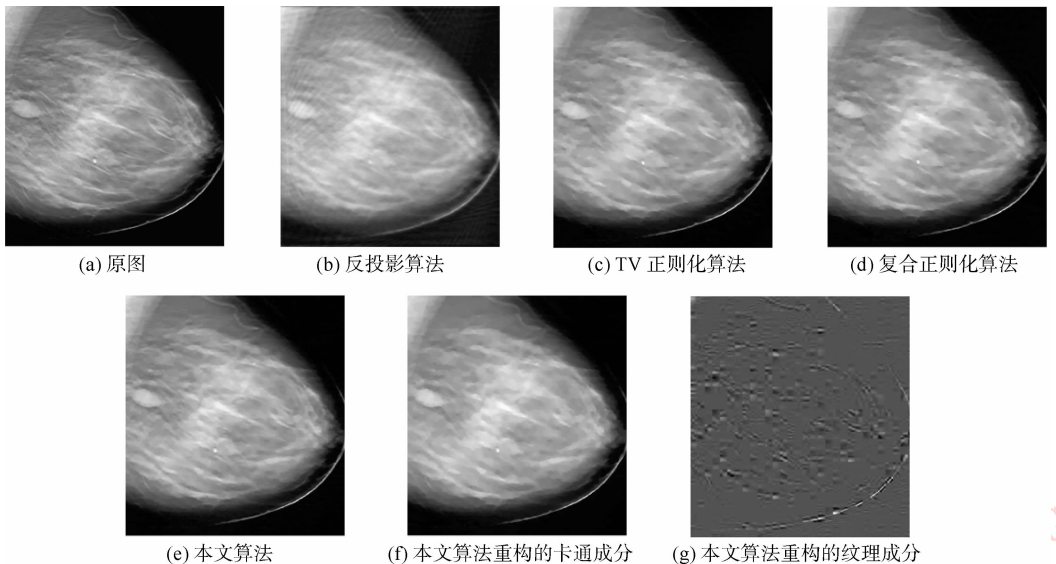
(e) 本文算法

(f) 本文算法重构的卡通成分

(g) 本文算法重构的纹理成分

图2 MRI 股骨图像的重建算法结果比较

Fig. 2 Images reconstructed by use of different algorithms under ideal condition



(a) 原图

(b) 反投影算法

(c) TV 正则化算法

(d) 复合正则化算法

(e) 本文算法

(f) 本文算法重构的卡通成分

(g) 本文算法重构的纹理成分

图3 CT 乳腺图像的重建算法结果比较

Fig. 3 Images reconstructed by use of different algorithms under ideal condition

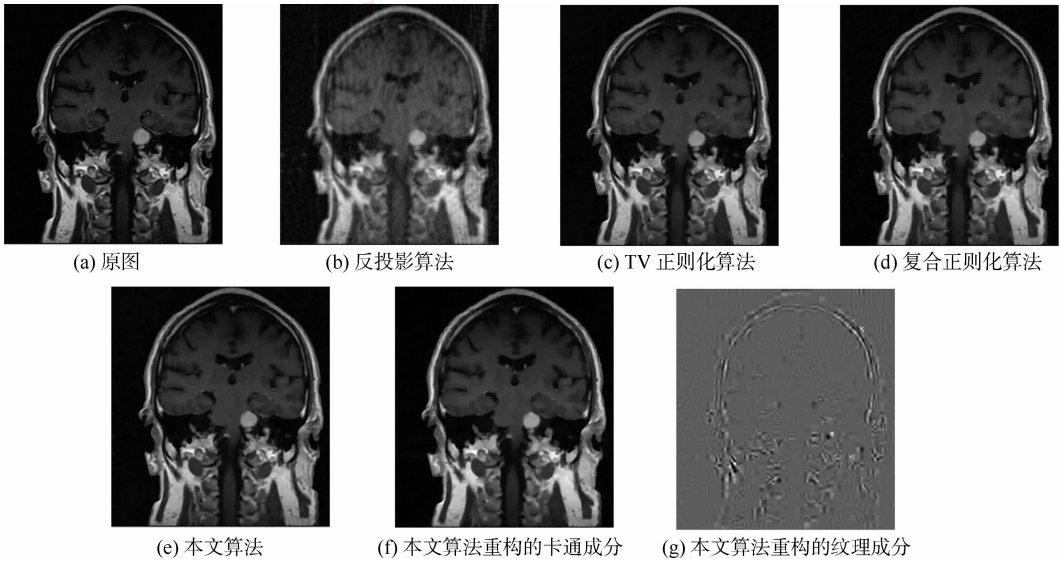


图 4 CT 头颅图像的重建算法结果比较

Fig. 4 Images reconstructed by use of different algorithms under ideal condition

辅助信息。表 1 给出了各种算法的相对误差和峰值信噪比,与新近的 TV 正则化以及复合正则化模型相比从中可以看出本文模型的重建效果相对误差降低,峰值信噪比提高。

表 1 各算法的重建图像定量指标比较

Table 1 The quantitative comparison of the reconstruction results of several algorithms

图像	算法	ReErr /%	PSNR/dB
图 2	多成分	9.64	15.5
	复合正则	10.05	14.9
	TV 正则	10.06	14.9
图 3	多成分	2.68	26.4
	复合正则	2.89	26.1
	TV 正则	3.26	25.1
图 4	多成分	7.07	19.6
	复合正则	8.28	18.2
	TV 正则	7.68	19.0

## 4 结 论

基于图像多成分的假设,建立纹理成分和卡通成分所对应的正则化断层图像重建模型,并提出一种交替迭代算法。与 TV 正则化、复合正则化相比,该方法在保证整体重建效果的基础上,较好地重建出图像的纹理等中、小尺度特征。此外,利用分裂

Brigman 方法将多变量的优化问题交替迭代,并且具体的子问题的求解中通过萎缩函数和频域点运算进行快速求解算法。实验结果验证了本模型和算法的有效性。为了进一步提高重建的效果,需要在实际应用中,根据待测图像的性质通过大量的训练,来寻找刻画纹理和卡通部分的更稀疏的基底。

## 参考文献 (References)

[ 1 ] Gou L, Wang X B, Cao H. The present state and future development of X-ray imaging technology [ J ]. Journal of Chengdu University of Technology, 2002, 29 ( 2 ): 227-231. [ 苟亮,王绪本,曹辉. X 射线成像技术的发展现状和趋势 [ J ]. 成都理工学院学报, 2002, 29 ( 2 ): 227-231. ]

[ 2 ] Xiao Z K, Hu G S. Regularized SPACE-RIP parallel magnetic resonance imaging reconstruction method [ J ]. Journal of Tsinghua University ( Science and Technology ), 2007, 47 ( 9 ): 1545-1548. [ 肖智魁,胡广书. 基于正则化的 SPACE-RIP 并行磁共振成像重建算法 [ J ]. 清华大学学报: 自然科学版, 2007, 47 ( 9 ): 1545-1548. ]

[ 3 ] Donoho D L. Compressed sensing [ J ]. IEEE Trans. on Information Theory, 2006, 52 ( 4 ): 1289-1306.

[ 4 ] Candes E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [ J ]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2006, 52: 489-509.

[ 5 ] Ritschl L, Bergner F, Kachelriess M. A new approach to limited angle tomography using the compressed sensing framework [ C ]. Proceedings of SPIE Medical Imaging. San Diego, USA: SPIE, 2010, 7622: 76222H.

- [ 6 ] Landi G, Piccolomini E L, Zama F. A total variation based reconstruction method for dynamic MRI [ J ]. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2008, 9 ( 1 ) : 69-80.
- [ 7 ] Yongsheng P, Whitaker R. TV regularized iterative image reconstruction on a mobile C-ARM CT [ C ] // *Proceedings of SPIE Medical Imaging*. San Diego, USA ; SPIE, 2010, 7622 : 76222L.
- [ 8 ] Tikhonov A N. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method [ J ]. *Soviet Math Dokl*, 1963, 4 ( 4 ) : 501-504.
- [ 9 ] Charbonnier P, Blance-Féraud L, Aubert G, et al. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging [ J ]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1997, 6 ( 2 ) : 298-311.
- [ 10 ] Yu H Y, Wang G. Compressed sensing based interior tomography [ J ]. *Physics in Medicine and Biology*, 2009, 54 ( 13 ) : 2791-2805.
- [ 11 ] He L, Chang T C, Osher S, et al. MR image reconstruction by Using the Iterative Refinement Method and Nonlinear Inverse Scale Space Methods [ R ]. Los Angeles CA ; USA ; University of California, 2006 : 6-35.
- [ 12 ] Lustig M, Donoho D, Pauly J. Sparse MRI; the application of compressed sensing for rapid MR imaging [ J ]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, 58 ( 6 ) : 1182-1195.
- [ 13 ] Yang J, Zhang Y, Yin W. A fast alternating direction method for TVL1-L2 signal reconstruction from partial fourier data [ J ]. *IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4 ( 2 ) : 288-297.
- [ 14 ] Elad M, Starck J L, Donoho D, et al. Simultaneous cartoon and texture image inpainting using morphological component analysis [ J ]. *Journal on Applied and Computational Harmonic Analysis ACHA*, 2005, 19 ( 3 ) : 340-358.
- [ 15 ] Goldstein T, Osher S. The split bregman algorithm for L1 regularized problems [ J ]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, 2 ( 2 ) : 323-343.
- [ 16 ] Yang J, Zhang Y, Yin W. Reconstruction from Partial Fourier data: RecPF Toolbox [ EB/OL ]. ( 2010-11-23 ) [ 2010-12-07 ]. <http://www.caam.rice.edu/~optimization/L1/RecPF>.