

中图分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)12-2105-07

论文索引信息: 王相海, 李放. 同向平均梯度的各向异性扩散模型 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(12): 2105-2111

同向平均梯度的各向异性扩散模型

王相海^{1),2)}, 李放¹⁾

¹⁾ (辽宁师范大学计算机与信息技术学院, 大连 116029)

²⁾ (辽宁师范大学自然地理与空间信息科学辽宁省重点实验室, 大连 116029)

摘要: 遥感图像成像过程中经常会产生包括高斯噪声和椒盐噪声的图像噪声, 这些噪声在很大程度上降低了图像的清晰度, 影响了图像的实际应用。如何在有效的去除图像噪声的同时又能够很好的保留图像的纹理信息, 成为遥感图像去噪追求的目标。针对林石算子和基于非线性小波阈值的各向异性扩散方程存在的不足, 提出一种基于同向平均梯度值的各向异性扩散去噪模型, 该模型克服了林石算子和基于非线性小波阈值的各向异性扩散方程无法去除强高斯噪声和椒盐噪声的不足, 在有效去除遥感图像噪声的同时, 很好的保持了图像的边缘和纹理信息。实验结果表明, 提出模型的稳定性和有效性, 并且去噪后的图像信噪比较林石算子和基于非线性小波阈值的各向异性扩散方程分别提高了 2~4 dB。

关键词: 同向梯度; 林石算子; 各向异性扩散方程; 遥感图像

Anisotropic diffusion model based on average gradient of identical direction

Wang Xianghai^{1),2)}, Li Fang¹⁾

¹⁾ (College of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029 China)

²⁾ (Liaoning Key Laboratory of Physical Geography and Geomatics, Liaoning Normal University, Dalian 116029 China)

Abstract: During the imaging process of remote sensing images, it will cause the image noise, including Gaussian noise and salt-and-pepper noise, which reduce the definition of the images and impact their practical application to a large extent. The goal of noise elimination of remote sensing images is to properly protect texture information of the image while efficiently eliminating noise. Based on the disadvantage of the Lin Shi algorithm and the anisotropic diffusion equation of nonlinear wavelet threshold value, the thesis puts forward the anisotropic diffused noise-eliminating model of average gradient of identical direction. This model effectively eliminates noise, at the same time, also properly protects edge features and texture information of remote sensing images, without the disadvantage the Gaussian noise and the salt-and-pepper noise cannot be eliminated by the Lin Shi algorithm and anisotropic diffusion equation of nonlinear wavelet threshold value. Our experiment show the stability and feasibility of our model, and the PSNR of image after using this model respectively increases 2~4 dB compared to the Lin&Shi algorithm or the anisotropic diffusion equation of nonlinear wavelet threshold value.

Keywords: identical-directional gradient; Lin&Shi algorithm; anisotropic diffusion equation; remote sensing image

收稿日期: 2010-11-03; 修回日期: 2011-01-15

基金项目: 辽宁省自然科学基金项目(20102123); 辽宁“百千万人才工程”项目(2008921036); 计算机软件新技术国家重点实验室(南京大学)开放基金项目(KFKT2011B11); 南京邮电大学图像处理与图像通信江苏省重点实验室开放基金项目(LBEK20100003)。

第一作者简介: 王相海(1965—), 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究领域为多媒体信息处理、计算机图形学。

E-mail: xhwang@luu.edu.cn。

0 引言

近年来,对遥感图像噪声的分析、评估和滤波成为遥感图像处理的热点问题^[1],它直接影响到对图像的解读和分析。而一般认为,遥感图像在获取及随后的传输过程中通常会生成高斯和椒盐的混合噪声^[2],传统的均值滤波法对去除图像中的椒盐噪声较为有效,而均值滤波法则能很好的抑制高斯噪声,但对于遥感图像中所出现的这种混合噪声,两类方法便显得无能为力。近年来,基于偏微分方程(PDE)的图像去噪方法因其能够较好的平衡在图像去噪过程中去除噪声与保护边缘信息的矛盾而受到关注^[3-4],其中具有开创性的图像去噪模型是 P-M 非线性扩散方程^[5]。该模型首次利用各向异性扩散方程,将图像的去噪和边缘检测问题统一考虑,在一定程度上自适应的实现了平滑和边缘增强,然而该模型主要是针对加性噪声设计的,对图像中(如椒盐噪声)的孤立性噪声和较强边缘的噪声平滑不是很有效,经过该模型处理后的图像通常具有“阶梯”状效应,并且方程本身所具有的“病态”特性,使得方程解的存在性和唯一性不能保证,为此文献[6]对 P-M 方程进行了正则化,克服了其“病态”特性,然而正则化后的模型当方差趋于 0 时不稳定,且为了保持图像的边缘,通常会使得图像中灰度变化不大的地方更加平滑。文献[7]针对文献[5-6]的不足,将高斯滤波引入其扩散系数中,提出如下扩散模型(简称林石算子)

$$g = e^{-((\|\nabla(G \otimes I)\|^2 + (G \otimes I_{xx})^2 + 2(G \otimes I_{xy})^2 + (G \otimes I_{yy})^2)/k^2)} \quad (1)$$

式中, $\|\nabla(G \otimes I)\|$ 表示高斯核和图像 I 做卷积后得到的平滑图像的梯度值, $G \otimes I_{xx}$, $G \otimes I_{xy}$ 和 $G \otimes I_{yy}$ 分别表示高斯核和图像 I 做卷积后求得的二阶导数, k 是阈值。该算子在零交叉点(即 $\Delta I = 0$) 处,其二阶导数通常较小,这样在图像的尖峰处,小的扩散系数导致了较慢的扩散速度,从而最大可能的保护了图像的边缘信息,即该算子在有效去除图像噪声的同时,最大化的保护了图像的边缘信息。然而,由于高斯滤波属于线性低通滤波,其缺点是会使图像的边缘模糊化,有时甚至会有边界移位。为了克服该缺点,文献[8]采用非线性小波阈值来替代高斯滤波,提出一种新的模型(简称姜冯算子),该模型利用小波变换的多分辨率特性,很好的保护了边缘信息,避免了边缘模糊或边界移位现象,并且在去除

高斯噪声方面取得了很好的效果。然而,该算子对于强高斯噪声和椒盐噪声还不是很有效。

首先对平移不变小波阈值与扩散模型、高斯平滑的关系进行了讨论,进一步对姜冯算子的扩散过程和存在的无法有效完成正向扩散的原因进行了分析,在此基础上提出一种新的基于同向平均梯度值的各向异性扩散模型。该模型对于图像中的噪声点,用其四相邻点的同向平均梯度值来代替相应的四方向梯度值,使噪声点处的梯度值得以减小,从而在一定程度上提高了模型正向扩散的有效性,对高强度噪声或椒盐噪声点进行了有效平滑;此外,由于扩散是各向异性的,从而在有效去除噪声的同时,很好的保护了图像的边缘及纹理信息。

1 姜冯算子的理论分析

1.1 平移不变小波阈值与扩散方程的关系

Mrazek 和 Weickert 研究并证明了在 2 维情况的一定条件下,平移不变小波阈值和扩散方程具有等价关系^[9],即当满足式(2)条件时,小波单尺度阈值与扩散方程的一步稳定离散是等价的

$$\begin{cases} F(V_x^{w_{i,j}}) = V_x^{w_{i,j}}(1 - 4t \cdot g((V_x^{w_{i,j}})^2 + (V_y^{w_{i,j}})^2)) \\ F(V_y^{w_{i,j}}) = V_y^{w_{i,j}}(1 - 4t \cdot g((V_x^{w_{i,j}})^2 + (V_y^{w_{i,j}})^2)) \\ F(V_{xy}^{w_{i,j}}) = V_{xy}^{w_{i,j}} \end{cases} \quad (2)$$

式中, F 是平移不变小波阈值, t 是扩散方程的时间步长, g 是扩散系数, $V_x^{w_{i,j}}$, $V_y^{w_{i,j}}$ 和 $V_{xy}^{w_{i,j}}$ 表示图像在以点 (i, j) (像素值为 $w_{i,j}$) 为中心的邻域内分别沿着水平方向, 垂直方向和对角线方向的小波分解, 点 (i, j) 邻域如图 1 所示。

		$(i, j + 1)$	
$(i - 1, j)$	(i, j)	$(i + 1, j)$	
		$(i, j - 1)$	

图 1 点 (i, j) 邻域

Fig. 1 The neighborhood of point (i, j)

由式(2)可知,基于扩散方程的小波分解与普通的小波分解不同,它们只在水平方向和垂直方向进行分解和阈值处理,而对角线方向则不进行分解。因此,基于扩散方程的小波分解

具有非线性扩散的一个重要的性质,旋转不变性。

1.2 平移不变小波线性阈值与高斯平滑的关系

由文献[8]可知,当时间步长 t 固定时,高斯平滑后的效果和扩散方程扩散到 t 时刻的图像效果是相同的,而由式(2),平移小波阈值与扩散方程是等价的。这样可得出结论,在 t 时刻的高斯平滑相当于如下公式的单尺度平移不变小波线性阈值

$$\begin{cases} F_t(V_x^{w_{i,j}}) = V_x^{w_{i,j}}(1 - 4t) \\ F_t(V_y^{w_{i,j}}) = V_y^{w_{i,j}}(1 - 4t) \\ F_t(V_{xy}^{w_{i,j}}) = V_{xy}^{w_{i,j}} \end{cases} \quad (3)$$

式中, F 是平移不变小波阈值, t 是扩散方程的时间步长, $V_x^{w_{i,j}}$, $V_y^{w_{i,j}}$ 和 $V_{xy}^{w_{i,j}}$ 表示以像素值为 $w_{i,j}$ 的点 (i,j) 为中心的邻域内分别沿着水平方向、垂直方向和对角线方向的小波分解

1.3 姜冯算子及其分析

由于图像经过高斯平滑后会产生边缘模糊,甚至边界移位的现象,而平移不变小波非线性阈值不然,故文献[8]利用非线性小波阈值来代替高斯滤波进行扩散,其扩散系数如下

$$g = e^{-((\|\nabla(F_n I)\|^2 + ((F_n I)_{xx})^2 + 2((F_n I)_{xy})^2 + ((F_n I)_{yy})^2)/k^2)} \quad (4)$$

式中, $F_n I$ 为对图像 I 做非线性的平移不变小波阈值^[10], $\|\nabla(F_n I)\|$ 表示对图像 I 做非线性平移不变小波阈值后得到的平滑图像的梯度值, $(F_n I)_{xx}$ 、 $(F_n I)_{xy}$ 和 $(F_n I)_{yy}$ 分别表示图像 I 做非线性平移不变小波阈值后求得的二阶导数, k 是阈值。

下面对姜冯算子的扩散系数进行分析。假设

$$\|\nabla(F_n I)\|^2 + ((F_n I)_{xx})^2 + 2((F_n I)_{xy})^2 + ((F_n I)_{yy})^2 = r^2 \quad (5)$$

则式(4)可变为

$$g(r) = e^{-(r/k)^2} \quad (6)$$

则影响函数为

$$\Phi(r) = rg(r) = re^{-(r/k)^2} \quad (7)$$

其导数为

$$\Phi'(r) = e^{-(r/k)^2}(1 - 2(r/k)^2) \quad (8)$$

从而有

$$\begin{cases} \Phi'(r) \geq 0 & 0 \leq r \leq \sqrt{2}k/2 \\ \Phi'(r) < 0 & r > \sqrt{2}k/2 \end{cases} \quad (9)$$

可见,当 $r < \sqrt{2}k/2$ 时,此模型为正向扩散;而当 $r > \sqrt{2}k/2$ 时,模型为反向扩散。对应图像去噪,当扩散为正向时,杂质从浓度高的地方流向低的地方,从而完成平滑过程,而当扩散为反向时,杂质则从浓度低

的地方流向高的地方,从而带来边缘的锐化。在图像中, r 值比较大的地方不一定是边缘,也很可能是高强度的噪声,如强高斯噪声或椒盐噪声,这就意味着无法完成正向扩散,即无法起到平滑的作用。所以无论是林石算子,还是姜冯算子都不能很好的去除高斯噪声和椒盐噪声。

2 新模型的建立

2.1 噪声判断函数的构造

首先计算噪声的方差,即

$$\delta_{i,j} = \frac{1}{4}(w_{i,j-1} + w_{i,j+1} + w_{i-1,j} + w_{i+1,j}) \quad (10)$$

$$q_{i,j}^2 = \left| \frac{1}{4}(w_{i,j-1}^2 + w_{i,j+1}^2 + w_{i-1,j}^2 + w_{i+1,j}^2) - \delta_{i,j}^2 \right| \quad (11)$$

式中, $w_{i,j}$ 为 (i,j) 处的像素值。

进一步,构造噪声判断函数

$$\lambda_{i,j} = |w_{i,j} - \delta_{i,j}|^2 / q_{i,j}^2 \quad (12)$$

当 $\lambda_{i,j} < 1$ 时,说明噪声能量小于信号能量,所以 (i,j) 处的像素点可认为是正常像素点;而当 $\lambda_{i,j} \geq 1$ 时,说明噪声能量大于信号能量, (i,j) 处的像素点可认为是噪声点,将予以扩散。

为了验证所构造噪声判断函数的有效性,对 House 图像的噪声进行统计(见表 1)。可见,本文提出的判断函数较准确的定位噪声点。

表 1 噪声点个数的统计表

Tab. 1 The statistical table of the points noise's quantity

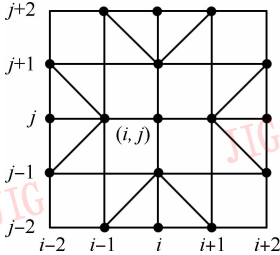
噪声方差	实际噪声数	统计噪声数	正确率/%
0.02	64 567	58 445	90.518
0.05	64 801	59 077	91.167
0.10	64 963	59 455	91.521

2.2 新模型构造

由 1.3 节讨论可知,扩散系数的 r 值越大,其扩散速度越慢,甚至会反向扩散,从而影响去噪效果。而图像各像素点的梯度值是影响 r 值的关键,即梯度值越大, r 值越大,反之亦然。基于此,本文对图像中噪声点 4 个方向的梯度值用相邻点的梯度平均值来代替,使得该点的梯度值减小,从而达到去噪平滑的目的。

设噪声点 (i,j) 处的像素值为 $w_{i,j}$,其上、下、左、右方向的梯度值 $\nabla UP_{i,j}$ 、 $\nabla DOWN_{i,j}$ 、 $\nabla LEFT_{i,j}$ 和 $\nabla RIGHT_{i,j}$ 可由式(13)获得(参见图 2)。

$$\begin{cases} \nabla UP_{i,j} = (|w_{i-1,j-2} - w_{i,j-1}| + |w_{i,j-2} - w_{i,j-1}| + |w_{i+1,j-2} - w_{i,j-1}|)/3 \\ \nabla DOWN_{i,j} = (|w_{i-1,j-2} - w_{i,j-1}| + |w_{i,j-2} - w_{i,j-1}| + |w_{i+1,j-2} - w_{i,j-1}|)/3 \\ \nabla LEFT_{i,j} = (|w_{i-2,j-1} - w_{i-1,j}| + |w_{i-2,j} - w_{i-1,j}| + |w_{i-2,j+1} - w_{i-1,j}|)/3 \\ \nabla RIGHT_{i,j} = (|w_{i+2,j-1} - w_{i+1,j}| + |w_{i+2,j} - w_{i+1,j}| + |w_{i+2,j+1} - w_{i+1,j}|)/3 \end{cases} \quad (13)$$

图 2 噪声点 (i, j) 处相邻点的平均梯度Fig. 2 The average gradient about its neighbouring speckle of speckle noise (i, j)

由图 2 可以看出, 本文用来代替噪声点 4 个方向梯度的平均梯度分别是其同向 3 个梯度的平均, 因此可保证该点的扩散是异性的, 从而可更好地保持边缘。基于该平均梯度, 本文提出一种新的扩散系数, 具体公式如下

$$g(h, \|\nabla F_n I\|) = g_1(h)g_2(\|\nabla F_n I\|) = \frac{1}{1 + (h/k_1)^2} (1 + (\|\nabla F_n I\|/k_2)^2) \quad (14)$$

式中, k_1 和 k_2 是阈值, $F_n I$ 表示对图像 I 做非线性的平移不变小波阈值, h 是像素点之间的空间步长, g_1 是用来控制扩散速度的函数

$$\|\nabla F_n I\| = \|\nabla UP_{i,j}\| + \|\nabla DOWN_{i,j}\| + \|\nabla LEFT_{i,j}\| + \|\nabla RIGHT_{i,j}\| \quad (15)$$

进一步, 给出本文的扩散模型

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \text{div}(g(\|\nabla F_n I\|) \nabla I) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \end{cases} \quad (16)$$

2.3 新模型对椒盐噪声的情况分析

由于椒盐噪声梯度值的变化较其他噪声要大得多, 这样传统的扩散模型由于在梯度值较大的地方会进行逆扩散而无法很好的去除椒盐噪声。本文所提出的扩散模型可以椒盐噪声附近点梯度的平均来代替噪声点的梯度, 从而使原椒盐噪声点的梯度值有所降低, 以完成进一步的模型正向扩散。

表 2 以 House 图像为例, 对不同的噪声强度, 当点 (i, j) 是椒盐噪声点时, 点 $(i+1, j)$ 以及 $(i+2, j)$ 也为噪声点的概率进行了统计。可以看出, 当点 (i, j) 是噪声点时, 点 $(i+1, j)$ 和 $(i+2, j)$ 也为噪声点的概率极低, 可以不予考虑。

表 2 (i, j) 为噪声点时其相邻点为噪声的概率统计Tab. 2 The probability statistics about its neighbouring speckle being noise when (i, j) is speckle noise

噪声强度	(i, j) 为噪声点的概率	$(i+1, j)$ 为噪声点的概率	$(i+2, j)$ 为噪声点的概率
0.01	1	0.002 5	0.000 006
0.05	1	0.012 5	0.000 200
0.10	1	0.025 0	0.000 625

2.4 新模型的离散格式

对时间维度采用前向差分法, 获得本文扩散模型的离散格式为

$$I_{i,j}^{t+1} = I_{i,j}^t + \nabla t(C_N g_N + C_S g_S + C_E g_E + C_W g_W) \quad (17)$$

式中

$$\begin{cases} C_N = I_{i,j+1} - I_{i,j} \\ C_S = I_{i,j-1} - I_{i,j} \\ C_W = I_{i-1,j} - I_{i,j} \\ C_E = I_{i+1,j} - I_{i,j} \end{cases} \quad (18)$$

当 $\lambda \geq 1$ 时

$$\begin{cases} g_N = g(\nabla |UP_{i,j}|) \\ g_S = g(\nabla |DOWN_{i,j}|) \\ g_W = g(\nabla |LEFT_{i,j}|) \\ g_E = g(\nabla |RIGHT_{i,j}|) \end{cases} \quad (19)$$

当 $\lambda < 1$ 时

$$\begin{cases} g_N = g(C_N) \\ g_S = g(C_S) \\ g_W = g(C_W) \\ g_E = g(C_E) \end{cases} \quad (20)$$

式中, r 为迭代次数, Δt 为时间步长。

3 实验与分析

为了验证所提出模型的有效性, 选取由 Landsat-7 ETM+ 传感器获取的 3 幅大小为 256×256 的全色波段图像作为测试图像(参见图 3), 其地物分别由

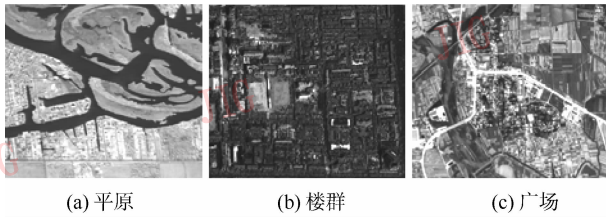


图 3 测试遥感图像

Fig. 3 The testing remote sensing images

梯田、道路、河流、楼房等混合构成,它们在灰度上具有一定的差别。

在多种强度高斯白噪声和椒盐噪声下,将所提出的模型与林石算子和姜冯算子的去噪效果进行了比较,并采用峰值信噪比(PSNR)来度量去噪后的图像质量。实验硬件环境为双核处理器(单核主频是 1.73 GHz),1GB 内存,操作系统为 Window XP,编程环境为 MATLAB 7.3.0.267 (R2006b)。表 3 以平原遥感图像为例,给出 3 种模型对不同强度的椒盐噪声去噪后图像 PSNR 的定量分析。图 4—图 6 为平原、楼群和广场遥感图像在分别加入均值为 0,

方差为 0.02,0.05 和 0.10 的高斯白噪声及强度为 0.05 的椒盐噪声后,采用 3 种模型的去噪结果,图 7 是其相应的 PSNR 曲线。

表 3 3 种模型对椒盐噪声去噪的 PSNR 比较

Tab. 3 PSNR comparison of three models for salt-pepper noises

椒盐噪声强度	平原遥感图像去噪后的 PSNR		
	林石算子	姜冯算子	本文模型
0.01	23.577 1	24.841 6	26.627 9
0.05	18.150 5	22.806 2	24.300 0
0.10	15.231 1	20.857 4	22.711 7

从实验结果可以看出,对于高斯白噪声,本文所提出的算法较另外两种算法具有更好的去噪效果,并且在有效去除图像噪声的同时,能够很好地保持图像的纹理信息,特别随着图像噪声的加大,效果越明显,平均 PSNR 能够提高 2~4 dB;对于椒盐噪声,所提出的算法具有非常好的去噪效果,而另外两种算法很难有效的去除椒盐噪声。

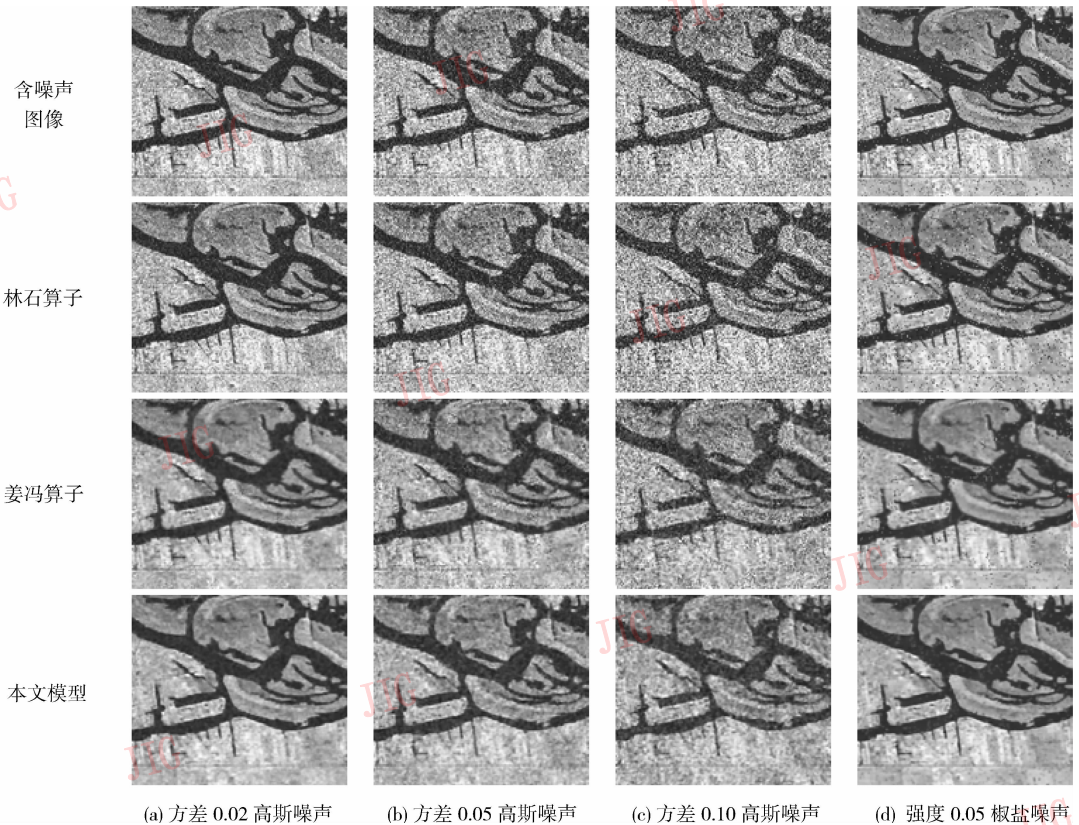


图 4 3 种方法对包含不同噪声平原图像的去噪结果比较

Fig. 4 The de-noising results of three models for "Plain" image with different noises

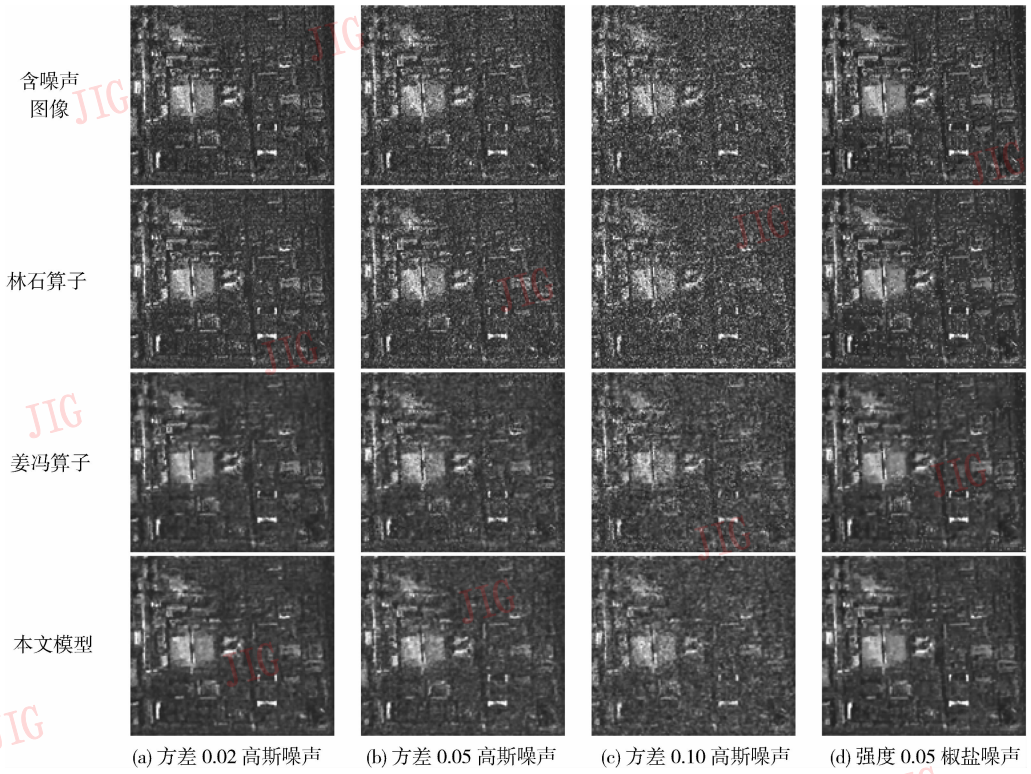


图 5 3 种方法对包含不同噪声楼群图像的去噪结果比较

Fig. 5 The de-noising results of three models for "House" image with different noises

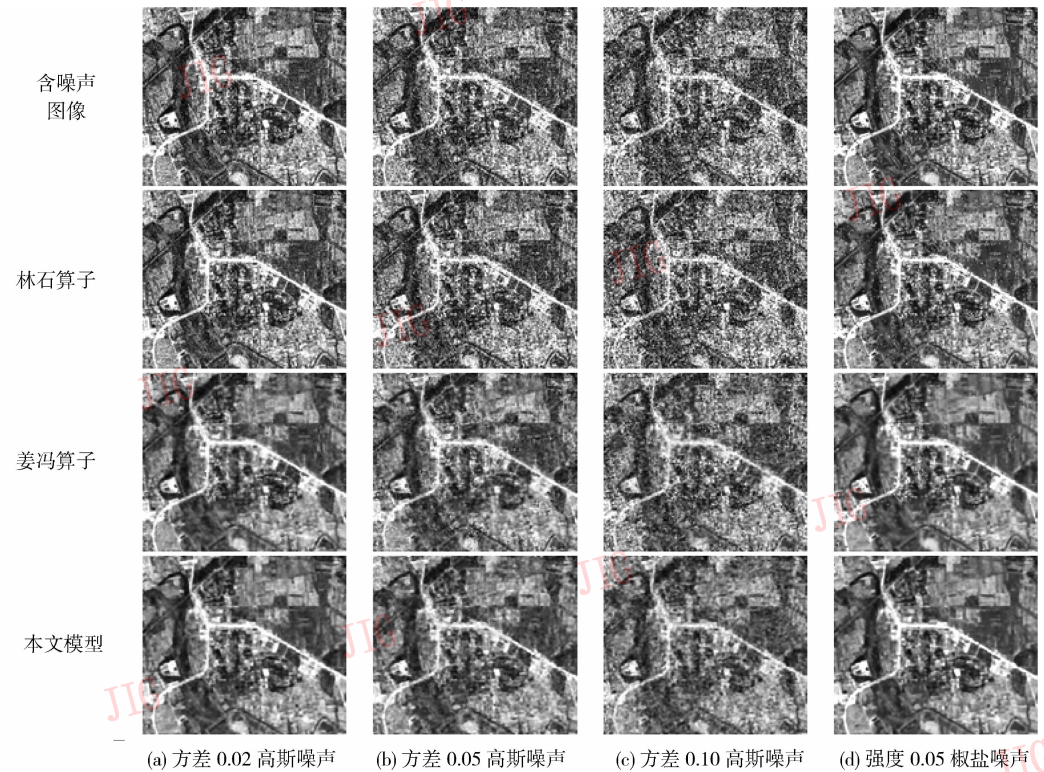


图 6 3 种模型对包含不同噪声广场图像的去噪结果

Fig. 6 The de-noising results of three models for "Pan" image with different noises

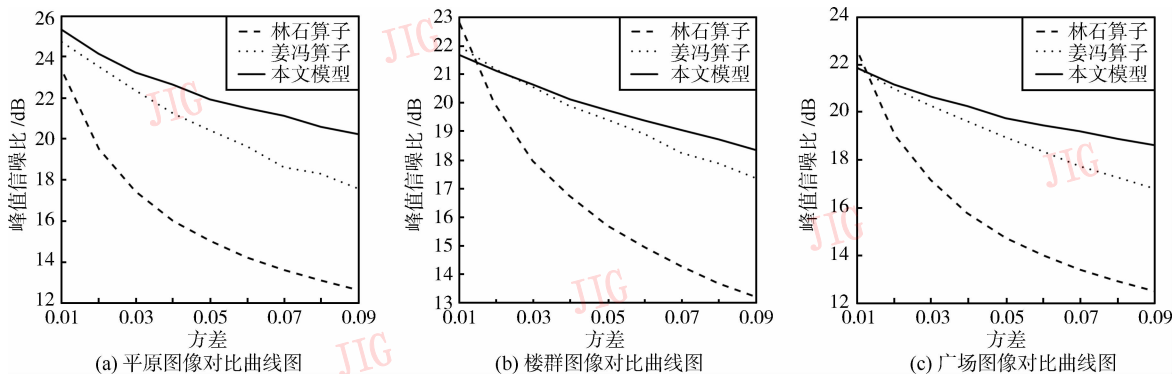


图 7 3 种模型去噪的 PSNR 曲线图比较

Fig. 7 The PSNR comparison among three models

4 结 论

提出一种新的基于同向平均梯度值的各向异性扩散模型,该模型首先对图像中的噪声点进行判断,然后用噪声点的四相邻点的同向平均梯度值来代替该噪声点的四方向梯度值,使原噪声点的梯度值有所降低,模型进一步得以正向扩散,可有效去除强噪声及椒盐噪声。此外,由于扩散是各向异性的,这样在有效去除噪声的同时,有效保护了图像的边缘纹理信息,使图像的清晰度得以提高。实验结果验证了所提出模型的有效性。

参考文献 (References)

- [1] Gao Lianru, Zhang Bing, Zhang Xia, et al. Study on the method for estimating the noise in remote sensing images based on local standard deviations [J]. Journal of Remote Sensing, 2007, 11(2):201-208. [高连如, 张兵, 张霞, 等. 基于局部标准差的遥感图像噪声评估方法研究 [J]. 遥感学报, 2007, 11(2): 201-208.]
- [2] Bo Yanchen, Wang Jinfeng. A wavelet-based filter for SAR speckle reduction and the comparative evaluation on its performance [J]. Journal of Remote Sensing, 2003, 7(5): 393-399. [柏延臣, 王劲峰. 基于小波分析的 SAR 图像斑点滤波及其性能比较评价 [J]. 遥感学报, 2003, 7(5): 393-399.]
- [3] Ding Haiyong, Bian Zhengfu. Remote sensing image restoration based on TV regularization and local constraints [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 6(38): 1577-1580.
- [4] Wang Dakai, Hou Yuqing, Peng Jinye. Image Processing Based on PDE [M]. Beijing: Science Press, 2008, 6. [王大凯, 侯榆青, 彭进业. 图像处理的偏微分方程方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2008, 6.]
- [5] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629-639.
- [6] Catte F, Lion P L, Morel J M, et al. Image selective S-smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(1): 182-193.
- [7] Lin Zhouchen, Shi Qingyun. An anisotropic diffusion equation that can remove noise and keep naturalness [J]. Chinese Journal of Computers, 1999, 22(11): 1133-1137. [林宙辰, 石青云. 一个能去噪和保持真实感的各向异性扩散方程 [J]. 计算机学报, 1999, 22(11): 1133-1137.]
- [8] Jiang Donghuan, Feng Xiangchu, Song Guoxiang. An anisotropic diffusion equation based on nonlinear wavelet shrinkage [J]. Chinese Journal of Electronics, 2006, 34(1): 170-172. [姜东焕, 冯象初, 宋国乡. 基于非线性小波阈值的各向异性扩散方程 [J]. 电子学报, 2006, 34(1): 170-172.]
- [9] Mrazek P, Weickert J. Rotationally invariant wavelet shrinkage [C] // Michaelis B, Krell G. Pattern Recognition, Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer, 2003, 2781: 156-163.
- [10] Coifman R R, Donoho D L. Translation invariant denoising [C] // Lecture Notes in Statistics: Wavelets and Statistics. New York: Springer-Verlag, 1995: 125-150.